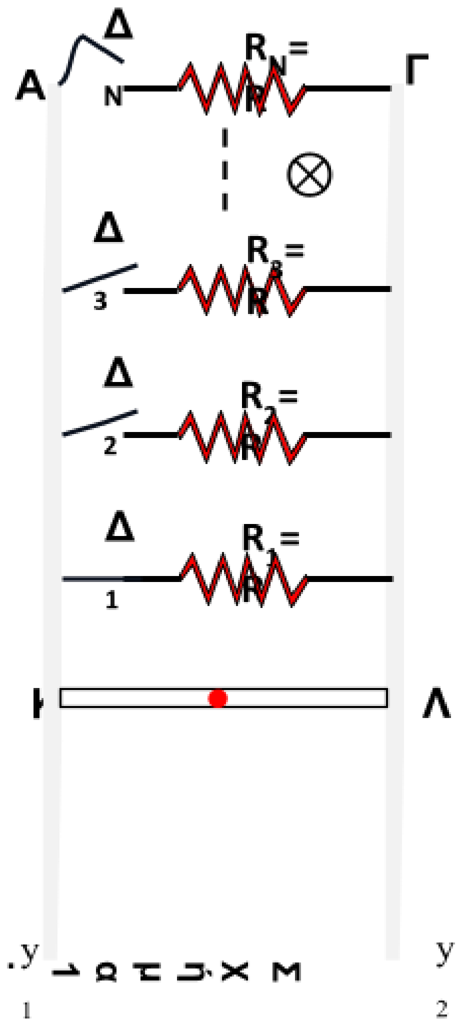
Παράλληλα επιβραδύνεται, σε σειρά επιταχύνεται…

Ένας ομογενής αγωγός ΚΛ μήκους ℓ, μάζας m και μηδενικής ωμικής αντίστασης βρίσκεται σε επαφή με δύο κατακόρυφους μεταλλικούς οδηγούς $Αy_1$ και $Γy_2$ που έχουν μηδενική ωμική αντίσταση. Ο αγωγός ΚΛ μπορεί να κινείται χωρίς τριβές πάνω στους κατακόρυφους μεταλλικούς οδηγούς, εφαπτόμενος διαρκώς σε αυτούς. Σε διάφορα σημεία των αγωγών μέσω διακοπτών μπορούν να συνδεθούν όμοιοι αντιστάτες ωμικής αντίστασης R ο καθένας, παράλληλα μεταξύ τους όπως φαίνεται στο **Σχήμα 1**. Αρχικά ο διακόπτης $Δ_1$ είναι κλειστός και οι υπόλοιποι ανοιχτοί. Στο χώρο των κατακόρυφων οδηγών υπάρχει ομογενές μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ μέτρου έντασης B, κάθετο στο επίπεδο των αγωγών με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

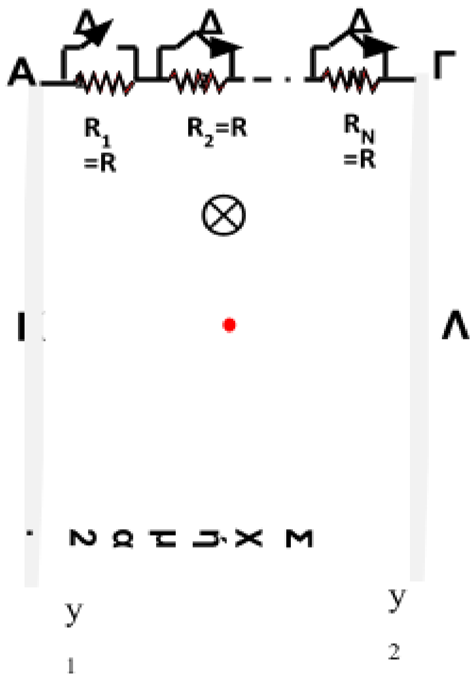


Μια χρονική στιγμή που θεωρούμε t=0 αφήνουμε τον αγωγό ΚΛ να κινηθεί και κάποια χρονική στιγμή t_1 αποκτά οριακή ταχύτητα μέτρου $υ_{ορ1}$. Αμέσως μετά την απόκτηση της οριακής ταχύτητας $υ_{ορ1}$, κλείνουμε τον δεύτερο διακόπτη $Δ_2$ και τη χρονική στιγμή t_2 που ο αγωγός ΚΛ αποκτά οριακή ταχύτητα μέτρου $υ_{ορ,2}$ κλείνουμε τον επόμενο διακόπτη $Δ_3$. Συνεχίζουμε την ίδια διαδικασία, όπου κάθε φορά που ο αγωγός ΚΛ αποκτά σταθερή ταχύτητα κλείνουμε τον επόμενο διακόπτη.

