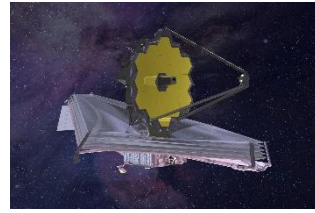


Που τοποθετήσαμε το τηλεσκόπιο James Webb;

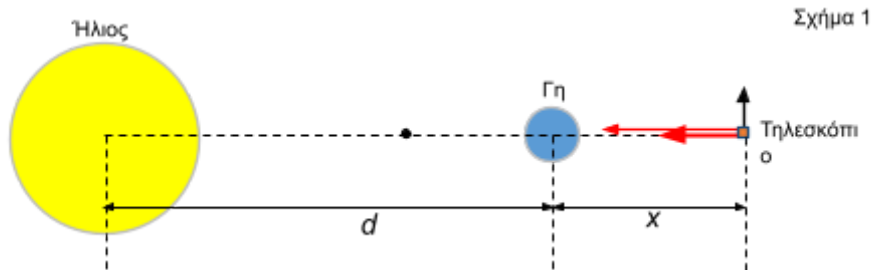
Το τηλεσκόπιο James Webb Space Telescope εκτοξεύτηκε στις 25/12/2021 με σκοπό να τοποθετηθεί στο σημείο Lagrange 2 (L2). Είναι ένα από τα πέντε σημεία, που βρίσκονται στο βαρυτικό πεδίο Γης - Ήλιου στα οποία αν τοποθετήσουμε ένα σώμα, ισορροπεί ως προς το σύστημα Ήλιος - Γη. Μπορείτε να υπολογίσετε την απόσταση x του L2 από το κέντρο της Γης; Θεωρείστε αμελητέα τη βαρυτική επίδραση της Σελήνης ή άλλων ουράνιων σωμάτων.



Δίνεται η ταυτότητα $(1+a)^n \approx 1+na$, που ισχύει για a πολύ μικρό.

Επίσης δίνονται: η διάκεντρος Ήλιου - Γης $d = 150 \cdot 10^9 \text{ m}$ και η σχέση των μαζών Ήλιου - Γης $M_H = 333 \cdot 10^3 \cdot M_\Gamma$.

Απάντηση



Η Γη ως πλανήτης που στρέφεται γύρω από τον Ήλιο, χρησιμοποιεί τη βαρυτική έλξη του Ήλιου ως κεντρομόλο δύναμη, άρα

$$F_{H(\Gamma)} = M_\Gamma \cdot a_{\kappa(\Gamma)} \Leftrightarrow G \frac{M_H M_\Gamma}{d^2} = M_\Gamma \cdot \frac{v^2}{d} \Leftrightarrow G \frac{M_H}{d^2} = \frac{1}{d} \cdot \frac{4\pi^2 d^2}{T^2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = G \frac{M_H}{d^3} \quad (1)$$

Το σημείο L2 βρίσκεται συνεχώς στη διάκεντρο Ήλιου - Γης, άρα αν τοποθετήσουμε εκεί το τηλεσκόπιο μάζας m , θα γίνει δορυφόρος του Ήλιου, με περίοδο T , ίδια με της Γης (365,2564 ημέρες).

Η κεντρομόλος δύναμη που απαιτείται για αυτή την κίνηση θα είναι

$$\Sigma F = m \cdot a_\kappa \Leftrightarrow F_H + F_\Gamma = m \cdot \frac{v^2}{d+x} \Leftrightarrow G \frac{M_H m}{(d+x)^2} + G \frac{M_\Gamma m}{x^2} = \frac{m}{d+x} \cdot \frac{4\pi^2 (d+x)^2}{T^2} \Leftrightarrow$$

$$G \frac{M_H}{(d+x)^2} + G \frac{M_\Gamma}{x^2} = \frac{4\pi^2 (d+x)}{T^2}$$

Για να απλοποιήσουμε την επίλυση της εξίσωσης αυτής ως προς x , διαιρούμε το πρώτο κλάσμα με d^2 και το τελευταίο με d . Τότε:

$$G \frac{M_H / d^2}{(d+x)^2 / d^2} + G \frac{M_\Gamma}{x^2} = \frac{4\pi^2(d+x)/d}{T^2/d} \Leftrightarrow G \frac{M_H / d^2}{(1+\frac{x}{d})^2} + G \frac{M_\Gamma}{x^2} = \frac{4\pi^2(1+\frac{x}{d})}{T^2/d} \Leftrightarrow$$

$$G \frac{M_H}{d^2} (1+\frac{x}{d})^{-2} + G \frac{M_\Gamma}{x^2} = \frac{4\pi^2 d}{T^2} (1+\frac{x}{d}) \quad (2)$$

