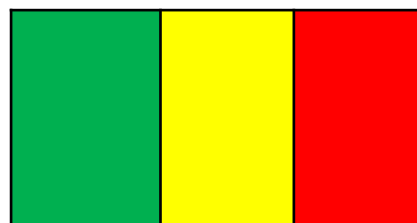


Un Peuple – Un But – Une Foi

Direction Nationale de l'Enseignement
Supérieur et de la Recherche Scientifique



ECOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE BAMAKO (ENSUP)

Département de Physique-Chimie

Option : Physique

Prof chargé du Cours : Dr Abdoulaye COULIBALY

UE : RELATIVITE RESTREINTE

Exposé SUR RELATIVITE RESTREINTE

Thème : DYNAMIQUE RELATIVISTE

Ensup
*École Normale
et Supérieure
de Bamako*

Groupe 5:

N° Matricule	Nom	Prénom	Parcours
15N1F15986K	TABOURE	SITAN FOUNE	M2 Physique
14Q1M14487Z	COULIBALY	ABOUBACAR	M2 Physique
13R1M08726A	DJIRE	MOHAMED	M2 Physique

PLAN

Introduction

**Quantité de mouvement relativiste :
formule de transformation**

Masse et énergie relativiste

**Relation fondamentale de la dynamique
relativiste**

INTRODUCTION

La physique s'occupe de la matière, de son mouvement et des causes de ce dernier. En mécanique newtonienne, les trois grandeurs que sont la quantité de mouvement ($\vec{P}$), l'énergie (E) et le moment cinétique ($\vec{L}$), obéissent chacune à un principe de conservation. On peut démontrer mathématiquement que toutes les lois de la dynamique sont équivalentes à cet ensemble de trois lois de conservation.

En relativité restreinte cependant, où les vitesses peuvent être proche de celle de la lumière dans le vide (c), les expériences montrent que ces trois grandeurs ($\vec{P}$, E , $\vec{L}$) telles que définies en mécanique newtonienne, ne sont plus conservées dans des phénomènes faisant intervenir des vitesses élevées (par exemple dans les collisions rapides). Il faut donc choisir : abandonner l'expression newtonienne de ces trois grandeurs ($\vec{P} = m\vec{v}$, $E = \frac{1}{2}mv^2$, $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$) et maintenir les principes de conservation ou alors, maintenir les définitions newtoniennes de $\vec{P}$, E et $\vec{L}$ et abandonner les principes de conservation. Les principes de conservations sont si féconds en physique que c'est leur maintien (le premier choix) qui a historiquement (et fructueusement) été retenu. Plus précisément, Einstein et d'autres ont cherché de nouvelles expressions de la quantité de mouvement et de l'énergie qui satisfassent les principes de conservation.

Quantité de mouvement relativiste Formulaire de transformation

Supposons qu'un nombre d'observateurs, tous se trouvant dans leur référentiel, regardant la collision de deux particules entre elles. En mécanique classique, nous avons vu cela, même si les observateurs mesurent différentes vitesses pour la collision des particules, ils

trouveront tous que la loi de conservation de la quantité de mouvement est vérifiée. C'est-à-dire qu'ils trouvent que la quantité de mouvement totale du système de particule est la même que celle d'avant la collision.

Comment cette question est affectée par la relativité. Nous constatons que si nous continuons de définir la quantité de mouvement P d'une particule comme $m\vec{v}$, le produit de sa masse et de sa vitesse, la quantité de mouvement totale n'est pas conservée pour des observateurs situés dans des référentiels différents. Nous avons deux choix :

- ✓ **Abandonner la loi de conservation de la quantité de mouvement ou ;**
- ✓ **Redéfinir la quantité de mouvement de telle sorte que sa loi de conservation reste valable**

Le choix correct est le second.

Considérons une particule se déplaçant avec une vitesse v dans la direction positive de l'axe des abscisses x . classiquement sa quantité de mouvement est :

$$p = mv = m \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

où Δx est la distance parcourue pendant le temps Δt .

Pour trouver l'expression relativiste de la quantité de mouvement, nous commencerons par la nouvelle définition :

$$p = m \frac{\Delta x}{\Delta t_0}$$

Ici, comme ci-dessus, Δx est la distance parcourue par une particule mobile lorsqu'elle est observée par un observateur. Cependant, Δt_0 est le temps nécessaire pour parcourir cette distance. Il est mesuré non pas par un observateur regardant la particule en mouvement mais par un observateur se déplaçant avec la particule. La particule est en phase avec ce second observateur d'où ce temps mesuré est le temps propre.

