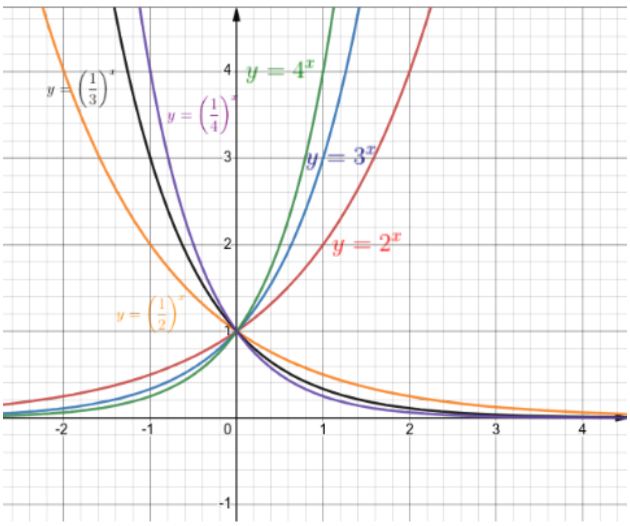
Una funzione esponenziale ha la variabile indipendente che compare a esponente.
Il caso più semplice di funzione esponenziale è del tipo $y=a^x$, dove $a>0$ e $a\neq 1$.
A fianco sono riportati i grafici per $a>1$ e per $0<a<1$.
Tutte le funzioni del tipo $y=a^x$ passano per (0,1) e hanno come asintoto orizzontale l'asse delle x. Sono monotòne e più precisamente se $a>1$ sono crescenti e se $0<a<1$ decrescenti.



Ricaveremo nei prossimi paragrafi la funzione logaritmica $y=\log_a x$ come funzione inversa dell'esponenziale.

Tra le basi utilizzabili ne indichiamo una in particolare: la base e. e è un numero decimale illimitato aperiodico che riveste una grande importanza. Sembra infatti assurdo scegliere un numero così particolare come base avendo a disposizione i semplici numeri naturali.
Ne vedremo comunque l'importanza nel corso degli studi. Per ora ne ricaviamo l'esistenza da un semplice esempio tratto dalla matematica finanziaria.
Consideriamo una somma di denaro di x euro depositata in banca all'interesse dell'1% annuo. Ci chiediamo se sia più vantaggioso avere un interesse semestrale dello 0,5% . Confrontando i due regimi dopo un anno

interesse annuo: $x+\frac{1}{100}x=x\left(1+\frac{1}{100}\right)\ =1,01x$

interesse semestrale: $x+\frac{5}{1000}x=x\left(1+\frac{5}{1000}\right)$dopo un semestre e

$x\left(1+\frac{5}{1000}\right)+x\left(1+\frac{5}{1000}\right)\cdot\frac{5}{1000}=x\left(1+\frac{5}{1000}\right)\left(1+\frac{5}{1000}\right)=x\left(1+\frac{5}{1000}\right)^2=1.010025x$
alla fine dell'anno.
Dunque l'interesse è leggermente maggiore.
Potrei proseguire controllando che l'interesse quadrimestrale dello 0,25% è ancora più vantaggioso. Facendo i calcoli dopo un trimestre $x+\frac{25}{10000}x=x\left(1+\frac{25}{10000}\right)$
e dopo i quattro trimestri che compongono l'anno si ottiene $x\left(1+\frac{25}{10000}\right)^4=1.010037563x$
confermando che suddividendo l'anno in porzioni più piccole l'interesse aumenta.
Ci si può chiedere se continuando a frazionare l'anno, l'interesse aumenterà in modo progressivo oppure questo aumento sarà sempre minore a ogni frazione.

Già si nota che passando dalla suddivisione annua a quella semestrale l'aumento è maggiore che nel passaggio dalla semestrale alla trimestrale.
Per apprezzare meglio i cambiamenti cambiamo dati: consideriamo il capitale di 1 euro e l'interesse (del tutto inverosimile) del 100%. Costruiamo una tabella per confrontare i vari regimi:

suddivisione	interesse	capitale finale
annua	100%	2 euro
semestrale	50%	$(1+0,5)^2$=2,25 euro
trimestrale	25%	$(1+0,25)^4$≃2.44 euro
mensile	$\frac{100}{12}$ %≃8,33%	$\left(1+\frac{1}{12}\right)^{12}$≃2.613035290≃2.61euro
100 parti	1%	$\left(1+\frac{1}{100}\right)^{100}$≃2.704813829
giornaliero	$\frac{100}{365}$%	$\left(1+\frac{1}{365}\right)^{365}$≃2.714567482
1000 parti	0,1%	$\left(1+\frac{1}{1000}\right)^{1000}$≃2.716923932
10000 parti	0,01%	$\left(1+\frac{1}{10000}\right)^{10000}$≃2.718145927
100000 parti	0,001%	$\left(1+\frac{1}{100000}\right)^{100000}$≃2.718268237

Suddividendo ulteriormente l'anno in porzioni sempre più piccole il capitale finale aumenta sempre di più, ma in maniera sempre minore e tende a stabilizzarsi a un valore le cui prime cifre decimali sono 2.718 . Si tratta del numero di Nepero indicato con e. Esso può essere definito come il valore a cui tende la successione di numeri naturali $a_n=\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$, con n che diventa sempre più grande.

Si vedrà nel corso degli studi che la funzione esponenziale $y=e^x$ avrà un posto privilegiato tra le funzioni esponenziali.