Câu 49. **[1D5-1.1-2]** **(Chuyên Quang Trung - Bình Phước - L1 - 2018)** Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases} x^2+1, & x\ge 1 \\ 2x, & x<1. \end{cases}$ Mệnh đề **sai** là

A. $f'(1)=2$.

B. f không có đạo hàm tại $x_0=1$.

C. $f'(0)=2$.

D. $f'(2)=4$.

Lời giải

Chọn B.

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^-}\frac{2x-2}{x-1}=2;$$

Ta có $\lim_{x\to 1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{x^2+1-2}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}(x+1)=2.$

Vậy $f'(1^-)=f'(1^+)=f'(1)=2.$ Suy ra hàm số có đạo hàm tại $x_0=1.$ Vậy B sai.

Câu 16. **[1D5-1.1-2]** **(THPT XUÂN HÒA-LẦN 1-2018)** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} \dfrac{3-\sqrt{4-x}}{4} & \text{khi } x\ne 0 \\ \dfrac{1}{4} & \text{khi } x=0 \end{cases}$. Khi đó $f'(0)$ là kết quả nào sau đây?

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{16}$.

C. $\frac{1}{32}$.

D. Không tồn tại.

Lời giải

Chọn B

Với $x\ne 0$ xét:

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{3-\sqrt{4-x}}{4}-\frac{1}{4}}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{2-\sqrt{4-x}}{4x}=\lim_{x\to 0}\frac{4-(4-x)}{4x\left(2+\sqrt{4-x}\right)}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{1}{4\left(2+\sqrt{4-x}\right)}=\frac{1}{4\left(2+\sqrt{4-0}\right)}=\frac{1}{16}\Rightarrow f'(0)=\frac{1}{16}.$$

Câu 11. **[1D5-1.1-2]** **(THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại điểm $x_0=2$. Tìm $\lim_{x\to 2}\frac{2f(x)-xf(2)}{x-2}$.

A. 0.

B. $f'(2)$.

C. $2f'(2)-f(2)$.

D. $f(2)-2f'(2)$.

Lời giải

Chọn C.

Do hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại điểm $x_0=2$ suy ra $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=f'(2)$.

Ta có $I=\lim_{x\to 2}\frac{2f(x)-xf(2)}{x-2}\Leftrightarrow I=\lim_{x\to 2}\frac{2f(x)-2f(2)+2f(2)-xf(2)}{x-2}$

$\Leftrightarrow I=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2\left(f\left(x\right)-f\left(2\right)\right)}{x-2}-\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f\left(2\right)\left(x-2\right)}{x-2}\Leftrightarrow I=2f'\left(2\right)-f\left(2\right)$.

Câu 33: **[1D5-1.1-2] (THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018)** Với a, b thỏa mãn để hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}x^2 & ;khi\ x\ge 1\\ ax+b & ;khi\ x<1\end{cases}$ có đạo hàm tại $x_0=1$. Khi đó giá trị của biểu thức $S=\log_2\left(3a+2b\right)$ bằng?

A. $S=1$. **B.** $S=2$. **C.** $S=3$. **D.** $S=4$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số có đạo hàm tại $x_0=1\Rightarrow$ hàm số liên tục tại $x_0=1$.

$\Rightarrow\lim\limits_{x\to 1^+}f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 1^-}f\left(x\right)=f\left(1\right)\Leftrightarrow 1=a+b\Leftrightarrow b=1-a$.

Khi $b=1-a$ ta có: $f\left(x\right)=\begin{cases}x^2 & ;khi\ x\ge 1\\ ax+1-a & ;khi\ x<1\end{cases}$.

Hàm số có đạo hàm tại $x_0=1\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{f\left(x\right)-f\left(1\right)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{f\left(x\right)-f\left(1\right)}{x-1}$

$\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x^2-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{ax+1-a-1}{x-1}\Leftrightarrow 2=a\Rightarrow b=-1$.

Vậy $S=\log_2\left(3a+2b\right)=\log_2\left(3.2+2.\left(-1\right)\right)=2$.

