3.3 Αναγωγή στο 1ο τεταρτημόριο

ΘΕΜΑ Β

1. (**22002**) Δίνεται ότι $\eta\mu 18^o = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$. Να βρείτε τους ακόλουθους τριγωνομετρικούς αριθμούς, αιτιολογώντας την απάντησή σας.

α) $\sigma\upsilon\nu 72^o$ (Μονάδες 8)

β) $\sigma\upsilon\nu 108^o$ (Μονάδες 9)

γ) $\eta\mu 162^o$ (Μονάδες 8)

2. (**21237**) Δίνεται ότι $$\eta\mu\theta = \frac{\eta\mu\frac{2\pi}{3} - \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3}}{\sigma\upsilon\nu^2\frac{\pi}{4}}$$.

α) Να δείξετε ότι: (i) $\eta\mu\frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. (Μονάδες 5) (ii) $\eta\mu\theta = \sqrt{3}-1$. (Μονάδες 7)

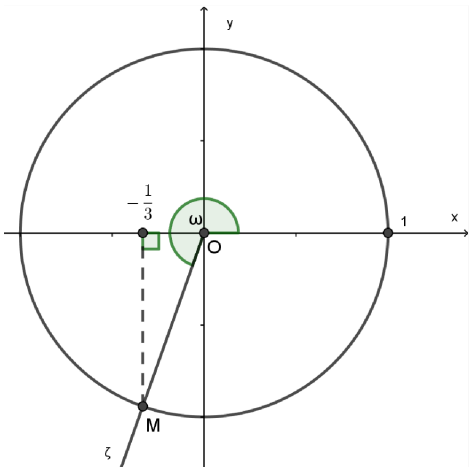
β) Αν για την γωνία θ έχουμε $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, να βρείτε το $\sigma\upsilon\nu\theta$. (Μονάδες 13)

3. (**20942**) Στο παρακάτω σχήμα δίνεται γωνία $\hat{\chi O\zeta} = \omega$ με $\pi < \omega < \frac{3\pi}{2}$.

α) Να αιτιολογήσετε ότι συνω $= -\frac{1}{3}$. (Μονάδες 07)

β) Να υπολογίσετε το ημίτονο και την εφαπτομένη της γωνίας ω. (Μονάδες 10)

γ) Να υπολογίσετε το ημίτονο και το συνημίτονο της γωνίας $\pi - \omega$. (Μονάδες 08)



4. (**20761**) Δίνεται γωνία ω η οποία είναι ίση με -1125^0.

α) Να αποδείξετε ότι η γωνία ω ισούται με $\frac{-25\pi}{4}$ ακτίνια (rad). (Μονάδες 09)

β) Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω. (Μονάδες 16)

5. (**18229**) Έστω θ μια γωνία για την οποία ισχύει $\sigma\upsilon\nu\theta = -\frac{2}{3}$ και $\theta \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$.

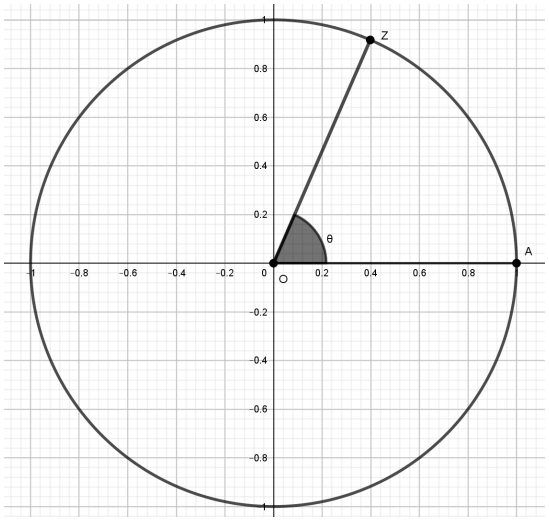
α) Να βρείτε το $\eta\mu\theta$. (Μονάδες 13)

β) Αν $\eta\mu\theta = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$A = \sigma\upsilon\nu(\pi - \theta)\sigma\upsilon\nu(\pi + \theta) - \eta\mu(\pi - \theta)\eta\mu(\pi + \theta)$.

(Μονάδες 12)

6. (**17936**) Στον παρακάτω τριγωνομετρικό κύκλο δίνεται η γωνία $A\hat{O}Z = \theta$.