Το κλάσμα $\frac{x}{d}$ όμως είναι πολύ μικρό, άρα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την προσέγγιση: $(1+a)^n \approx 1+na$

Η (2) τότε δίνει

$$G \frac{M_H}{d^2} (1-2\frac{x}{d}) + G \frac{M_\Gamma}{x^2} = \frac{4\pi^2 d}{T^2} (1+\frac{x}{d}) \xrightarrow{(1)} G \frac{M_H}{d^2} (1-2\frac{x}{d}) + G \frac{M_\Gamma}{x^2} = G \frac{M_H}{d^3} d(1+\frac{x}{d}) \Leftrightarrow$$

$$G \frac{M_H}{d^2} (1-2\frac{x}{d} - 1 - \frac{x}{d}) + G \frac{M_\Gamma}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \frac{M_H}{d^2} (-3\frac{x}{d}) + \frac{M_\Gamma}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \frac{M_\Gamma}{x^2} = 3\frac{M_H}{d^3} x \Leftrightarrow$$

$$3M_H x^3 = M_\Gamma d^3 \Leftrightarrow x^3 = \frac{M_\Gamma d^3}{3M_H} \Leftrightarrow$$

$$x = d \cdot \sqrt[3]{\frac{M_\Gamma}{3M_H}}$$

Η σχέση αυτή δίνει με αρκετά καλή προσέγγιση τη θέση του L2.

Αν αντικαταστήσουμε τιμές βρίσκουμε

$$x = 150 \cdot 10^9 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_\Gamma}{3 \cdot 33 \cdot 10^3 M_H}} = 150 \cdot 10^9 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{999 \cdot 10^3}} \approx 150 \cdot 10^9 \cdot \frac{1}{100} \approx 1,5 \cdot 10^9 m$$

Σχόλια

α) Η NASA δίνει τη θέση του L2 σε απόσταση $1.491.557 km$ από το κέντρο της Γης, άρα οι προσεγγίσεις που κάναμε είναι ακριβείς.

β) Με βάση τη θέση που υπολογίσαμε, ο λόγος των δυνάμεων που δέχεται το τηλεσκόπιο από τον Ήλιο και τη Γη θα είναι

$$\frac{F_H}{F_\Gamma} = \frac{G \frac{M_H m}{(d+x)^2}}{G \frac{M_\Gamma m}{x^2}} = \frac{333 \cdot 10^3 M_\Gamma (1,5 \cdot 10^9)^2}{M_\Gamma (150 \cdot 10^9 + 1,5 \cdot 10^9)^2} = \frac{333 \cdot 10^3 (1,5)^2 \cdot 10^{18}}{(151,5)^2 \cdot 10^{18}} = \frac{749,25 \cdot 10^3}{22952,25} \approx 33$$

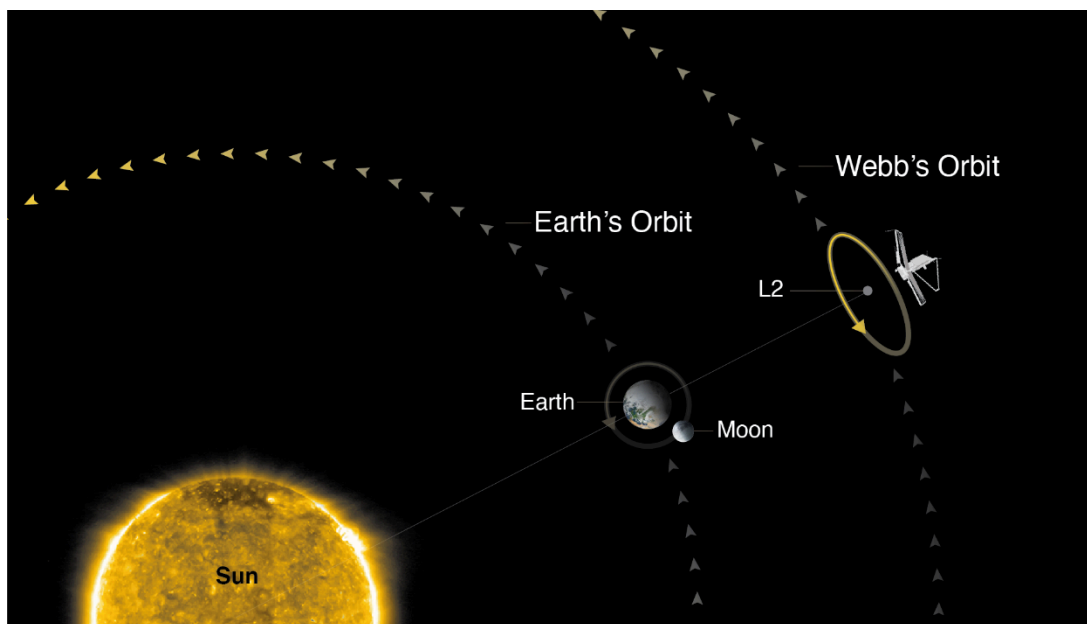
άρα ορθώς θεωρήσαμε το τηλεσκόπιο ως δορυφόρο του Ήλιου.