Câu 34: **[1D5-1.1-2] (THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018)** Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\left(x-1\right)^2 & khi\ x\ge 0\\ -x^2 & khi\ x<0\end{cases}$ có đạo hàm tại điểm $x_0=0$ là?

A. $f'\left(0\right)=0$. **B.** $f'\left(0\right)=1$. **C.** $f'\left(0\right)=-2$. **D.** Không tồn tại.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $f\left(0\right)=1$; $\lim\limits_{x\to 0^+}f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 0^+}\left(x-1\right)^2=1$; $\lim\limits_{x\to 0^-}f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 0^-}\left(-x^2\right)=0$.

Ta thấy $f\left(0\right)=\lim\limits_{x\to 0^+}f\left(x\right)\ne\lim\limits_{x\to 0^-}f\left(x\right)$ nên hàm số không liên tục tại $x_0=0$.

Vậy hàm số không có đạo hàm tại $x_0=0$.

Câu 34: **[1D5-1.1-2] (THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}ax^2+bx & \text{khi } x\ge 1\\ 2x-1 & \text{khi } x<1\end{cases}$. Để hàm số đã cho có đạo hàm tại $x=1$ thì $2a+b$ bằng:

A. 2. **B.** 5. **C.** -2. **D.** -5.

Lời giải

Chọn A.

$\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{2x-1-1}{x-1}=2$;

$\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{ax^2+bx-a-b}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{a(x^2-1)+b(x-1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{(x-1)[a(x+1)+b]}{x-1}$

$=\lim\limits_{x\to 1^+}[a(x+1)+b]=2a+b$

Theo yêu cầu bài toán: $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}\Leftrightarrow 2a+b=2$.

Câu 23. **[1D5-1.1-2] (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Một vật chuyển động với vận tốc $v(t)(\text{m/s})$, có gia tốc $v'(t)=\dfrac{3}{t+1}(\text{m/s}^2)$. Với vận tốc ban đầu của vật là 6m/s. Vận tốc của vật sau 10 giây bằng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

A. 11m/s. **B.** 12m/s. **C.** 13m/s. **D.** 14m/s.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $v(t)=\int\dfrac{3}{t+1}\mathrm{d}t=3\ln|t+1|+C$.

Theo giả thiết ta có $v(0)=6\Leftrightarrow C=6$. Suy ra $v(t)=3\ln|t+1|+6$.

Vận tốc của vật sau 10 giây là $v(10)=3\ln|10+1|+6\approx 13\text{m/s}$.

Câu 22: **[1D5-1.1-2] (CHUYÊN LƯƠNG THẾ VINH ĐỒNG NAI -KỲ 2 LỚP 11-2017)** Số gia Δ_y của hàm số $y=x^2+2x-5$ tại điểm $x_o=1$ là

A. $(\Delta_x)^2+2\Delta_x-5$. **B.** $(\Delta_x)^2-2\Delta_x$.

C. $(\Delta_x)^2-4\Delta_x$. **D.** $(\Delta_x)^2+4\Delta_x$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $\Delta_y=f(1+\Delta_x)-f(1)=(\Delta_x)^2+4\Delta_x$.

Câu 38. **[1D5-1.1-2] (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC -LẦN 1-903-2018)** Cho hàm số $y=x^3+1$ gọi Δx là số gia của đối số tại x và Δy là số gia tương ứng của hàm số, tính $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$.

A. $3x^2-3x.\Delta x+(\Delta x)^3$. **B.** $3x^2+3x.\Delta x+(\Delta x)^2$.

C. $3x^2+3x.\Delta x-(\Delta x)^2$. **D.** $3x^2+3x.\Delta x+(\Delta x)^3$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có :

$\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)=(x+\Delta x)^3+1-(x^3+1)=3x^2.\Delta x+3x.\Delta^2x+\Delta^3x=\Delta x(3x^2+3x.\Delta x+\Delta^2x)$

$$\Rightarrow \frac{\Delta y}{\Delta x} = 3x^2 + 3x.\Delta x + \Delta^2 x = 3x^2 + 3x.\Delta x + \left(\Delta x\right)^2 .$$