

Логіко-математичний аналіз теми:

“ЗВИЧАЙНІ ДРОБИ”

за підручником: “Математика 5 клас” (автори Н. А. Тарасенкова, І. М. Богатирьова, О. М. Коломієць, З. О. Сердюк, Ю. В. Рудніцька., «Оріон», 2022)

Витяг з програми

Очікувані результати навчання	Пропонований зміст навчального предмета	Види навчальної діяльності
Розділ III. ЗВИЧАЙНІ ДРОБИ		
<i>Змістова лінія 1. Числові системи</i>		
Учень (учениця): розуміє: дріб як частку двох натуральних чисел; суть чисельника і знаменника дробу; читає й записує дробу;	<i>Звичайний дріб.</i> Дрібк частка двох натуральних чисел. Чисельник, знаменник дробу.	Читання й запис дробів. Пояснення суті знаменника, чисельника.
визначає правильні, неправильні дробу; порівнює дробу з однаковими знаменниками; виділяє цілу частину з неправильного дробу; перетворює мішане число в неправильний дріб;	<i>Правильні й неправильні дробу.</i> Порівняння дробів. Поняття правильного й неправильного дробів. Порівняння дробів з числом 1. Порівняння дробів з однаковими знаменниками. Звичайний дріб як результат ділення двох натуральних чисел. Мішані числа. Виділення цілої частини з неправильного дробу. Перетворення мішаного числа в неправильний дріб.	Розрізнення правильних і неправильних дробів. Порівняння дробів із числом 1. Порівняння дробів з однаковими знаменниками. Подання результату ділення двох натуральних чисел у вигляді звичайного дробу. Виділення цілої частини з неправильного дробу. Перетворення мішаного числа в неправильний дріб

Очікувані результати навчання	Пропонований зміст навчального предмета	Види навчальної діяльності
Розділ III. ЗВИЧАЙНІ ДРОБИ		
<i>Змістова лінія 1. Числові системи</i>		
знаходить дріб від числа та число за його дробом під час розв’язування практично зорієнтованих завдань;	<i>Простіші задачі на дроби.</i> Знаходження дроби від числа. Знаходження числа за його дробом.	Розв’язування задач на знаходження дроби від числа; числа за його дробом. Складання й розв’язування обернених задач.
<i>розуміє</i> суть додавання й віднімання дробів з однаковими знаменниками та мішаних чисел; <i>виконує</i> додавання й віднімання дробів, мішаних чисел з однаковими знаменниками; <i>обчислює</i> значення числових виразів, що містять дроби; <i>перевіряє</i> правильність обчислень.	<i>Арифметичні дії додавання й віднімання дробів з однаковими знаменниками.</i> Додавання дробів з однаковими знаменниками. Віднімання дробів з однаковими знаменниками. Додавання мішаних чисел, дробові частини яких мають однакові знаменники. Віднімання мішаних чисел, дробові частини яких мають однакові знаменники. Числові вирази, які містять дроби, — на кілька дій, з дужками й без дужок	Додавання й віднімання дробів, мішаних чисел з однаковими знаменниками. Додавання й віднімання іменованих чисел. Знаходження значень числових виразів на кілька дій, з дужками і без дужок.
<i>Змістова лінія 2. Вирази, рівності й нерівності</i>		
Учень (учениця): <i>розрізняє</i> правильні й неправильні числові рівності; нерівності, що містять звичайні дроби; строгі й	<i>Числові рівності й нерівності.</i> Правильні / неправильні числові рівності, нерівності, що містять звичайні дроби. Строгі й нестрогі	Читання числових рівностей, нерівностей, у тому числі подвійних, що містять звичайні дроби. Перевірка на правильність

