Περιγράφοντας το ορθογώνιο

Έστω ορθογώνιο τρίγωνο ΑΓΔ με κάθετες πλευρές (ΑΓ)=4cm και (ΓΔ)=3cm σχεδιασμένο σε οριζόντιο λείο επίπεδο, κάθετα στο οποίο επικρατεί ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης Β .Από την κορυφή Α βάλουμε την t_0=0, ένα θετικά φορτισμένο σωματίδιο το οποίο διαγράφει τροχιά περιεγραμμένη του τριγώνου με φορά αντίθετη των δεικτών ρολογιού.

1)Να εξηγήσετε ποια πρέπει να είναι η κατεύθυνση της ταχύτητας που πρέπει να βάλουμε το σωματίδιο και να υπολογίσετε το μέτρο της.

2)Ποια χρονική στιγμή θα περάσει το σωματίδιο από την κορυφή της ορθής γωνίας για 2η φορά.

3)Ποιο το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σωμ/δίου κατά την κίνησή του από το Α μέχρι το Γ.

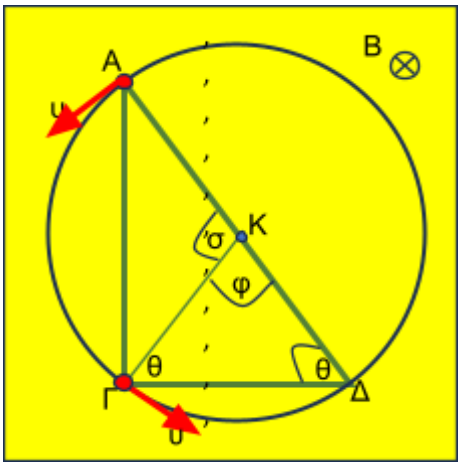
4)α)Με εφαρμογή της προηγούμενης σχέσης να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της ταχύτητας από το Α στο Δ.

β)Ποιες χρονικές στιγμές η μεταβολή της ταχύτητας θα είναι max και ποιές min

Δίδονται : ειδικό φορτίο q/m=10^3 C/Kg , B=2T και αν το ημ γωνίας είναι 0,8 η γωνία προσεγγίζεται στις 54^0

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

1)Βάλλοντας το σωματίδιο μέσα στο ΟΜΠ αυτό θα δεχθεί δύναμη Lorentz κάθετη στην ταχύτητα που θα παίξει το ρόλο της κεντρομόλου για την κυκλική κίνηση και πρέπει η ταχύτητα και η Lorentz να είναι στο οριζόντιο επίπεδο. Η κυκλική τροχιά του σωματιδίου σαν περιεγραμμένη του τριγώνου και με την προϋπόθεση ότι η γωνία $A\hat{\Gamma}\Delta$ είναι ορθή θα βαίνει σε ημιπεριφέρεια με αποτέλεσμα η υποτείνουσα ΑΔ να είναι διάμετρος του κύκλου με κέντρο Κ στο μέσον της. Τελικά η διεύθυνση της ταχύτητας σαν εφαπτόμενη της τροχιάς θα είναι κάθετη στην ΑΔ και η φορά της θα είναι όπως στο σχήμα έτσι ώστε η Lorentz να κατευθύνεται προς το κέντρο Κ.



Από το ορθογώνιο ΑΓΔ έχομε :

$$(A\Delta)^2=(A\Gamma)^2+(\Gamma\Delta)^2=4^2+3^2=25\Rightarrow(A\Delta)=5cm$$

$$\text{Η ακτίνα της τροχιάς } R=\frac{(A\Delta)}{2}\Rightarrow R=2,5cm=2,5\cdot10^{-2}m$$

Γνωρίζουμε ότι $$R=\frac{m\upsilon}{qB}\Rightarrow\upsilon=\frac{q}{m}RB\xrightarrow{SI}\upsilon=10^3\cdot2,5\cdot10^{-2}\cdot2\Rightarrow\upsilon=50m/s$$

2)Για να υπολογίσουμε τη χρονική στιγμή που το σωματίδιο θα περάσει από το Γ για 2η φορά χρειάζεται να υπολογίσουμε την γωνία $A\hat{K}\Gamma=\sigma$

Από το ορθογώνιο ΑΓΔ έχομε : $\eta\mu\theta = \frac{4}{5} = 0,8 \Rightarrow \theta = 54^0$

Το ΓΚΔ είναι ισοσκελές άρα $\mathrm{K\hat{\Gamma}\Delta} = \mathrm{K\hat{\Delta}\Gamma} = \theta = 54^0$

Τότε η $\mathrm{A\hat{K}\Gamma} = \sigma = \theta + \theta = 2 \cdot 54 \Rightarrow \sigma = 108^0$ σαν εξωτερική γωνία στο τρίγωνο ΓΚΔ

Μετατροπή σε rad: $\left| \begin{matrix} 180^0 \to \pi_{rad} \\ 108^0 \to \theta_{rad} \end{matrix} \right\rangle \Rightarrow \theta_{rad} = \frac{108}{180}\pi$

