

3.3 Αναγωγή στο 1^ο τεταρτημόριο

ΘΕΜΑ Β

1. (22002) Δίνεται ότι $\eta\mu 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$. Να βρείτε τους ακόλουθους τριγωνομετρικούς αριθμούς, αιτιολογώντας την απάντησή σας.

α) $\sigma\upsilon\nu 72^\circ$ (Μονάδες 8)

β) $\sigma\upsilon\nu 108^\circ$ (Μονάδες 9)

γ) $\eta\mu 162^\circ$ (Μονάδες 8)

$$\eta\mu\theta = \frac{\eta\mu \frac{2\pi}{3} - \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{3}}{\sigma\upsilon\nu^2 \frac{\pi}{4}}$$

2. (21237) Δίνεται ότι

α) Να δείξετε ότι: (i) $\eta\mu \frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. (Μονάδες 5) (ii) $\eta\mu\theta = \sqrt{3} - 1$. (Μονάδες 7)

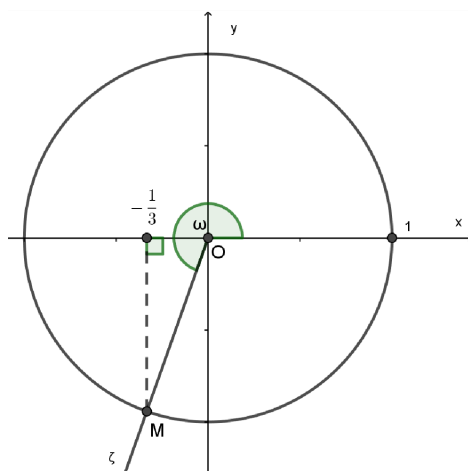
β) Αν για την γωνία θ έχουμε $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, να βρείτε το $\sigma\upsilon\nu\theta$. (Μονάδες 13)

3. (20942) Στο παρακάτω σχήμα δίνεται γωνία $\hat{\chi O \zeta} = \omega$ με $\pi < \omega < \frac{3\pi}{2}$.

α) Να αιτιολογήσετε ότι $\sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{1}{3}$. (Μονάδες 07)

β) Να υπολογίσετε το ημίτονο και την εφαπτομένη της γωνίας ω . (Μονάδες 10)

γ) Να υπολογίσετε το ημίτονο και το συνημίτονο της γωνίας $\pi - \omega$. (Μονάδες 08)



4. (20761) Δίνεται γωνία ω η οποία είναι ίση με -1125° .

α) Να αποδείξετε ότι η γωνία ω ισούται με $\frac{-25\pi}{4}$ ακτίνια (rad). (Μονάδες 09)

β) Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω . (Μονάδες 16)

5. (18229) Έστω θ μια γωνία για την οποία ισχύει $\sin \theta = -\frac{2}{3}$ και $\theta \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$.

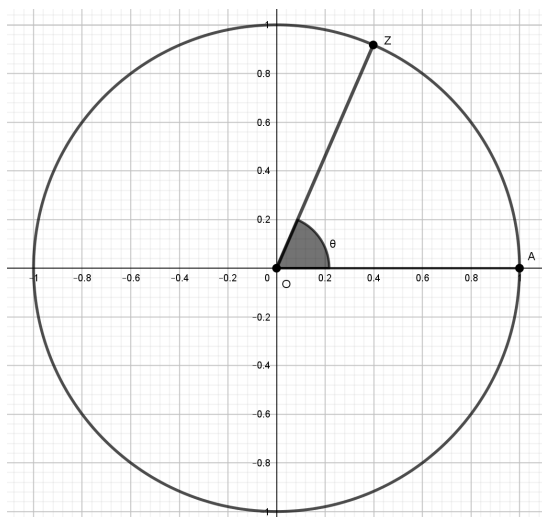
α) Να βρείτε το $\eta\mu\theta$. (Μονάδες 13)

β) Αν $\eta\mu\theta = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$\sin(\pi - \theta) - \cos(\pi - \theta) - \eta\mu(\pi - \theta) - \cos(\pi - \theta)$$

(Μονάδες 12)

6. (17936) Στον παρακάτω τριγωνομετρικό κύκλο δίνεται η γωνία $\angle AOZ = \theta$.