Очікувані результати навчання	Пропонований зміст навчального предмета	Види навчальної діяльності
Розділ III. ЗВИЧАЙНІ ДРОБИ		
<i>Змістова лінія 1. Числові системи</i>		
нестрогі числові нерівності, що містять звичайні дроби; <i>перевіряє</i> , чи є правильною числова рівність, нерівність, що містить звичайні дроби; <i>складає</i> числові рівності, нерівності, подвійні числові нерівності, що містять звичайні дроби, за вимогою;	числові нерівності, що містять звичайні дроби. Подвійні числові нерівності, що містять звичайні дроби.	числових рівностей, нерівностей, у тому числі подвійних, що містять звичайні дроби. Складання числових рівностей, нерівностей, у тому числі подвійних, що містять звичайні дроби.
Учень (учениця): обчислює числові значення буквених виразів, що містять дробі; застосовує закони додавання і множення чисел для перетворення виразів;	<i>Числові та буквені вирази, які містять дробі.</i> Перетворення виразів.	Знаходження значень буквених виразів на кілька дій з дужками й без дужок. Перетворення буквених виразів: винесення спільного множника за дужки; розкриття дужок.
розв’язує рівняння з невідомим в одній частині, що містять дробі; виконує перевірку кореня рівняння; складає рівняння, числові нерівності за вимогою; знаходить деякі розв’язки буквеної нерівності.	<i>Рівняння. Числові та буквені нерівності.</i> Прості й ускладнені рівняння, які містять дробі. Числові нерівності, які містять дробі.	Розв’язування рівнянь. Складання рівнянь, числових нерівностей за вимогою. Знаходження деяких розв’язків буквеної нерівності.
<i>Змістова лінія 3. Пропедевтика вивчення функцій</i>		

Очікувані результати навчання	Пропонований зміст навчального предмета	Види навчальної діяльності
Розділ III. ЗВИЧАЙНІ ДРОБИ		
<i>Змістова лінія 1. Числові системи</i>		
Учень (учениця): розміщує звичайні дроби, мішані числа на координатному промені; зчитує дані із зображення координатного променя.	<i>Координатний промінь.</i> Розміщення дробів, мішаних чисел на координатному промені	Розміщення дробів, мішаних чисел на координатному промені. Зчитування даних із зображення координатного променя
<i>Змістова лінія 4. Математичне моделювання</i>		
Учень (учениця): розв’язує задачі на знаходження дробу від числа; числа за його дробом;	<i>Задачі на дроби.</i> Задачі на знаходження дробу від числа; числа за його дробом	Розв’язування задач на знаходження дробу від числа; числа за його дробом.
розв’язує складені задачі, які передбачають знаходження суми й різниці дробів з однаковими знаменниками.	<i>Задачі, які передбачають знаходження суми й різниці дробів з однаковими знаменниками.</i> Арифметичні способи; алгебраїчний метод розв’язування задач.	Розв’язування задач, які передбачають знаходження суми й різниці дробів з однаковими знаменниками.
<i>Змістова лінія 5. Геометричні фігури. Геометричні величини</i>		
розв’язує задачі, які передбачають знаходження довжини відрізка за довжинами його частин, периметра трикутника; різницеve порівняння	<i>Задачі геометричного змісту.</i>	Розв’язування задач, які передбачають знаходження довжини відрізка за довжинами його частин, периметра трикутника; різницеve

Очікувані результати навчання	Пропонований зміст навчального предмета	Види навчальної діяльності
Розділ III. ЗВИЧАЙНІ ДРОБИ		
<i>Змістова лінія 1. Числові системи</i>		
довжин відрізків, які подано звичайними дробами з однаковими знаменниками.		порівняння довжин відрізків, які подано звичайними дробами з однаковими знаменниками.
<i>Змістова лінія 6. Аналіз даних</i>		
розуміє, що таке таблиця даних, шкала приладу; будує таблицю даних, знятих зі шкали приладу; зчитує дані з таблиці, які подано звичайними дробами й мішаними числами.	Таблиця даних. Шкала. Прилади: лінійка; годинник; спідометр. Шкали приладів.	Зняття показів зі шкали приладу. Побудова таблиці даних, знятих зі шкали приладу. Зчитування даних з таблиці, які подано звичайними дробами й мішаними числами.

