

Практичне заняття №5

з курсу «Сигнали і процеси»

Класифікація РТС

1. Всі радіотехнічні системи ділять на два великих класи: пристрої з розподіленими та із зосередженими параметрами.

Пристрої із зосередженими параметрами задовольняють наступній умові: фізичні розміри пристрою набагато менші за робочу довжину хвилі цього пристрою, тобто $l \ll \lambda$.

Для пристроїв з розподіленими параметрами виконується умова: $l \geq \lambda$, тобто фізичні параметри пристрою дорівнюють, або більші за робочу довжину хвилі.

2. Система є лінійною, якщо для неї виконуються наступні умови:

– всі елементи, що входять до системи, мають параметри, які не залежать від зовнішньої сили, тобто є лінійними;

– виконується принцип суперпозиції: реакція системи на суму вхідних впливів дорівнює сумі реакцій системи на ці впливи окремо.

$$T(\overset{\vee}{U}_{BX1} + \overset{\vee}{U}_{BX2}) = \overset{\vee}{U}_{BX1} + \overset{\vee}{U}_{BX2} = \overset{\vee}{U}_{BHX1} + \overset{\vee}{U}_{BHX2}$$

$$T(\alpha \overset{\vee}{U}_{BX}) = \alpha T \overset{\vee}{U}_{BX} = \alpha \overset{\vee}{U}_{BHX}$$

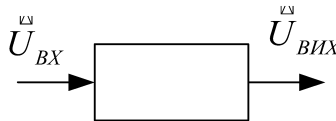


Рис. Схематичне зображення РТС (Т – системний оператор)

Система є нелінійною, якщо ці умови не виконуються.

3. Система є стаціонарною, якщо її вихідна реакція не залежить від того, в який момент часу подається вхідний сигнал. Тобто, якщо

$$\overset{\vee}{U}_{BHX}(t) = \left(\overset{\vee}{U}_{BX}(\cdot) \right),$$

$$\text{то } \overset{\vee}{U}_{BHX}(t \pm t_0) = \left(\overset{\vee}{U}_{BX}(\cdot \pm t_0) \right)$$

при будь-якому t_0 .

Якщо ця умова не виконується, то система є нестаціонарною.

Задача 1.

Визначити, чи є пристроями із зосередженими параметрами, наступні кола:

а) $l = 5$ см, $f = 10$ МГц;

б) $l = 1$ м, $f = 10$ ГГц;

в) $l = 25$ м, $f = 30$ кГц;

Рішення

а) $l = 0,05$ м, $f = 10$ МГц,

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{10 \cdot 10^6} = 0,3 \cdot 10^2 = 30 \text{ м,}$$

$0,05 \text{ м} \ll 30 \text{ м}$, тобто $l \ll \lambda$ – це пристрій із **зосередженими** параметрами.

б) $l = 1$ м, $f = 10$ ГГц,

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{10 \cdot 10^9} = 0,3 \cdot 10^{-1} = 0,03 \text{ м} = 3 \text{ см}$$

$1 \text{ м} = 100 \text{ см} > 3 \text{ см}$, тобто $l > \lambda$ – пристрій з **розподіленими** параметрами.

в) $l = 25$ м, $f = 30$ кГц;

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{30 \cdot 10^3} = \frac{3 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^4} = 1 \cdot 10^4 \text{ м} = 10 \text{ км}$$

$25 \text{ м} \ll 10 \text{ км} = 10000 \text{ м}$, тобто $l \ll \lambda$ – це пристрій із **зосередженими** параметрами.

Задача 2.

Визначити, чи є система на рис. 1 лінійною.

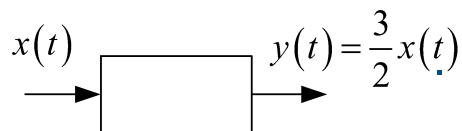


Рис. 1.

Рішення:

Позначимо реакцію на перший вплив $y_1(t) = \frac{3}{2}x_1(t)$,

реакцію на другий вплив $y_2(t) = \frac{3}{2}x_2(t)$.

Сума вихідних сигналів $y_1(t) + y_2(t) = \frac{3}{2}x_1(t) + \frac{3}{2}x_2(t)$.

Якщо вплив на вході $x_3(t) = x_1(t) + x_2(t)$, то на виході

$$y_3(t) = \frac{3}{2}x_3(t) = \frac{3}{2}(x_1(t) + x_2(t)) = \frac{3}{2}x_1(t) + \frac{3}{2}x_2(t) = y_1(t) + y_2(t)$$

Принцип суперпозиції виконується, тобто ця система є **лінійною**.

