Généralité sur les fonctions numériques

Pr. Latrach Abdelkbir

✍ *Activité* ① :

Soit f la fonction définie par : $f(x) = 2x + 3$.

1) Déterminer l'ensemble de définition de f.
2) Calculer l'image des nombres suivants : 0، 2 و-2.
3) Déterminer les antécédents de 5، 9 et -3.

✍ *Application* ① :

Soit g la fonction définie par : $g(x) = x^2 + ax$ où $a \in R$.

Déterminer a dans les deux suivants :

- L'image de 2 est -2.
- Le nombre 0 est un antécédent de 3.

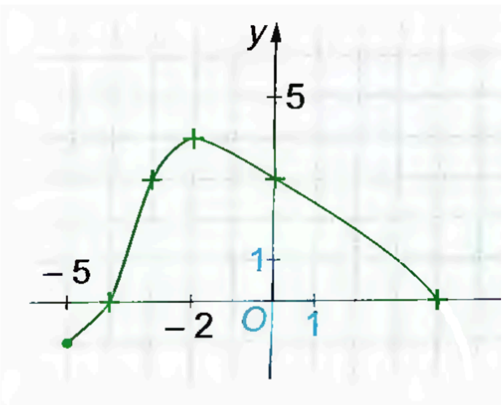
✍ *Application* ② :

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

- $f(x) = 3x^3 - 5x^2 + x + 1$
- $f(x) = \frac{4x+3}{5x-2}$
- $f(x) = 2x^2 + 3x - 1$
- $f(x) = \frac{2x}{x^2-7x+6}$

✍ *Application* ③ :

La figure ci-dessous représente la courbe d'une fonction f.



1) Déterminer l'ensemble de définition de f.
2) Déterminer les images par f des nombres suivants : $-5, -4, -3, -4, 0$ *et* 4.
3) Par f, quels sont les antécédents de $3, 0, -1$ et de 5 ?

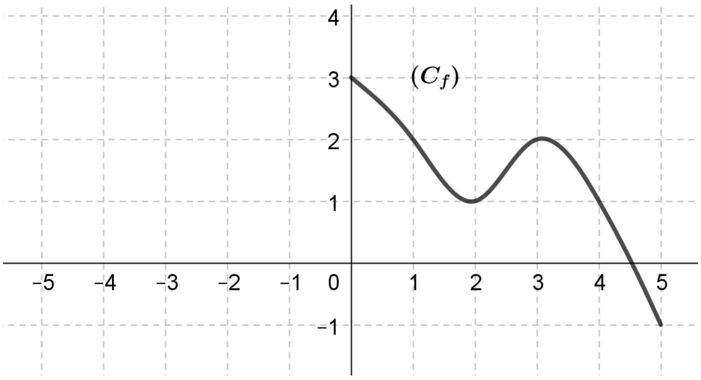
✍ *Application* ④ :

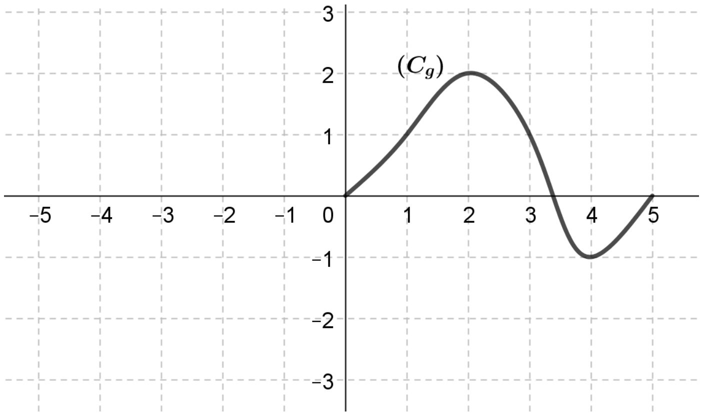
Etudier la parité de fonctions suivantes :

$f(x) = 3x^2 + 5$ ؛ $f(x) = 2x^5 - 3x$ ؛ $f(x) = \frac{x^3}{x^2+4}$

✍ *Application* ⑤ :

Considérons f et g les fonctions définies sur $[-5\,;5]$ par ses courbes respectives (C_f) et (C_g) représentées ci-dessous :





Compléter (C_f) sachant que f est paire et (C_g) sachant que g est impaire.