Таблиця 1

Логіко–математичний аналіз теоретичного матеріалу

	Поняття	Факти	Способи діяльності
Нові	Звичайний дріб Чисельник Знаменник Правильний дріб Неправильний дріб Знаки нестрогої нерівності	Порівняння дробів Запис мішаного числа	Виділення цілої частини в неправильному дробі; Перетворення мішаного числа в неправильний дріб

	Мішане число		
	Дріб від числа Число за його дробом	Знаходження дробу від числа Знаходження числа за його дробом	Сума і різниця двох дробів з однаковими знаменниками
		Доповнення дробу до числа 1 Віднімання дробу від натурального числа	Додавання і віднімання мішаних чисел
Базові	Координатний промінь Ділення Ділене Дільник Частка	Порівняння чисел Правила додавання натуральних чисел	Ділення натуральних чисел
	Рівняння	Властивості додавання натуральних чисел	Додавання і віднімання натуральних чисел Складання і розв'язання алгебраїчних рівнянь
			Додавання і віднімання натуральних чисел

Таблиця 2

Логіко–математичний аналіз формулювання означень, нових понять

Поняття	Формулювання означення	Характеристика
Звичайний дріб	запис числа у вигляді m/n	словесна, просте, найближчий рід,

		родове
Чисельник	число, що стоїть над рисою дробу	словесна, просте, найближчий рід
Знаменник	число, що стоїть під рисою дробу	словесна, просте, найближчий рід
Правильний дріб	дріб, у якого чисельник менше знаменника називається правильним дробом	словесна, просте, родове, істотні властивості
Неправильний дріб	дріб, у якого чисельник більший або рівний знаменнику називається неправильним дробом	словесна, складне, диз'юнкція, родове, істотні властивості
Знаки нестрогої нерівності	Знак $\geq$ читають так: "більше або дорівнює" Знак $\leq$ читають так: "менше або дорівнює"	словесна, просте, родове, істотні властивості
Мішане число	це число, сумою якої є ціла і дробова частина	словесна, просте, родове
Дріб від числа	Щоб знайти дріб від числа, треба дане число поділити на знаменник дробу та одержаний результат помножити на його чисельник.	словесна, просте, родове, найближчий рід
Число за його дробом	Щоб знайти число за його дробом, треба дане число поділити на чисельник дробу та одержаний результат помножити на його знаменник.	словесна, просте, родове, найближчий рід

Таблиця 3

Орієнтована будова системи вправ для введення нового поняття

Види вправ	Вправи для створення мотивації та введення нового поняття	Вправи, що забезпечують актуалізацію та повторення базових знань та умінь	Вправи спрямовані на виділення суттєвих властивостей та на побудову об'єктів, які мають ці властивості	Вправи, на базі яких відбувається ілюстрація поняття, що вводиться	Вправи для забезпечення розпізнавання об'єктів, що входять до обсягу нового поняття	Вправи спрямовані на забезпечення розуміння і засвоєння текстового значення
Поняття						
Звичайний дріб	п. 1, ст. 174, Вступне завдання	№832, №834	№806, №810	№811 - №816	№837	№811 - №816
Чисельник	п. 1, ст. 174, Вступне завдання	-	№806	№821	№830, №831	-
Знаменник	п. 1, ст. 174, Вступне завдання	-	№807, №809	№820	-	-
Правильний дріб	Задача №1. ст. 175	-	№817	№820	№819	№822
Неправильний дріб	Задача №1. ст. 175	-	№818	№821	№819	№822
Знаки	Задача №2, ст.	-	№808	№822	№823, №824,	№826, №827,

нестрокої нерівності	177				№838	№830, №831
Мішане число	Завдання 2. ст. 183, №846	Завдання №1. ст. 182 №849	№852, №853	-	№860, №861	№871-№873
Дріб від числа	-	-	№882 №883	Задача №1, с.189	№ 888	№ 886
Число за його дробом	-	-	№884 №885	Задача №1, с.191	№ 889	№ 897