α) Να μεταφέρετε τον κύκλο στην κόλλα σας και να φέρετε σε αυτόν τις τελικές πλευρές των γωνιών $3\pi + \theta$

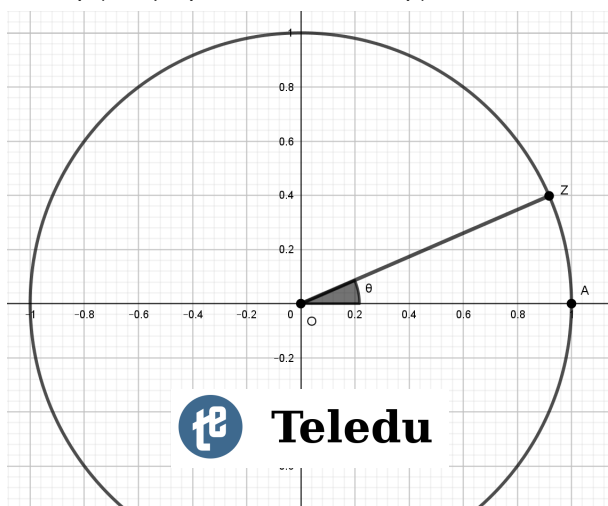
και $\frac{\pi}{2} + \theta$. (Μονάδες 9)

β) (i) Να αιτιολογήσετε γιατί $\sin \theta = 0,4$. (Μονάδες 7)

(ii) Με χρήση του βι) ή με όποιον άλλο τρόπο θέλετε να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς:

$\sin(3\pi + \theta)$ και $\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$. (Μονάδες 9)

7. (17933) Στον παρακάτω τριγωνομετρικό κύκλο δίνεται η γωνία $\angle AOZ = \theta$.



α) Να μεταφέρετε τον κύκλο στην κόλλα σας και να φέρετε σε αυτόν τις τελικές πλευρές των γωνιών $3\pi + \theta$ και $4\pi - \theta$. (Μονάδες 9)

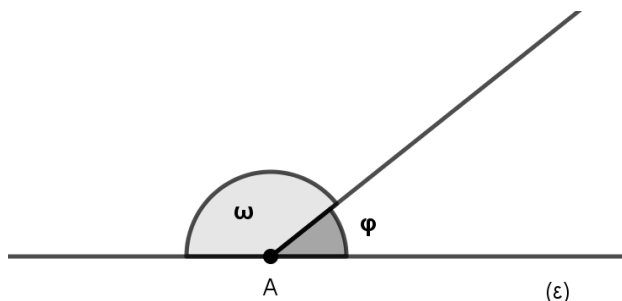
β) (i) Να αιτιολογήσετε γιατί $\eta\mu\theta = 0,4$. (Μονάδες 7)
(ii) Με χρήση του βι) ή με όποιον άλλο τρόπο θέλετε να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς:
 $\eta\mu(3\pi + \theta)$ και $\eta\mu(4\pi - \theta)$.
(Μονάδες 9)

8. (15999) Δίνεται η παράσταση $A = 2\left(\theta - \frac{\pi}{2} - \eta\mu\theta\right)$.

α) Να αποδείξετε ότι $A = \eta\mu\theta$. (Μονάδες 12)

β) Να βρείτε την τιμή της παράστασης A, όταν $\theta \in \left(\frac{\pi}{2}, 2\pi\right)$ και $\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{12}{13}$. (Μονάδες 13)

9. (15652) Δίνεται $\eta\mu\varphi = \frac{3}{5}$, όπου φ η οξεία γωνία που σχηματίζεται με κορυφή το σημείο A της ευθείας (ε) του παρακάτω σχήματος.



α) Να βρείτε το συνημίτονο της γωνίας φ . (Μονάδες 13)

β) Να βρείτε το ημίτονο και το συνημίτονο της αμβλείας γωνίας ω . (Μονάδες 12)

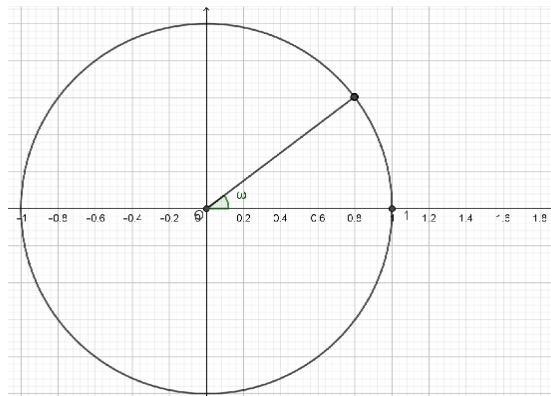
10. (15266) Στο διπλανό σχήμα δίνεται ο τριγωνομετρικός κύκλος και οι γωνίες θ και $-\theta$.