✍ *Application* ⑥:

Soient f et g deux fonctions définies sur R par :

$f(x) = -2x^2 + 5$ et $g(x) = 2x^2 - 3$.

1) Montrer que f est majorée par 5.
2) Montrer que g est minorée par -3.

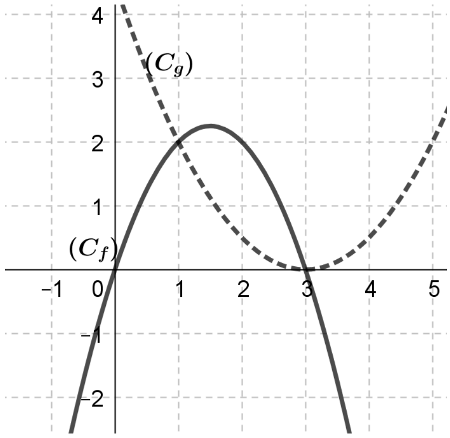
Comparaison de deux fonctions -Interprétation graphique :

Soient f *et* g deux fonctions et D un ensemble inclus dans $D_f \cap D_g$.

- Dire que pour tout $x \in D$: $f(x) > g(x)$ revient à dire que (C_f) est strictement au-dessus de (C_g) sur D.
- Dire que pour tout $x \in D$: $f(x) \leq g(x)$ revient à dire que (C_f) est au-dessous de (C_g) sur D.
- Dire que $f(a) = g(a)$ (avec $a \in D$) revient à dire que (C_f) et (C_g) se coupe au point d'abscisse a

✍ *Application* ⑦ :

Les fonctions f et g sont définies sur IR ; leurs représentations graphiques sont données ci-dessous.



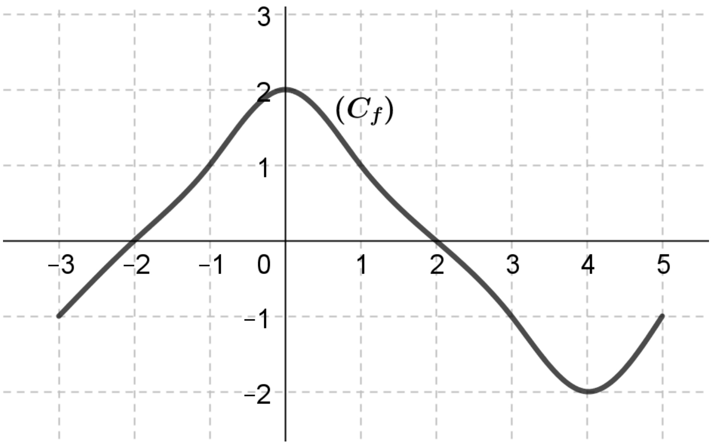
1) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.
2) Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :
   - $f(x) \leq g(x)$.
   - $f(x) > g(x)$.

Remarque :

> Soient f une fonction et $D \subset D_f$ et k un nombre réel.
> Dire que pour tout $x \in D$: $f(x) > k$ revient à dire que (C_f) est strictement au-dessus de la droite d'équation : $y = k$ sur D.
> Dire que pour tout $x \in D$: $f(x) \leq k$ revient à dire que (C_f) est au-dessous de de la droite d'équation : $y = k$ sur D.