En utilisant la formule de la dilatation du temps, $\Delta t = \gamma \Delta t_0$, nous pouvons ensuite écrire

$$p = m \frac{\Delta x}{\Delta t_0} = m \frac{\Delta x}{\Delta t} \times \frac{\Delta t}{\Delta t_0} = m \frac{\Delta x}{\Delta t} \gamma$$

Cependant, $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ est juste la vitesse de la particule notée v , nous avons :

$$p = \gamma m v$$

Notez que celle-ci diffère de la formule classique seulement par la présence du facteur de Lorentz. Cependant cette différence est importante : contrairement à la quantité de mouvement classique, la quantité de mouvement relativiste approche une valeur infinie de v telle que v approche c . Nous pouvons généraliser la définition de la quantité de mouvement relativiste sous forme de vecteur :

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v}$$

Cette équation donne la définition correcte de la quantité de mouvement pour toutes les vitesses physiquement possibles. Pour une vitesse moins grande que c , l'équation est réduite à la définition classique de la quantité de mouvement $p = mv$.

Masse – Energie relativiste

La science chimique était initialement développée avec l'hypothèse que les réactions chimiques, énergie et masse sont conservées séparément. En 1905, Einstein démontra comme conséquence de sa théorie de relativité spéciale que la masse peut être considérée comme une autre forme d'énergie. Alors la loi de conservation de l'énergie est véritablement la loi de conservation de la masse – énergie.

Dans une réaction chimique, la quantité de masse convertie sous forme d'énergie est comme une minuscule fraction de la masse totale impliquée de telle sorte qu'il n'ait aucun espoir de mesurer cette masse convertie avec la même balance du laboratoire. Masse et énergie semblent véritablement être conservées séparément. Cependant dans une réaction nucléaire, l'énergie libérée est souvent

un million de fois plus grand que dans une réaction chimique, et la masse convertie peut facilement être mesurée.

Une masse m d'un objet et son équivalent d'énergie E_0 sont liées par :

$$E_0 = mc^2$$

Energie totale

L'équation ci-dessus donne pour n'importe quel objet la masse-énergie E_0 qui est associée avec la masse m de l'objet indépendamment que l'objet soit au repos ou en mouvement. Si l'objet est en déplacement, il y'a une énergie qui s'ajoute à la masse-énergie appelée énergie cinétique K . Si nous supposons que l'énergie potentielle de l'objet est nulle, alors son énergie totale E est la somme de sa masse-énergie et son énergie cinétique :

$$E = E_0 + K = mc^2 + K$$

Cependant, nous n'aurons pas à démontrer que l'énergie totale peut s'écrire sous la forme : $E = \gamma \times m \times c^2$ où γ est le facteur de Lorentz.

L'énergie cinétique

La formule $K = \frac{1}{2} \times mv^2$ est une approximation qui est efficace lorsque la vitesse est en plus qu'en dessous de la vitesse de la lumière. Permettons-nous maintenant de donner l'expression de l'énergie cinétique qui est correcte pour toutes les vitesses physiquement possibles mais celles proches de la vitesse de la lumière. En égalisant les deux expressions de l'énergie totale on a :

$$K = m \times c^2 (\gamma - 1)$$

Quantité de mouvement – énergie cinétique

En mécanique classique, la quantité de mouvement p d'une particule est $m\mathbf{v}$ et son énergie cinétique est $\frac{1}{2}mv^2$. Si nous éliminons $\mathbf{v}$ entre

ces deux expressions, nous trouverons la formule liant la quantité de mouvement à l'énergie cinétique :

$$p^2 = 2 \times K \times m$$

Nous pouvons trouver une formule similaire en relativité en éliminant v entre la quantité de mouvement relativiste et l'énergie cinétique relativiste. Après quelques transformations, on a :

$$(pc)^2 = K^2 + 2Km \times c^2$$

En exploitant la formule de l'énergie totale, nous pouvons transformer l'équation ci-dessus en une équation liant la quantité de mouvement à l'énergie totale de la particule :

