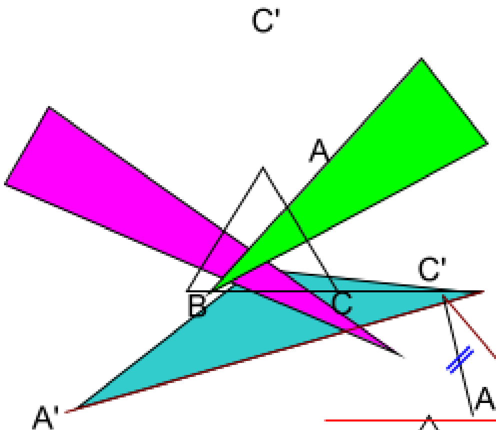


نرمز بـ S : للمساحة

لدينا : $S(A'B'C') = S(ABC) + S(C'CB') + S(B'BA') + S(A'AC')$.

▪ لنحسب $S(C'CB')$ بدلالة $S(ABC)$:

المستقيم $(C'H')$ العمود المتعلق بالقاعدة $[CB']$ للمثلث $C'CB'$

إذن :

$$S(C'CB') = \frac{1}{2} C'H' \times CB'$$

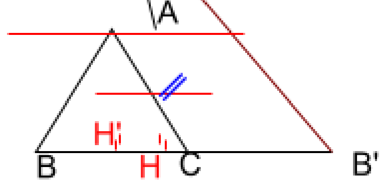
ولدينا :

$$S(ABC) = \frac{1}{2} AH \times BC$$

في المثلث $CC'H'$ لدينا : A منتصف $[CC']$

و $(C'H') // (AH')$ إذن حسب نتائج مبرهنة طاليس لدينا :

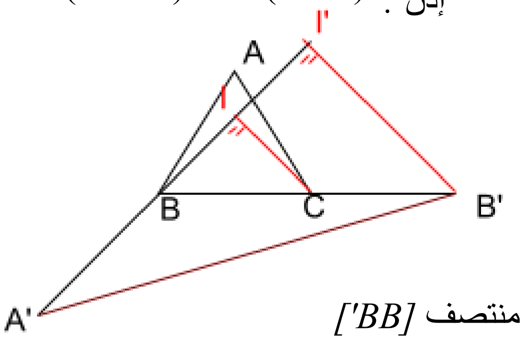
H منتصف $[H'C]$ و $C'H' = 2AH$



وبما أن : $CB' = BC$ فإن :

$$S(C'CB') = \frac{1}{2} 2AH \times CB$$

إذن : $\boxed{S(C'CB') = 2S(ABC)}$



▪ لنحسب $S(BB'A')$ بدلالة $S(ABC)$:

المستقيم $(B'I')$ العمود المتعلق بالقاعدة $[A'B]$ للمثلث $BB'A'$

إذن :

$$S(BB'A') = \frac{1}{2} B'I' \times A'B$$

ولدينا :

$$S(ABC) = \frac{1}{2} CI \times BA$$

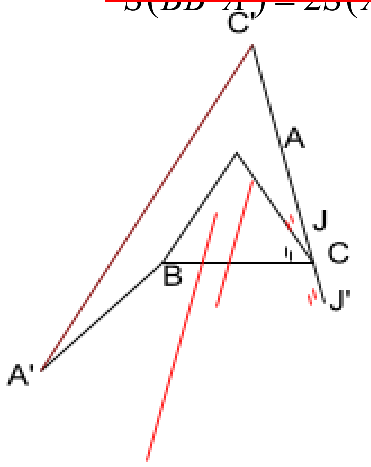
؛ في المثلث $BB'I'$ لدينا : C منتصف $[BB']$

و $(B'I') // (CI)$ إذن حسب نتائج مبرهنة طاليس لدينا : I منتصف $[BI']$ و $B'I' = 2IC$

وبما أن : $BA' = BA$ فإن :

$$S(BB'A') = \frac{1}{2} 2IC \times BA$$

إذن : $\boxed{S(BB'A') = 2S(ABC)}$



▪ لنحسب $S(A'AC')$ بدلالة $S(ABC)$:

المستقيم $(A'J')$ العمود المتعلق بالقاعدة $[C'A]$ للمثلث $A'AC'$

إذن :

$$S(A'AC') = \frac{1}{2} A'J' \times C'A$$

ولدينا :

$$S(ABC) = \frac{1}{2} BJ \times AC$$

في المثلث $AA'J'$ لدينا : B منتصف $[AA']$ و $(A'J') // (BJ)$

إذن حسب نتائج مبرهنة طاليس لدينا : J منتصف $[AJ']$ و $A'J' = 2BJ$

وبما أن : $C'A = AC$ فإن :

$$S(A'AC') = \frac{1}{2} 2BJ \times AC$$

إذن : $\boxed{S(A'AC') = 2S(ABC)}$

خلاصة : $S(A'B'C') = S(ABC) + 2\ S(ABC) + 2\ S(ABC) + 2\ S(ABC)$

أي : $\boxed{S(A'B'C') = 7\ \ S(ABC)}$