✍ *Application* ⑧ :

Considérons f la fonction définie par sa courbe représentée ci-dessous :



1) Donner l'ensemble de définition de f .
2) Résoudre graphiquement les équations $f(x) = 0$ et $f(x) = -1$.
3) Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :
   - $f(x) < 0$.
   - $f(x) \geq 0$.
   - $f(x) > 1$.
   - $f(x) \leq 1$

Remaque :

> Pour comparer deux fonctions f *et* g définies par leurs expressions, on peut étudier le signe de $f(x) - g(x)$ pour $x \in D$.

✍ *Application* ⑨ :

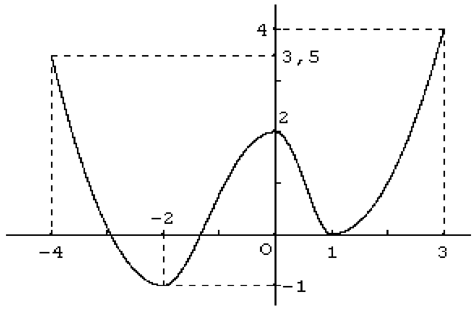
Soient f et g deux fonctions définies sur R par :
$f(x) = x^2$ et $g(x) = 4x - 3$.

1) Donner D_f et D_g.
2) a) Vérifier pour tout $x \in R$ que :
   $f(x) - g(x) = (x - 1)(x - 3)$.

   b) Etudier le signe de $f(x) - g(x)$ sur R puis interpreter graphiquement les résultats.

✍ *Application* ①⓪ :

Dresser le tableau de variation de la fonction f représentée par sa courbe ci-dessous :



✍ *Application* ①① :

Soit f une fonction définie par : $f(x) = x^2 + 2$ sur R.
Montrer que f est croissante sur R^+ et décroissante sur R^-.

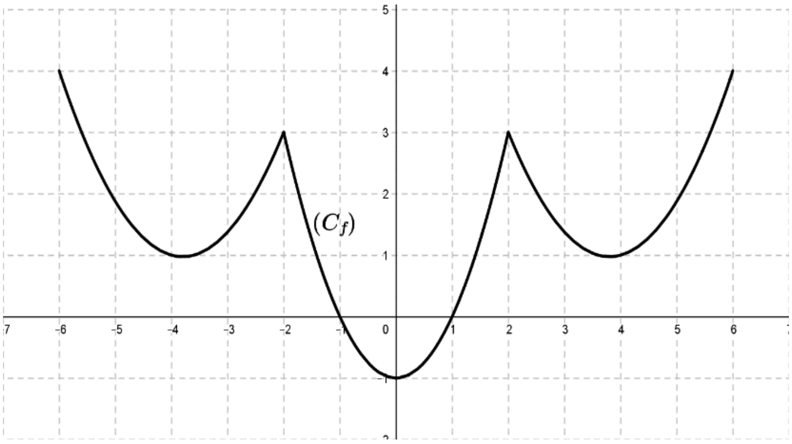
✍ *Application* ①②:

Soit f une fonction définie sur $[-2; 6]$ par son tableau de variations suivant :

x	-2	-1	0	$\frac{4}{3}$	6
$f(x)$	3 ↘	-2 ↗	$\frac{1}{3}$ ↘	-1 ↗	$\frac{5}{6}$

1) Donner l'image -2 et 0 et 6.
2) Déterminer la valeur maximale el la valeur minimale de f sur $[-2; 6]$.
3) Spécifier le nombre de fois où la courbe de f coupe l'axe des abscisses.
4) Déterminer le nombre d'antécédents des nombres :-2 et -1 et 1.

✍ *Exercice* :



Considérons f la fonction définie par sa courbe représentée ci-dessous :

1) Donner D_f.
2) Déterminer la parité de la fonction f.
3) Donner le tableau de variations de f.
4) Déterminer la valeur maximale el la valeur minimale de f sur D_f puis sur $[1; 5]$.
5) Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :
   - $f(x) < 0$.
   - $f(x) \geq 0$.