Задача 3

Визначити, чи є система на рис. 2 лінійною.

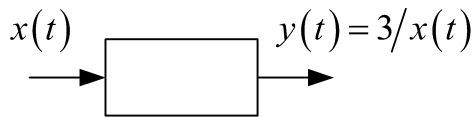


Рис. 2.

Рішення

$$y_1(t) = 3/x_1(t),$$

$$y_2(t) = 3/x_2(t).$$

$$y_1(t) + y_2(t) = \frac{3}{x_1(t)} + \frac{3}{x_2(t)} = 3 \left(\frac{1}{x_1(t)} + \frac{1}{x_2(t)} \right) = 3 \frac{x_2(t) + x_1(t)}{x_1(t)x_2(t)}.$$

$$x_3(t) = x_1(t) + x_2(t),$$

$$y_3(t) = \frac{3}{x_3(t)} = \frac{3}{x_1(t) + x_2(t)},$$

$$y_3(t) \neq y_1(t) + y_2(t).$$

Принцип суперпозиції не виконується, тобто ця система є **нелінійною**.

Задача 4

Визначити, чи є система на рис. 3 лінійною.

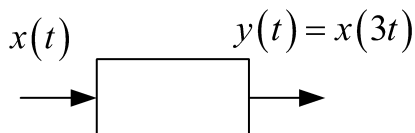


Рис. 3.

Рішення

$$y_1(t) = x_1(3t),$$

$$y_2(t) = x_2(3t).$$

$$y_1(t) + y_2(t) = x_1(3t) + x_2(3t).$$

$$x_3(t) = x_1(t) + x_2(t),$$

$$y_3(t) = x_3(3t) = x_1(3t) + x_2(3t),$$

$$y_3(t) = y_1(t) + y_2(t).$$

Принцип суперпозиції виконується, тобто ця система є **лінійною**.

Задача 5

Визначити, чи є система на рис. 4 лінійною.

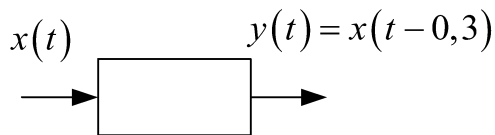


Рис. 4.

Рішення

$$y_1(t) = x_1(t - 0,3),$$

$$y_2(t) = x_2(t - 0,3).$$

$$y_1(t) + y_2(t) = x_1(t - 0,3) + x_2(t - 0,3).$$

$$x_3(t) = x_1(t) + x_2(t),$$

$$y_3(t) = x_3(t - 0,3) = x_1(t - 0,3) + x_2(t - 0,3),$$

$$y_3(t) = y_1(t) + y_2(t).$$

Принцип суперпозиції виконується, тобто ця система є **лінійною**.

Задача 6

Чи буде система, яка виконує перетворення виду $y(t) = x(2t)$

стаціонарною?

Рішення

Нехай $y_1(t) = x_1(2t)$,

а зсунутий вхідний вплив

$$x_2(t) = x_1(t - t_0),$$

тоді

$$y_2(t) = x_2(2t) = x_1(2t - t_0)$$

Зсунутий сигнал на виході $y_1(t - t_0) = x_1(2(t - t_0)) = x_1(2t - 2t_0)$.

Порівняємо $y_1(t - t_0)$ та $y_2(t)$,

отримаємо $x_1(2t - 2t_0) \neq x_1(2t - t_0) \Rightarrow y_1(t - t_0) \neq y_2(t)$.

Зобразимо графічно вхідні та вихідні сигнали.

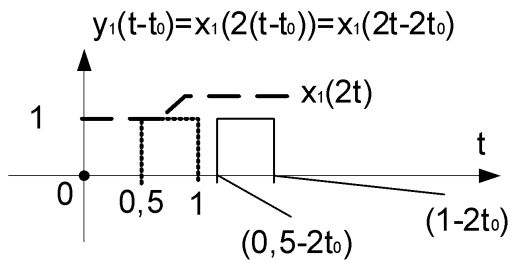
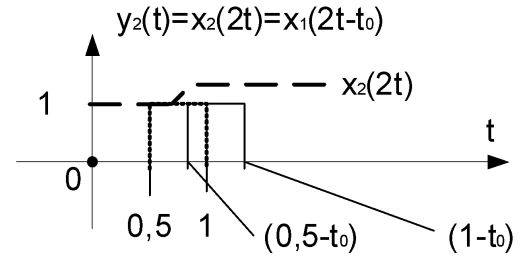
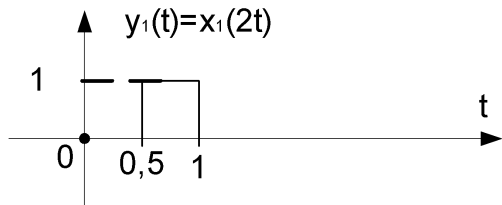
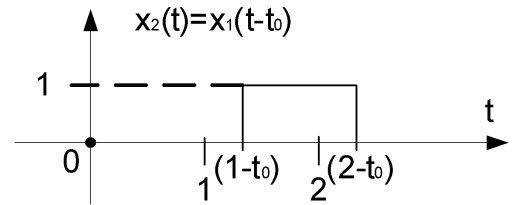
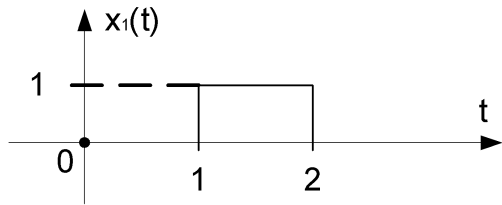