Структурно-логічна модель, яка охоплює основні поняття теми

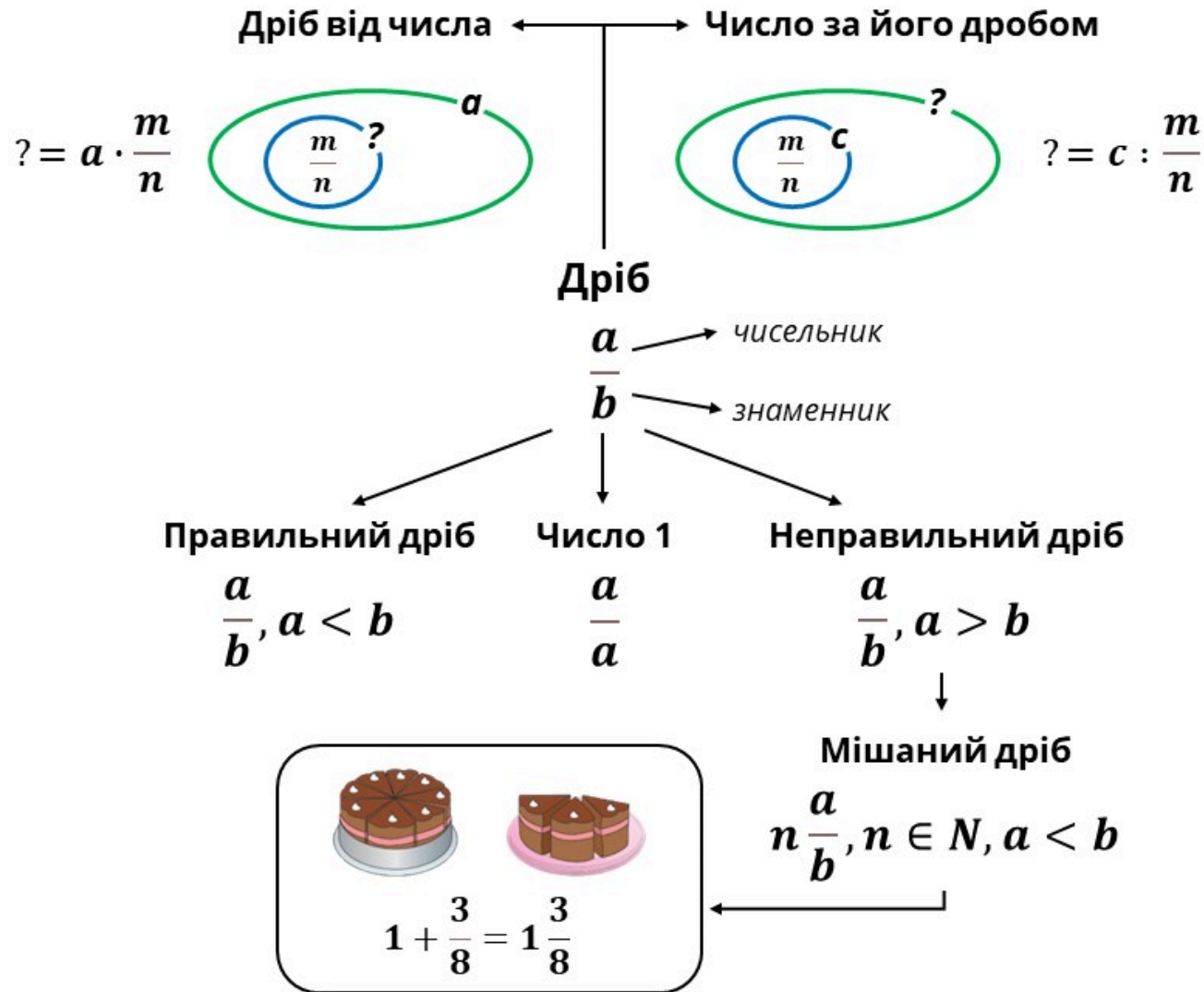


Схема орієнтир проведення ЛМА структури формування математичних фактів

Факти	Порівняння дробів	Знаходження дробу від числа	Знаходження числа за його дробом	Доповнення дробу до числа 1	Віднімання дробу від натурального числа
1. Формулювання твердження	Із двох дробів з однаковими знаменниками більшим є той дріб, у якого чисельник більший, а меншим - той, у якого чисельник менший.	Щоб знайти дріб від числа, треба дане число поділити на знаменник дробу та одержаний результат помножити на його чисельник.	Щоб знайти число за його дробом, треба дане число поділити на чисельник дробу та одержаний результат помножити на його знаменник.	Різниця числа 1 і правильного дробу є дробом, що доповнює даний дріб до числа 1.	Щоб відняти дріб від натурального числа, треба «позичити» в натурального числа одну цілу й записати її неправильним дробом, у якого знаменник дорівнює знаменнику дробу, що віднімають.
2. Встановлення виду твердження	Категорична форма, складне твердження (вимога)	Категорична форма, просте твердження	Категорична форма, просте твердження	Категорична форма, просте твердження	Категорична форма, просте твердження
3. Виділення роз'яснювальної частини	Із двох дробів з однаковими знаменниками	Якщо дане число поділити на знаменник дробу	Якщо дане число поділити на чисельник дробу	Який б не був правильний дріб / Для будь-якого	Яке б не було натуральне число