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$$

Relation fondamentale relativiste

Puisque les lois de la mécanique newtonienne sont invariantes pour les transformations de Galilée, elles sont incompatibles avec la théorie de la relativité restreinte. Ainsi, nous avons été amenés à formuler une loi relativiste de composition des vitesses qui se réduit à la loi galiléenne d'addition lorsque les vitesses sont faibles par rapport à la vitesse de la lumière. De même, il faut remplacer la dynamique classique de Newton par une dynamique relativiste, c'est-à-dire qui soit invariante pour les transformations de Lorentz. Comme les lois classiques sont très bien vérifiées par l'expérience usuelle, il faut que les nouvelles lois se réduisent aux lois classiques dans le domaine des faibles vitesses. La loi fondamentale de la mécanique de Newton pour une particule peut se mettre sous la forme :

$$\vec{F}_N = \frac{d\vec{P}_N}{dt} \quad (1)$$

Où l'indice N désigne des grandeurs définies dans le cadre de la mécanique newtonienne. Dans cette équation, t est le temps (absolu) et

$\vec{F}_N$ est la force qui modifie l'impulsion $\vec{P}_N$. Cette dernière grandeur est donnée par la relation :

$$\vec{P}_N = m \vec{v}$$

Où v est la vitesse de la particule et m est sa masse d'inertie, considérée comme invariante en mécanique classique. De la loi (1) découlent des lois de conservation d'une importance capitale en mécanique classique : la conservation de l'impulsion et la conservation de l'énergie¹ pour un système isolé. L'homologue relativiste de l'équation fondamentale de la dynamique newtonienne doit être un invariant de forme pour les transformations de Lorentz, ce qui est manifestement le cas si cette équation se présente comme l'égalité de deux quadrivecteurs. À partir du quadrivecteur vitesse u défini par la relation du quadrivecteur vitesse :

Soient $dx^\mu = (cdt, dr)$ les composantes contra variantes du quadrivecteur dx , intervalle d'espace-temps déterminé par deux événements infiniment voisins sur la ligne d'univers d'un mobile ponctuel. En divisant ces différentielles par un invariant relativiste, en l'occurrence l'intervalle de temps propre $d\tau$, on obtient les composantes d'un nouveau quadrivecteur u , appelé *quadrivecteur vitesse* ou *quadri vitesse*, dont nous désignerons les composantes contra variantes par u^μ :

$$u^\mu = \frac{dx^\mu}{d\tau}$$

On peut construire un quadrivecteur p pour une particule massive, que nous appellerons provisoirement « quadrivecteur impulsion »,

$$\mathbf{P} = m \mathbf{u}$$

Dans cette formule, la masse m , supposée invariante, est identique à la masse d'inertie utilisée en mécanique newtonienne. On définit généralement la masse d'un corps comme la « quantité de matière » qui lui est associée, mais ce concept est mal défini. Il est préférable de

relier la masse à des notions plus facilement mesurables : l'inertie, le contenu énergétique, la capacité de générer un champ de gravitation. Cette dernière propriété concerne directement la relativité générale et ne sera pas traitée ici. Il est tout à fait remarquable que la masse soit associée à trois propriétés qui peuvent a priori paraître sans rapport entre-elles. Par exemple, nous verrons que c'est le même paramètre qui intervient dans la formule (3), reliée à l'inertie d'un corps, et dans la formule (9.19), exprimant son contenu en énergie². Les composantes de ce quadrivecteur p ont bien la dimension d'une impulsion ; ses parties temporelle et spatiale sont

$$P^0 = m \gamma(v) c \quad (2)$$

$$\vec{P} = m \gamma(v) \vec{v} \quad (3)$$

Où $\gamma(v)$ est donné par la formule suivante :

$$\gamma(v) = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

Nous conviendrons d'appeler la grandeur (1) impulsion relativiste. À la limite non relativiste, celle-ci se réduit à la définition newtonienne de l'impulsion, $m\vec{v}$. La partie temporelle du quadrivecteur p sera discutée dans les sections suivantes. La version relativiste la plus naturelle de l'équation (1) est une égalité entre quadrivecteurs. On peut raisonnablement penser à la forme suivante :

$$K = \frac{dp}{d\tau} \quad (4)$$

Où $d\tau$ est la variation de temps propre pour la particule ; $dp/d\tau$ est manifestement un quadrivecteur et K est ce que l'on conviendra d'appeler le quadrivecteur force, ou *force de Minkowski*. La fabrication de quadrivecteurs n'est pas un but en soi. Il faut que les grandeurs ainsi définies présentent une quelconque utilité pour la physique. La démarche adoptée ici consiste à mettre en évidence les équivalents relativistes des grandeurs entrant dans les lois classiques pour retrouver ces mêmes lois dans un cadre plus général. L'équation