i) Να εκφράσετε την οριακή ταχύτητα που αποκτά ο αγωγός ΚΛ σε συνάρτηση με το πλήθος N των διακοπτών που είναι κλειστοί.

ii) Αν η θερμική ισχύς στον αντιστάτη R_1 όταν είναι κλειστός ο ένας διακόπτης μόνο και ο αγωγός ΚΛ όταν κινείται με την οριακή ταχύτητα $υ_{ορ1}$ είναι $P_{R_1,1}$, ενώ όταν κινείται με την οριακή ταχύτητα $υ_{ορ,N}$ όταν είναι N διακόπτες κλειστοί, είναι αντίστοιχα $P_{R_1,N}$, να βρείτε τον λόγο των ισχύων $\dfrac{P_{R_1,1}}{P_{R_1,N}}$.

iii) Να γίνει ένα ποιοτικό διάγραμμα του ρεύματος που διαρρέει τη ράβδο ΚΛ σε συνάρτηση με το χρόνο μέχρι το κλείσιμο του $4^{ου}$ διακόπτη.



iv) Αν οι αντιστάτες συνδέονταν σε σειρά και αρχικά ήταν όλοι βραχυκυκλωμένοι εκτός από τον πρώτο (**Σχήμα 2**), να απαντήσετε στα ίδια ερωτήματα αν κάθε φορά αμέσως μετά την απόκτηση της οριακής ταχύτητας του αγωγού ΚΛ ανοίγουμε τον επόμενο διακόπτη.

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας g.

Απάντηση

i)

Κάθε φορά που ο αγωγός αποκτά οριακή ταχύτητα η δύναμη του βάρους θα είναι αντίθετη της δύναμης Laplace και το οριακό ρεύμα που διαρρέει τον αγωγό ΚΛ θα είναι το ίδιο παρόλο που αλλάζει η οριακή ταχύτητα.

$$\Sigma\vec{F}=\vec{0}\Rightarrow w-F_L=0\Rightarrow \mathrm{mg}=\mathrm{BI}_{K\Lambda}L\Rightarrow \mathrm{I}_{K\Lambda}=\frac{m\cdot g}{\mathrm{B}\cdot L}\quad \mathbf{(1)}$$

Στον Ν-οστό διακόπτη $R_{o\lambda,N}=\dfrac{R}{N}$

$$I_{K\Lambda}=\frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda,N}}=\frac{B\cdot\upsilon_{o\rho,N}\cdot L}{\frac{R}{N}}\rightarrow I_{K\Lambda}=\frac{B\cdot\upsilon_{o\rho,N}\cdot L\cdot N}{R}\xrightarrow{(1)}\frac{m\cdot g}{B\cdot L}=\frac{B\cdot\upsilon_{o\rho,N}\cdot L\cdot N}{R}\rightarrow$$

$$\upsilon_{o\rho,N}=\frac{R\cdot m\cdot g}{B^2\cdot L^2\cdot N}=\frac{\upsilon_{o\rho,1}}{N}\quad ,\ N\geq 1\ \mathbf{(2)}$$

ii)

Από το πρώτο ερώτημα κάθε φορά που ο αγωγός αποκτά οριακή ταχύτητα το ρεύμα που διαρρέει αυτόν είναι ίδιο και ίσο με $I_{K\Lambda}=\dfrac{m\cdot g}{B\cdot L}=I_{o\rho}$.

Επειδή οι αντιστάτες είναι όμοιοι το ρεύμα που διαρρέει κάθε έναν από αυτούς είναι ίδιο $I_{R_1,N}=\dfrac{I_{K\Lambda}}{N}$.