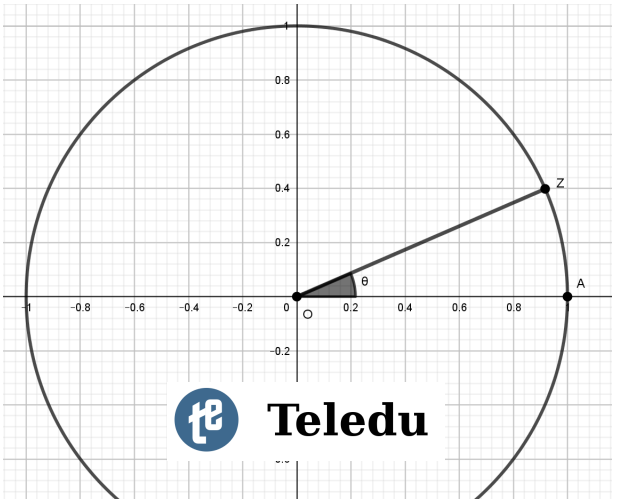
α) Να μεταφέρετε τον κύκλο στην κόλλα σας και να φέρετε σε αυτόν τις τελικές πλευρές των γωνιών $3\pi + \theta$ και $\frac{\pi}{2} + \theta$. (Μονάδες 9)

β) (i) Να αιτιολογήσετε γιατί $\sigma\upsilon\nu\theta = 0,4$. (Μονάδες 7)

(ii) Με χρήση του βi) ή με όποιον άλλο τρόπο θέλετε να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς:

$\sigma\upsilon\nu(3\pi + \theta)$ και $\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$. (Μονάδες 9)

7. (**17933**) Στον παρακάτω τριγωνομετρικό κύκλο δίνεται η γωνία $A\hat{O}Z = \theta$.



Teledu

α) Να μεταφέρετε τον κύκλο στην κόλλα σας και να φέρετε σε αυτόν τις τελικές πλευρές των γωνιών $3\pi+\theta$ και $4\pi-\theta$. (Μονάδες 9)

β) (i) Να αιτιολογήσετε γιατί $\eta\mu\theta=0,4$. (Μονάδες 7)

(ii) Με χρήση του βi) ή με όποιον άλλο τρόπο θέλετε να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς: $\eta\mu(3\pi+\theta)$ και $\eta\mu(4\pi-\theta)$.

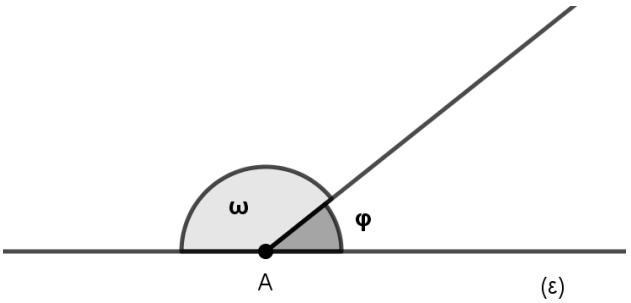
(Μονάδες 9)

8. (**15999**) Δίνεται η παράσταση $A=\sigma\upsilon\nu 2\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)-\eta\mu(\pi+\theta)$.

α) Να αποδείξετε ότι $A=\eta\mu\theta$. (Μονάδες 12)

β) Να βρείτε την τιμή της παράστασης Α, όταν $\theta\in\left(\frac{3\pi}{2},2\pi\right)$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=\frac{12}{13}$. (Μονάδες 13)

9. (**15652**) Δίνεται $\eta\mu\varphi=\frac{3}{5}$, όπου φ η οξεία γωνία που σχηματίζεται με κορυφή το σημείο A της ευθείας (ε) του παρακάτω σχήματος.



α) Να βρείτε το συνημίτονο της γωνίας φ. (Μονάδες 13)

β) Να βρείτε το ημίτονο και το συνημίτονο της αμβλείας γωνίας ω. (Μονάδες 12)

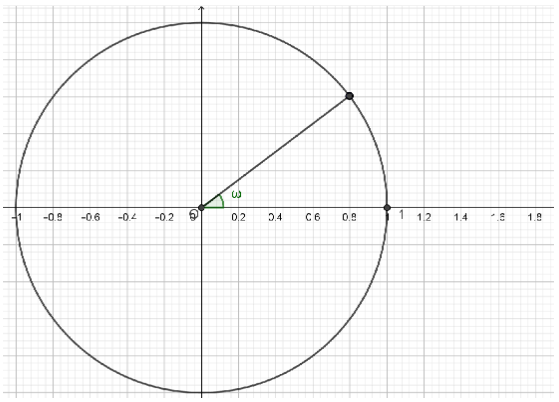
10. (**15266**) Στο διπλανό σχήμα δίνεται ο τριγωνομετρικός κύκλος και οι γωνίες θ και $-\theta$.