α) Να αιτιολογήσετε γιατί $\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{3}{5}$. (Μονάδες 8)

β) Να βρείτε το $\eta\mu\theta$. (Μονάδες 9)

γ) Να βρείτε το ημίτονο και το συνημίτονο της γωνίας $-\theta$. (Μονάδες 8)

11. (15193) Στον παρακάτω τριγωνομετρικό κύκλο σχεδιάσαμε γωνία $\hat{\omega}$, με $\sigma\upsilon\nu\omega = 0,8$.

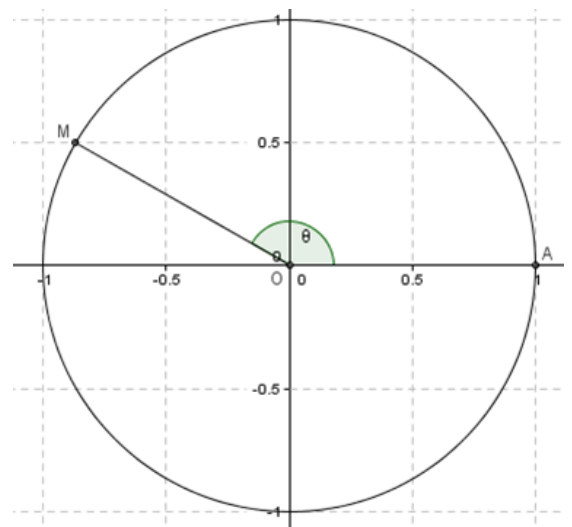


- α) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας το σχήμα και να σχεδιάσετε τις γωνίες στο διάστημα $[0, 2\pi]$, των οποίων το συνημίτονο είναι $-0,8$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 12)
- β) Να βρείτε την σχέση των γωνιών που βρήκατε στο α) ερώτημα με την γωνία $\hat{\omega}$. (Μονάδες 13)

12. (15060) Στον τριγωνομετρικό κύκλο του σχήματος

θεωρούμε το σημείο $M\left(x, \frac{1}{2}\right)$ και τη γωνία θ με $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ η οποία έχει αρχική πλευρά την OA και τελική την OM.

- α) Να αιτιολογήσετε γιατί ισχύει $\eta\mu\theta = \frac{1}{2}$. (Μονάδες 5)
- β) Να βρείτε το συνημίτονο της γωνίας θ . (Μονάδες 9)
- γ) Να βρείτε τη γωνία θ . (Μονάδες 11)



ΘΕΜΑ Δ

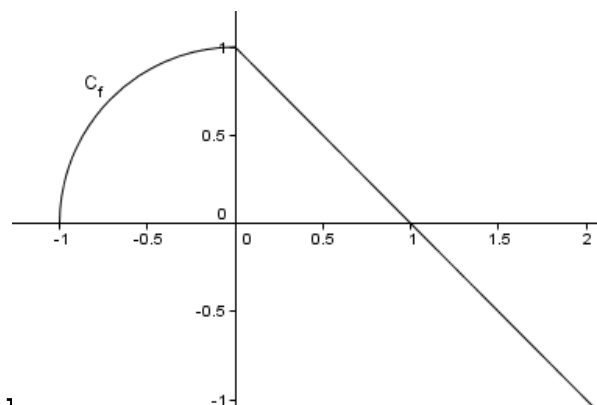
13. (18231) Έστω $f: [-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ μια

συνάρτηση της οποίας η γραφική παράσταση C_f

φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

- α) Να βρείτε τη μονοτονία και τη μέγιστη τιμή της.

(Μονάδες 5)



β) Να συγκρίνετε τους αριθμούς

$$f\left(-\frac{3}{5}\right), f\left(-\frac{5}{9}\right)$$

(Μονάδες 7)

γ) Αν ο τύπος της συνάρτησης είναι

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2}, & -1 \leq x \leq 0 \\ 1-x, & x > 0 \end{cases}$$

, να βρείτε τους αριθμούς $f(\sin 120^\circ)$, $f(\cos 120^\circ)$

(Μονάδες 8)

δ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = f(x-2)$, $x \geq 1$.

(Μονάδες 5)