Όταν είναι κλειστός ο ένας διακόπτης:

$$I_{R_1,1}=I_{o\rho}=\frac{m\cdot g}{B\cdot L}\quad \mathbf{(3)}$$

Μετά το κλείσιμο του Ν-οστού διακόπτη: $I_{R_1,N}=\dfrac{I_{K\Lambda}}{N}=\dfrac{m\cdot g}{N\cdot B\cdot L}$ **(4)**

$$\frac{P_{R_1,1}}{P_{R_1,N}}=\frac{I^2_{R_1,1}\cdot R_1}{I^2_{R_1,N}\cdot R_1}\xrightarrow{(3),(4)}\frac{\left(\frac{m\cdot g}{B\cdot L}\right)^2}{\left(\frac{m\cdot g}{N\cdot B\cdot L}\right)^2}=N^2$$

iii)

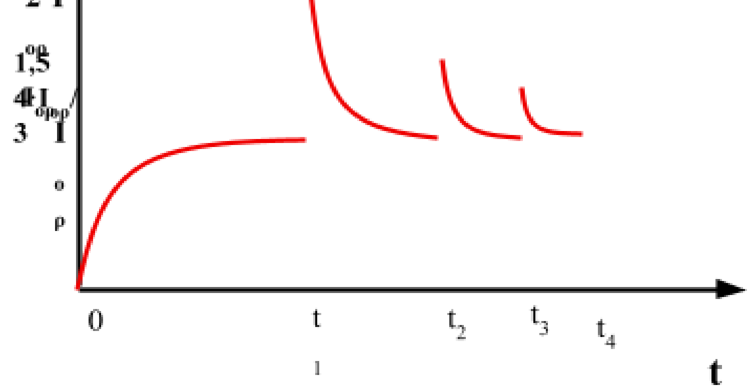
Ο αγωγός κάθε φορά που κλείνει ο διακόπτης επιβραδύνεται μέχρι να αποκτήσει οριακή ταχύτητα στην οποία το ρεύμα που διαρρέει αυτόν στην κατάσταση αυτή είναι πάντα το ίδιο και ίσο με $I_{ΚΛ}=\frac{m\cdot g}{B\cdot L}$.

Το ρεύμα αμέσως μετά το κλείσιμο του Ν-οστού διακόπτη θα έχει τιμή:

$$I_{max,N}=\frac{B\cdot\upsilon_{ορ,(N-1)}\cdot L}{\frac{R}{N}}\xrightarrow{(2)}\frac{B\frac{R\cdot m\cdot g}{B^2\cdot L^2\cdot(N-1)}L}{\frac{R}{N}}=\frac{N\cdot m\cdot g}{B\cdot L\,(N-1)}=I_{ορ}\frac{N}{(N-1)}$$

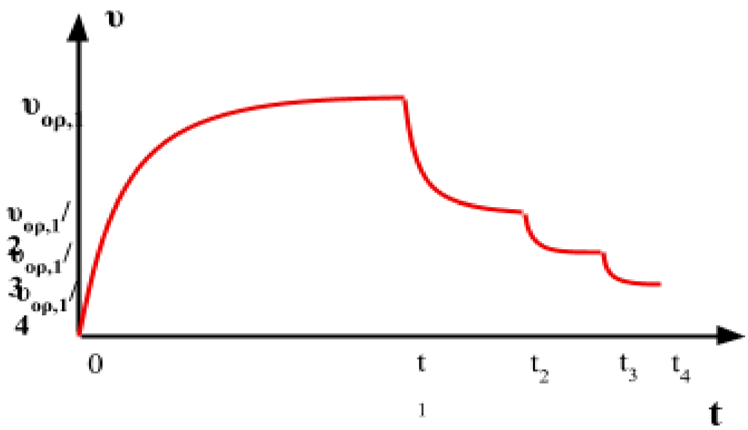
, $N\geq 2$

Μετά από κάθε κλείσιμο ενός διακόπτη το ρεύμα της ράβδου είναι μέγιστο, αλλά κάθε φορά πιο μικρό από το αντίστοιχο επόμενο μέγιστο πλησιάζοντας κάθε φορά όλο και πιο κοντά στο σταθερό ρεύμα $I_{ορ}=\frac{m\cdot g}{B\cdot L}$.



Έτσι κάθε φορά μετά το κλείσιμο του διακόπτη ο αγωγός ξεκινά να επιβραδύνεται με όλο και πιο μικρό μέτρο αρχικής ταχύτητας και με πιο μικρό μέτρο δύναμης Laplace πλησιάζοντας και αυτή πιο κοντά στην τιμή του βάρους.