α) Να αιτιολογήσετε γιατί $\sigma\upsilon\nu\theta=\frac{3}{5}$. (Μονάδες 8)

β) Να βρείτε το $\eta\mu\theta$. (Μονάδες 9)

γ) Να βρείτε το ημίτονο και το συνημίτονο της γωνίας –θ. (Μονάδες 8)

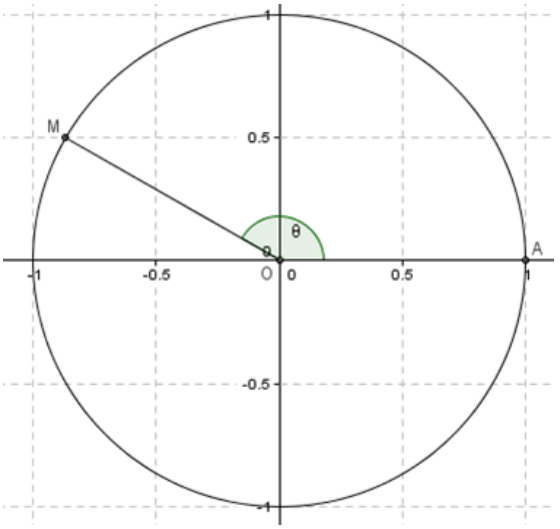
11. (**15193**) Στον παρακάτω τριγωνομετρικό κύκλο σχεδιάσαμε γωνία $\hat{\omega}$, με $συνω = 0,8$.



α) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας το σχήμα και να σχεδιάσετε τις γωνίες στο διάστημα $[0,2\pi]$, των οποίων το συνημίτονο είναι $-0,8$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 12)

β) Να βρείτε την σχέση των γωνιών που βρήκατε στο α) ερώτημα με την γωνία $\hat{\omega}$. (Μονάδες 13)

12. (**15060**) Στον τριγωνομετρικό κύκλο του σχήματος θεωρούμε το σημείο $M\left(x,\frac{1}{2}\right)$ και τη γωνία θ με $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$ η οποία έχει αρχική πλευρά την ΟΑ και τελική την ΟΜ.



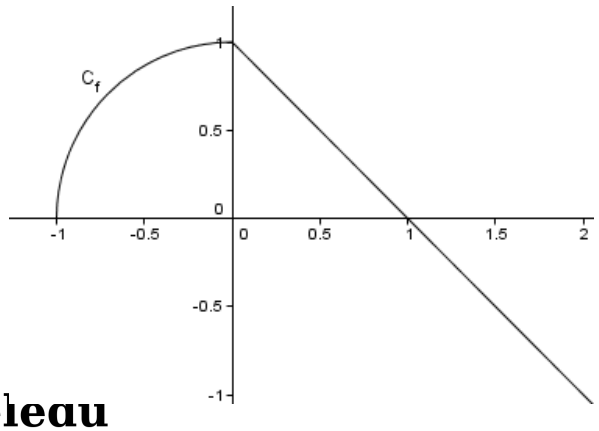
α) Να αιτιολογήσετε γιατί ισχύει $ημθ=\frac{1}{2}$. (Μονάδες 5)

β) Να βρείτε το συνημίτονο της γωνίας θ. (Μονάδες 9)

γ) Να βρείτε τη γωνία θ. (Μονάδες 11)

ΘΕΜΑ Δ

13. (**18231**) Έστω $f:[-1,+\infty)\to\mathbb{R}$ μια συνάρτηση της οποίας η γραφική παράσταση C_f φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



α) Να βρείτε τη μονοτονία και τη μέγιστη τιμή της. (Μονάδες 5)

β) Να συγκρίνετε τους αριθμούς

$$f\left(-\frac{3}{5}\right), f\left(-\frac{5}{9}\right)$$

(Μονάδες 7)

γ) Αν ο τύπος της συνάρτησης είναι

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{1-x^2}, & -1\le x\le 0\\ 1-x, & x>0\end{cases}$$

, να βρείτε τους αριθμούς $f(\sigma\upsilon\nu 120^\circ), f(\eta\mu 120^\circ)$ (Μονάδες 8)

δ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x)=f(x-2), x\ge 1$. (Μονάδες 5)