		та одержаний результат помножити на його чисельник	та одержаний результат помножити на його знаменник	правильного дробу	
4. Виділення умови	Чисельник одного дробу більше за чисельник іншого дробу Чисельник одного дробу менше за чисельник іншого дробу	Дане число	Дане число	Дано правильний дріб	Натуральне число
5. Виділення вимоги	Більшим є той дріб, у якого чисельник є більший Меншим є той дріб, у якого чисельник менше	Дріб від числа	Число за його дробом	Різниця числа 1 і даного дробу дорівнює дробу, що доповнює даний дріб до числа 1	Відняти дріб від натурального числа

6. Формулювання твердження рівносильного даному Дописать про менший	Які б не були два дробу з однаковими знаменниками, якщо чисельник одного дробу більший за чисельник іншого дробу, то більшим є дріб у якого чисельник - більший, а меншим є той дріб, у якого чисельник менше.	Якщо дане число поділити на знаменник дробу та одержаний результат помножити на його чисельник, то знайдемо дріб від числа	Якщо дане число поділити на чисельник дробу та одержаний результат помножити на його знаменник, то знайдемо число за його дробом	Для будь-якого правильного дробу (Який б не був правильний дріб) різниця числа 1 і цього дробу дорівнює дробу, що доповнює даний дріб до числа 1	Яке б не було натуральне число, якщо в нього «позичити» одну цілу й записати її неправильним дробом, у якого знаменник дорівнює знаменнику дробу, що віднімають, то від цього числа можна відняти будь-який дріб
--	--	--	--	--	--

Таблиця 5

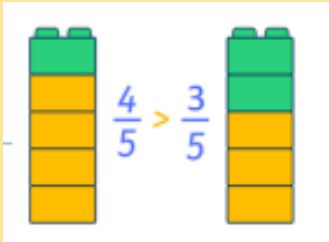
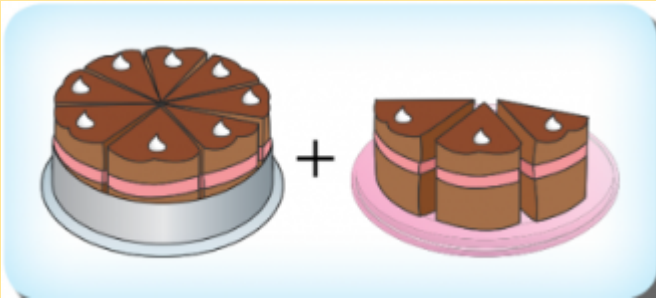
Аналіз форми, виду, способу доведення математичного факту

Форма доведення	Дедуктивний, індуктивний умовивід
Вид доведення	Пряме, непряме доведення
Метод доведення	Аналітико-синтетичний метод, метод від супротивного, ММІ
Специфічний метод доведення	Алгебраїчний, векторний, координатний

Основна ідея доведення	
Етапи доведення	

Таблиця 6

Схематичне представлення фактів теми (опорний конспект)

Порівняння дробів	Запис мішаного числа
Із двох дробів з однаковими знаменниками більшим є той дріб, у якого чисельник більший, меншим - той, у якого чисельник менший.  а	Запис числа, що містить цілу і дробову частини, називають мішаною.  Приклад: $1 + \frac{3}{8} = 1\frac{3}{8}$
Знаходження дробу від числа	Знаходження числа за його дробом
Відомо Знайти   Дріб від числа	Відомо Знайти   Дріб від числа
Щоб знайти дріб від числа, треба дане число поділити на	

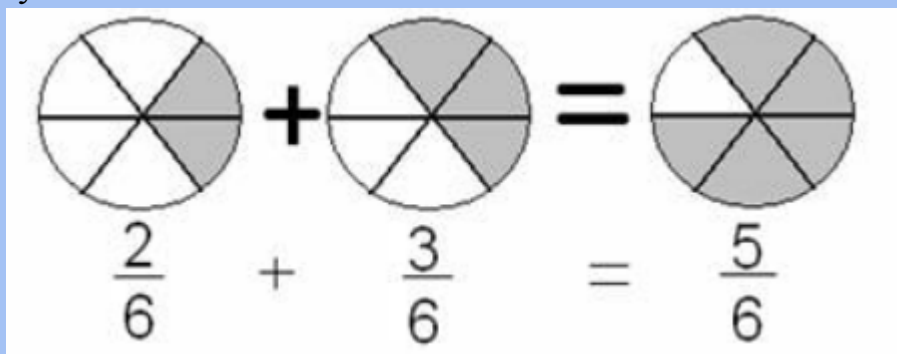
знаменник дробу та одержаний результат помножити на його чисельник.