Рис. 5.

Висновок: вихідний сигнал, зсунутий у часі, не дорівнює вихідному сигналу при зсуві у часі вхідного сигналу. Умова стаціонарності не виконується, тобто система **не стаціонарна**.

Задача 7

Чи є система, яка виконує перетворення $y(t) = 2x(t)$ стаціонарною?

Рішення

$$y_1(t) = 2x_1(t)$$

$$x_2(t) = x_1(t - t_0)$$

$$y_2(t) = 2x_2(t) = 2x_1(t - t_0)$$

$$y_1(t - t_0) = 2x_1(t - t_0)$$

Порівняємо $y_1(t - t_0)$ і $y_2(t)$,

отримаємо $2x_1(t - t_0) = 2x_1(t - t_0) \Rightarrow y_1(t - t_0) = y_2(t)$.

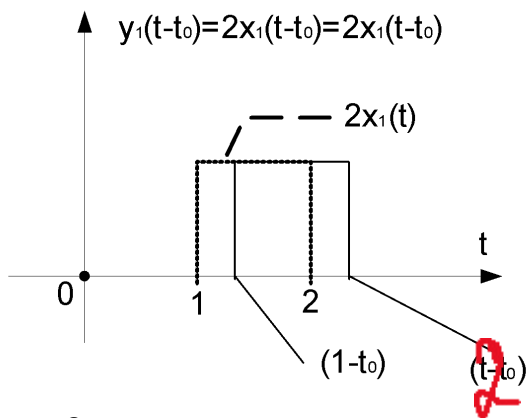
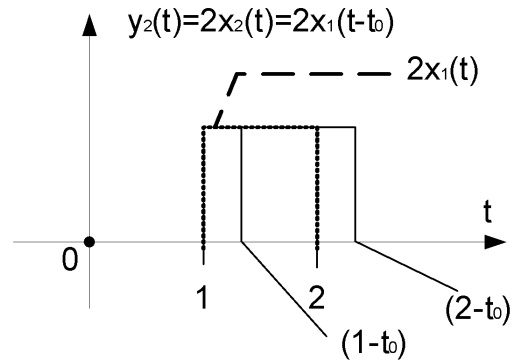
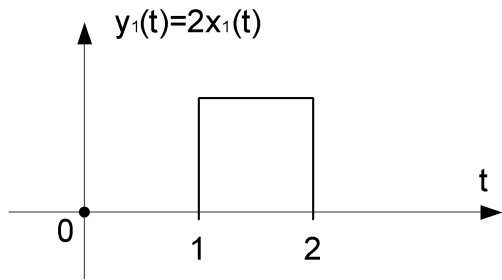
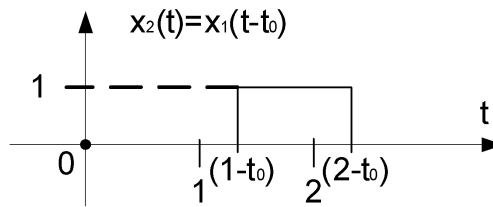
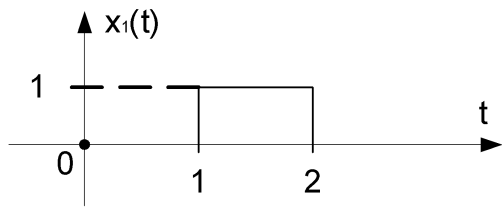


Рис. 6

Вывод: вихідний сигнал, зсунутий у часі, дорівнює вихідному сигналу при зсуві у часі вхідного сигналу. Умова стаціонарності виконується, тобто система **стаціонарна**.