γ) Το τηλεσκόπιο δε θα τοποθετηθεί ακριβώς στο L2, αλλά σε τροχιά περιόδου 6 μηνών γύρω από το L2. Αυτό θα εξασφαλίσει:

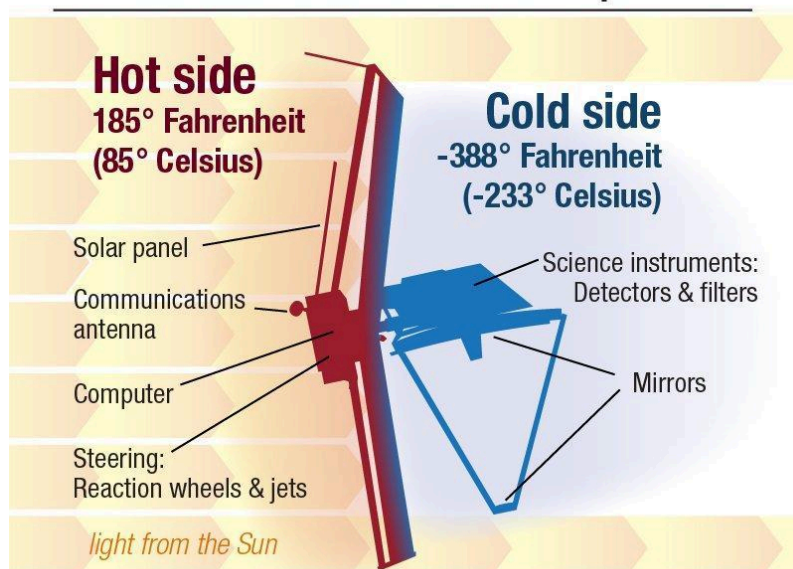
ι) Καλό έλεγχο για το σκίαστρο που θα αναπτυχθεί για την προστασία των οργάνων από την

ακτινοβολία του Ήλιου και της Γης. Οποιαδήποτε πηγή θερμότητας κοντά στο τηλεσκόπιο θ' αποτελούσε πηγή «θορύβου» - γι' αυτό και η μεγάλη απόσταση από τη Γη, το αλεξήλιο και τα συστήματα κρυογενικής ψύξης που θα διατηρούν τα οπτικά του συστήματα στους 37 βαθμούς πάνω από το απόλυτο μηδέν (δηλαδή στους -236°C). Η ευαισθησία του τηλεσκοπίου στο υπέρυθρο φάσμα, θα είναι τόσο μεγάλη ώστε να μπορεί να εντοπίζει αστέρες και γαλαξίες που εκπέμπουν λίγα μόλις φωτόνια ανά ώρα. δηλαδή εκείνους που βρίσκονται εξαιρετικά μακριά στο χώρο και στο χρόνο...

ii) 24ωρη επικοινωνία με τη Γη, ακόμα και αν μπαίνει η Σελήνη στην ευθεία της διακέντρου με τη Γη.



The Two Sides of the Webb Telescope



Δείτε λεπτομέρειες για το τηλεσκόπιο και ακούστε τα σχόλια του αστροφυσικού Παύλου Καστανά: «Το Διαστημικό Τηλεσκόπιο James Webb αναμένεται να φέρει επανάσταση στο χώρο της Αστροφυσικής και της Κοσμολογίας. Θα ανακαλύψει αρχαίους γαλαξίες, θα μελετήσει τη γέννηση νέων άστρων και θα εξετάσει το ενδεχόμενο ύπαρξης ζωής σε άλλους πλανήτες».

Το μεγαλύτερο διαστημικό τηλεσκόπιο της ανθρωπότητας

Ανδρέας Ριζόπουλος