Щоб знайти число за його дробом, треба дане число поділити на чисельник дробу та одержаний результат помножити на його знаменник.

Додавання дробів з однаковими знаменниками

Щоб знайти суму двох дробів з однаковими знаменниками, треба:

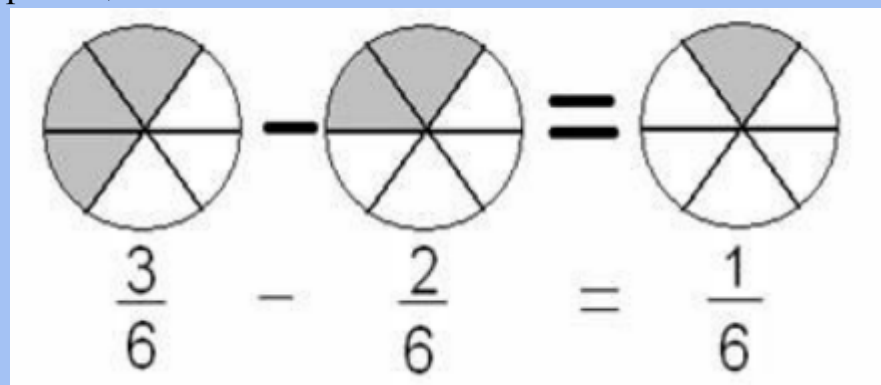
- 1) спільний знаменник записати в знаменнику суми;
- 2) додати чисельники й результат записати в чисельнику суми.



Віднімання дробів з однаковими знаменниками

Щоб знайти різницю двох дробів з однаковими знаменниками, треба:

- 1) спільний знаменник записати в знаменнику різниці;
- 2) відняти чисельники й результат записати в чисельнику різниці.



Доповнення дробу до числа 1

Різниця числа 1 і правильного дробу є дробом, що доповнює даний дріб до числа 1.

$$1 - \frac{3}{5} = \frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$



Дроби $\frac{3}{5}$ і $\frac{2}{5}$ доповнюють один одного до числа 1.

Віднімання дробу від натурального числа

Щоб відняти дріб від натурального числа, треба «позичити» в натурального числа одну цілу й записати її неправильним дробом, у якого знаменник дорівнює знаменнику дробу, що віднімають.

$$5 - \frac{4}{7} = (4 + 1) - \frac{4}{7} = 4 + \left(1 - \frac{4}{7}\right) =$$

В числа 5 «позичимо» 1

Знайдемо доповнення до числа 1 дробу $\frac{4}{7}$

$$= 4 + \frac{3}{7} = 4 \frac{3}{7}$$

Таблиця 7

ЛМА системи вправ підручника призначених для формування способу діяльності

Основні способи діяльності	Завдання з підручника		
	Відпрацювання операцій, які формують спосіб діяльності	Відпрацювання послідовності операцій, які входять у спосіб діяльності	Застосування способу діяльності різні рівні
Виділення цілої частини в неправильному дробі	Завдання 3. ст. 183-184	№858-№859	-
Перетворення мішаного числа в неправильний дріб	Завдання 4. ст. 184-185	№860-№861 №865-№866	№871 №872 №873
Сума двох дробів з	П.1 стор. 199, вступне	№ 925	№ 936

однаковими знаменниками	завдання	№ 929	№938 № 952 № 956
Різниця двох дробів з однаковими знаменниками	П.2 стор. 200, вступне завдання	№ 932 № 934	№ 936 № 940 № 954 № 958
Додавання мішаних чисел	П.1 стор. 215, вступне завдання	№1015, №1039, №1043	№1023, №1027, №1045
Віднімання мішаних чисел	П.2 стор. 216, вступне завдання	№1015, №1025, №1029,	№1041, №1058