Το χρονικό διάστημα που θα κινηθεί η ράβδος μέχρι να αποκτήσει το ρεύμα τη σταθερή τιμή $I_{ορ}=\frac{m\cdot g}{B\cdot L}$ είναι όλο και πιο μικρό με μια καλή προσέγγιση σε πέντε σταθερές χρόνου είναι $\Delta t=5\tau=5\frac{m\cdot R_{ολ}}{B^2L^2}=5\frac{m\cdot R}{B^2L^2\cdot N}$



iv)

Από τη σχέση (1) κάθε φορά που ο αγωγός αποκτά οριακή ταχύτητα η δύναμη του βάρους θα είναι αντίθετη της δύναμης Laplace και το οριακό ρεύμα που διαρρέει τον αγωγό ΚΛ θα είναι το ίδιο παρόλο που αλλάζει η οριακή ταχύτητα και η συνολική αντίσταση του κυκλώματος.

$$\Sigma\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow w - F_L = 0 \Rightarrow mg = BI_{ΚΛ}L \Rightarrow I_{ΚΛ} = \frac{m\cdot g}{B\cdot L} \quad \textbf{(1)}$$

Στον N-οστό διακόπτη $R_{ολ,N} = N\cdot R$

$$I_{ΚΛ} = \frac{E_{επ}}{R_{ολ,N}} = \frac{B\cdot \upsilon_{ορ,N}\cdot L}{B\cdot L} \xrightarrow{(1)} \frac{m\cdot g}{N\cdot R} = \frac{B\cdot \upsilon_{ορ,N}\cdot L}{} \rightarrow$$

- $$\upsilon_{ορ,N} = \frac{N\cdot R\cdot m\cdot g}{B^2\cdot L^2\cdot} = N\cdot \upsilon_{ορ,1} \quad , \quad N \geq 1 \ \textbf{(5)}$$

Από το πρώτο ερώτημα κάθε φορά που ο αγωγός αποκτά οριακή ταχύτητα το ρεύμα που διαρρέει αυτόν είναι ίδιο και ίσο με $I_{ΚΛ} = \frac{m\cdot g}{B\cdot L} = I_{ορ}$.
Επειδή οι αντιστάτες είναι συνδεδεμένοι σε σειρά διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα $I_{R_1,N} =$.

- $$\frac{P_{R_1,1}}{P_{R_1,N}} = \frac{I^2_{R_1,1}\cdot R_1}{I^2_{R_1,N}\cdot R_1} = 1$$

- Ο αγωγός κάθε φορά που κλείνει ο διακόπτης επιταχύνεται μέχρι να αποκτήσει οριακή ταχύτητα στην οποία το ρεύμα που διαρρέει αυτόν στην κατάσταση αυτή είναι πάντα το ίδιο και ίσο με $I_{ΚΛ} = \frac{m\cdot g}{B\cdot L}$.
Το ρεύμα αμέσως μετά το κλείσιμο του N-οστού διακόπτη θα έχει τιμή:

$$I_{min,N} = \frac{B\cdot \upsilon_{ορ,(N-1)}\cdot L}{N\cdot R} \xrightarrow{(2)} \frac{B\frac{(N-1)\cdot R\cdot m\cdot g}{B^2\cdot L^2\cdot}L}{N\cdot R} = \frac{m\cdot g}{B\cdot L}\frac{(N-1)}{N} = I\frac{(N-1)}{N} \quad , \quad N \geq 2$$

Μετά από κάθε άνοιγμα ενός διακόπτη το ρεύμα της ράβδου είναι ελάχιστο, αλλά κάθε φορά μεγαλύτερο από το αντίστοιχο προηγούμενο ελάχιστο πλησιάζοντας κάθε φορά όλο και πιο κοντά στο σταθερό ρεύμα $I_{ορ} = \frac{m\cdot g}{B\cdot L}$.

Έτσι κάθε φορά μετά το κλείσιμο του διακόπτη ο αγωγός ξεκινά να επιταχύνεται με όλο και πιο μεγάλο μέτρο αρχικής ταχύτητας και με πιο μεγάλο μέτρο δύναμης Laplace πλησιάζοντας και αυτή πιο κοντά στην τιμή του βάρους.

Το χρονικό διάστημα που θα κινηθεί η ράβδος μέχρι να αποκτήσει το ρεύμα τη σταθερή τιμή $I_{ορ}=\dfrac{m\cdot g}{B\cdot L}$ είναι όλο και πιο μεγάλο με μια καλή προσέγγιση σε πέντε σταθερές χρόνου είναι Δt=5τ= $5\dfrac{m\cdot R_{ολ}}{B^2L^2}=5\dfrac{m\cdot N\cdot R}{B^2L^2}$