Η κίνηση είναι ομαλή κυκλική άρα η γωνία στροφής είναι ανάλογη του χρόνου. Έτσι η χρονική στιγμή που για 1η φορά το σωματίδιο θα περάσει από το Γ θα υπολογιστεί :

$$\sigma = \omega t_1 \Rightarrow \frac{108}{180}\pi = \frac{2\pi}{\mathrm{T}} t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{108}{360} T \Rightarrow t_1 = \frac{27}{90}\frac{2\pi m}{qB} \Rightarrow t_1 = \frac{27}{45}\frac{m\pi}{qB} \Rightarrow t_1 = \frac{27}{45}\frac{10^{-3}\pi}{2} \Rightarrow$$

$$t_1 = \frac{27}{90}10^{-3}\pi \Rightarrow t_1 = 0,3 \cdot 10^{-3} \cdot 3,14 \Rightarrow t_1 = 0,914 \cdot 10^{-3} s$$

Για την εύρεση της ζητούμενης στιγμής θα προσθέσουμε την διάρκεια μιας στροφής που είναι η περίοδος : $\mathrm{T} = \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2\pi 10^{-3}}{2} = 3,14 \cdot 10^{-3} s$

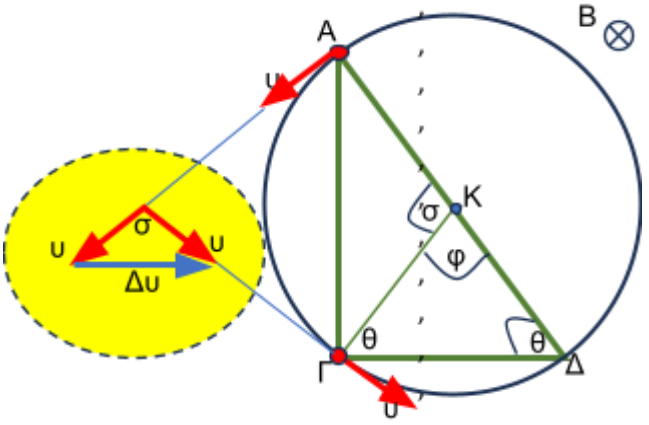
Τελικά : $t = t_1 + T = 0,914 \cdot 10^{-3} + 3,14 \cdot 10^{-3} \Rightarrow t = 4,054 \cdot 10^{-3} s$

Θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε την t σκεπτόμενοι αναλογικά ,χωρίς τη μετατροπή σε rad: $\left| \begin{matrix} 360^0 \to \mathrm{T} \\ \left(108^0 + 360^0\right) \to t \end{matrix} \right\rangle \Rightarrow t = \frac{468}{360} T \quad \kappa\lambda\pi$

3)

$$\Delta\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_\tau - \vec{\upsilon}_\alpha \Rightarrow \vec{\upsilon}_\alpha + \Delta\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_\tau$$

Από το νόμο των συν στο ανυσματικό τρίγωνο:



$$\left(\Delta\upsilon\right)^2 = \upsilon^2 + \upsilon^2 - 2\upsilon \cdot \upsilon \cdot \sigma\upsilon\nu\sigma \Rightarrow$$

$$\Delta\upsilon = \upsilon\sqrt{2\left(1 - \sigma\upsilon\nu\sigma\right)} \Rightarrow$$

$$\Delta\upsilon = 50\sqrt{2\left(1 - \sigma\upsilon\nu\sigma\right)}\frac{m}{s}$$

4)α)Το σωματίδιο θα περάσει από το Δ αφού η γωνία στροφής του γίνει 180^0, άρα:

$$\Delta\upsilon = 50\sqrt{2\left(1-\sigma\upsilon\nu\sigma\right)} \xrightarrow{\sigma=180} \Delta\upsilon = 50\sqrt{2\left(1-\left(-1\right)\right)} \Rightarrow \Delta\upsilon = 100m/s$$

β) Από τη σχέση $\Delta\upsilon = 50\sqrt{2\left(1-\sigma\upsilon\nu\sigma\right)}$ βλέπουμε ότι για να είναι max η Δυ πρέπει το συν σ να γίνει min δηλαδή -1 , οπότε $\sigma=180^0$. Το σωματίδιο λοιπόν θα φτάνει στο Δ τις χρονικές στιγμές :

$$t = \left(2\nu-1\right)\frac{T}{2} = \left(2\nu-1\right)\frac{3,14\cdot10^{-3}}{2} \Rightarrow t = \left(2\nu-1\right)1,57\cdot10^{-3}s \ \ \mu\varepsilon \ \ \nu = 1,2,3...$$

Για είναι min η Δυ πρέπει το συν σ να γίνει max δηλαδή +1 , οπότε $\sigma=360^0$ και οι χρονικές στιγμές θα είναι:

$$t = nT = n3,14\cdot10^{-3} \Rightarrow t = n3,14\cdot10^{-3}s \ \ \mu\varepsilon \ \ n = 1,2,3...$$

Παντελήμων Παπαδάκης
21/02/2024