(4) n'a un sens que si on est à même d'exprimer les composantes de ces quadrivecteurs en fonction de grandeurs mesurables. C'est manifestement le cas pour les quantités du deuxième membre de cette équation. On peut raisonnablement s'attendre à ce qu'il existe un lien entre le quadrivecteur force K et la force $\vec{F}$ au sens classique du terme. L'équation (1) ne signifie pas que la partie spatiale $\vec{k}$ du quadrivecteur K s'identifie au vecteur force $\vec{F}$; elle implique uniquement que $\vec{k}$ tende vers $\vec{F}$ pour des vitesses faibles devant celle de la lumière. Le lien exact entre ces deux vecteurs dépend des propriétés de transformation des composantes de la force. Deux approches sont possibles pour déterminer le comportement de $\vec{F}$ pour les transformations de Lorentz. Une première procédure consiste à se baser sur le fait que, fondamentalement, une force ne peut provenir que d'un nombre limité de sources. La force peut avoir une origine gravitationnelle, électromagnétique, ou éventuellement nucléaire. C'est donc à la théorie décrivant un de ces phénomènes de fournir l'expression de la force correspondante sous une forme covariante, de manière à connaître automatiquement ses propriétés de transformation. Malheureusement, il n'est pas (encore) possible d'obtenir une théorie covariante pour toutes les sources possibles de forces. Il n'y a que pour la théorie électromagnétique classique que l'on puisse obtenir une équation covariante de la force ³ (rappelons que les transformations de Lorentz ont été construites à l'origine de manière à préserver l'invariance de cette théorie). Mais cela est suffisant pour établir le lien entre $\vec{k}$ et $\vec{F}$, puisque les propriétés de transformation des forces doivent être indépendantes de leur origine. Signalons que le lien entre $\vec{k}$ et $\vec{F}$ que l'on peut en déduire concorde avec celui présenté dans l'équation (2)

La procédure alternative est d'éviter la nécessité d'utiliser une théorie physique autre que la mécanique, en donnant une définition de la force semblable à celle de la mécanique classique :

Dans un référentiel d'inertie, une force $\vec{F}$, agissant sur une particule, modifie son impulsion relativiste d'une quantité $d\vec{p}$ pendant un intervalle de temps dt suivant la loi

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}.$$

Cette définition implique que l'impulsion d'une particule ne varie pas en l'absence de force agissant sur cette particule. Que se passe-t-il pour un système plus complexe de différents corps en interaction mutuelle ? Nous verrons dans le chapitre suivant consacré aux systèmes de particules qu'il est raisonnable de supposer que l'impulsion totale d'un système est une grandeur conservée lorsque ce système est isolé. De plus, si nous voulons que la conservation de l'impulsion dans un référentiel d'inertie entraîne sa conservation dans n'importe quel autre référentiel d'inertie, alors il faut nécessairement que l'impulsion d'une particule soit définie par la relation (3). Le concept d'impulsion relativiste, l'équation fondamentale (4) et la définition (5) semblent alors former un tout cohérent. Nous allons donc introduire le postulat suivant :

L'impulsion relativiste $\vec{p}$ d'une particule libre de masse m , animée d'une vitesse $\vec{v}$ dans un référentiel d'inertie, est donnée par

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = m \gamma(v) \vec{v} \quad (6)$$

Le lien entre la force agissant sur une particule et son accélération peut être établi au moyen des relations (6) et (7). En utilisant cette relation, on trouve alors pour la force

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m \gamma(v)^3 \frac{\vec{v} \cdot \vec{a}}{c^2} \vec{v} + m \gamma(v) \vec{a} \quad (7)$$

Remarquons qu'en décomposant les vecteurs en leurs composantes parallèle et perpendiculaire à la vitesse instantanée, on obtient

$$\vec{F}_{||} = m \gamma(v)^3 \vec{\varphi}_{||}$$

$$\mathbf{F}_{\perp} = m \gamma(v) \vec{\varphi}_{\perp}$$

Ces deux relations peuvent également se mettre sous la forme

$$\vec{\varphi} = \frac{\vec{F} - (\vec{\beta} \times \vec{F}) \vec{\beta}}{m \gamma(v)}$$

On en conclut donc que le vecteur force $\vec{F}$ n'est pas parallèle au vecteur accélération $\vec{\varphi}$. Cela vient du fait que ces vecteurs ne sont pas les parties spatiales de quadrivecteurs. Nous reviendrons sur le lien entre la force $\vec{F}$ et le quadrivecteur K dans (4). Mais avant cela, il est nécessaire d'introduire la notion d'énergie en relativité restreinte.