

Câu 49. [1D5-1.1-2] (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - L1 - 2018) Cho hàm số

$$y = f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \geq 1 \\ 2x, & x < 1. \end{cases} \text{ Mệnh đề sai là}$$

A. $f'(1) = 2$.

B. f không có đạo hàm tại $x_0 = 1$.

C. $f'(0) = 2$.

D. $f'(2) = 4$.

Lời giải

Chọn B.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x - 2}{x - 1} = 2;$$

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 1 - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x + 1) = 2.$$

Vậy $f'(1^-) = f'(1^+) = f'(1) = 2$. Suy ra hàm số có đạo hàm tại $x_0 = 1$. Vậy B sai.

Câu 16. [1D5-1.1-2] (THPT XUÂN HÒA-LẦN 1-2018) Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3 - \sqrt{4 - x}}{4} & \text{khi } x \neq 0 \\ \frac{1}{4} & \text{khi } x = 0 \end{cases} \text{ . Khi đó } f'(0) \text{ là kết quả nào sau đây?}$$

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{16}$.

C. $\frac{1}{32}$.

D. Không tồn tại.

Lời giải

Chọn B

Với $x \neq 0$ xét:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{3 - \sqrt{4 - x}}{4} - \frac{1}{4}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - \sqrt{4 - x} - 1}{4x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{4 - x}}{4x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 - (4 - x)}{4x(2 + \sqrt{4 - x})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{4(2 + \sqrt{4 - x})} = \frac{1}{4(2 + \sqrt{4 - 0})} = \frac{1}{16} \Rightarrow f'(0) = \frac{1}{16} \end{aligned}$$

Câu 11. [1D5-1.1-2] (THPT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại

$$\text{điểm } x_0 = 2 \text{ . Tìm } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x) - xf(2)}{x - 2} \text{ .}$$

A. 0 . B. $f'(2)$.

C. $2f'(2) - f(2)$.

D. $f(2) - 2f'(2)$.

Lời giải

Chọn C.

Do hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm $x_0 = 2$ suy ra $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2)$.

$$\text{Ta có } I = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x) - xf(2)}{x - 2} \Leftrightarrow I = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x) - 2f(2) + 2f(2) - xf(2)}{x - 2}$$

$$\Leftrightarrow I = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(f(x) - f(2))}{x - 2} - \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(2)(x - 2)}{x - 2} \Leftrightarrow I = 2f'(2) - f(2).$$

Câu 33: [1D5-1.1-2] (THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018) Với a, b thỏa mãn để hàm số

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & ; \text{ khi } x \geq 1 \\ ax + b & ; \text{ khi } x < 1 \end{cases} \text{ có đạo hàm tại } x_0 = 1. \text{ Khi đó giá trị của biểu thức } S = \log_2(3a + 2b) \text{ bằng?}$$

A. $S = 1$.

B. $S = 2$.

C. $S = 3$.

D. $S = 4$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số có đạo hàm tại $x_0 = 1 \Rightarrow$ hàm số liên tục tại $x_0 = 1$.

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Leftrightarrow 1 = a + b \Leftrightarrow b = 1 - a$$

Khi $b = 1 - a$ ta có:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & ; \text{ khi } x \geq 1 \\ ax + 1 - a & ; \text{ khi } x < 1 \end{cases}$$

Hàm số có đạo hàm tại $x_0 = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{ax + 1 - a - 1}{x - 1} \Leftrightarrow 2 = a \Rightarrow b = -1$$

Vậy $S = \log_2(3a + 2b) = \log_2(3 \cdot 2 + 2 \cdot (-1)) = 2$.

Câu 34: [1D5-1.1-2] (THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018) Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & \text{khi } x \geq 0 \\ -x^2 & \text{khi } x < 0 \end{cases} \text{ có đạo hàm tại điểm } x_0 = 0 \text{ là?}$$

A. $f'(0) = 0$.

B. $f'(0) = 1$.

C. $f'(0) = -2$.

D. Không tồn tại.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $f(0) = 1$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x-1)^2 = 1$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (-x^2) = 0$.

Ta thấy $f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ nên hàm số không liên tục tại $x_0 = 0$.

Vậy hàm số không có đạo hàm tại $x_0 = 0$.

Câu 34: [1D5-1.1-2] (THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018) Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & \text{khi } x \geq 1 \\ 2x - 1 & \text{khi } x < 1 \end{cases} \text{ . Để hàm số đã cho có đạo hàm tại } x = 1 \text{ thì } 2a + b \text{ bằng:}$$

A. 2.

B. 5.

C. -2.

D. -5.

Lời giải

Chọn A.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x - 1 - 1}{x - 1} = 2;$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{ax^2 + bx - a - b}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{a(x^2 - 1) + b(x - 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x - 1)[a(x + 1) + b]}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} [a(x + 1) + b] = 2a + b \end{aligned}$$

$$\text{Theo yêu cầu bài toán: } \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \Leftrightarrow 2a + b = 2.$$

Câu 23. [1D5-1.1-2] (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018) Một vật

chuyển động với vận tốc $v(t)$ (m/s), có gia tốc $v'(t) = \frac{3}{t+1}$ (m/s²). Với vận tốc ban đầu của vật là 6m/s. Vận tốc của vật sau 10 giây bằng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

- A. 11m/s. B. 12m/s. C. 13m/s. D. 14m/s.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } v(t) = \int \frac{3}{t+1} dt = 3 \ln|t+1| + C.$$

$$\text{Theo giả thiết ta có } v(0) = 6 \Leftrightarrow C = 6. \text{ Suy ra } v(t) = 3 \ln|t+1| + 6.$$

$$\text{Vận tốc của vật sau 10 giây là } v(10) = 3 \ln|10+1| + 6 \approx 13 \text{ m/s}.$$

Câu 22: [1D5-1.1-2] (CHUYÊN LƯƠNG THẾ VINH ĐỒNG NAI -KỲ 2 LỚP 11-2017) Số gia Δ_y của hàm số $y = x^2 + 2x - 5$ tại điểm $x_0 = 1$ là

- A. $(\Delta_x)^2 + 2\Delta_x - 5$. B. $(\Delta_x)^2 - 2\Delta_x$.
C. $(\Delta_x)^2 - 4\Delta_x$. D. $(\Delta_x)^2 + 4\Delta_x$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \Delta_y = f(1 + \Delta_x) - f(1) = (\Delta_x)^2 + 4\Delta_x.$$

Câu 38. [1D5-1.1-2] (THPT CHUYÊN VINH PHÚC -LẦN 1-903-2018) Cho hàm số $y = x^3 + 1$ gọi

Δx là số gia của đối số tại x và Δy là số gia tương ứng của hàm số, tính $\frac{\Delta y}{\Delta x}$.

- A. $3x^2 - 3x.\Delta x + (\Delta x)^3$. B. $3x^2 + 3x.\Delta x + (\Delta x)^2$.
C. $3x^2 + 3x.\Delta x - (\Delta x)^2$. D. $3x^2 + 3x.\Delta x + (\Delta x)^3$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có :

$$\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x) = (x + \Delta x)^3 + 1 - (x^3 + 1) = 3x^2.\Delta x + 3x.\Delta^2 x + \Delta^3 x = \Delta x(3x^2 + 3x.\Delta x + \Delta^2 x)$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta y}{\Delta x} = 3x^2 + 3x.\Delta x + \Delta^2 x = 3x^2 + 3x.\Delta x + (\Delta x)^2$$