

1. Soal UMPTN 1992 Rayon A | *Soal Lengkap

Diketahui fungsi $f(x) = \frac{2 + \cos x}{\sin x}$. Garis singgung grafiknya pada $x = \frac{\pi}{2}$ memotong sumbu y di titik $x = (0, b)$. Nilai b adalah...

(A) 2

(B) $\frac{\pi}{2}$

(C) $-2 + \frac{\pi}{2}$

(D) $2 - \frac{\pi}{2}$

(E) $2 + \frac{\pi}{2}$

Alternatif Pembahasan:

Hide

Untuk kita ingat bahwa jika $y = \sin x$ maka $y' = \cos x$ dan $y = \cos x$ maka $y' = -\sin x$.

Untuk $x = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$ pada $f(x) = \frac{2 + \cos x}{\sin x}$ maka kita peroleh:

$$\begin{aligned} y &= \frac{2 + \cos x}{\sin x} \\ &= \frac{2 + \cos 90^\circ}{\sin 90^\circ} \\ &= \frac{2 + 0}{1} = 2 \\ \hline (x, y) &= (90^\circ, 2) \end{aligned}$$

Gradien garis singgung di sebuah titik dapat kita tentukan dengan menggunakan turunan pertama yaitu

$m = f'(x)$, sehingga saat $x = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$ kita peroleh:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{2 + \cos x}{\sin x} \\ f(x) &= \frac{u}{v} \rightarrow f'(x) = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2} \\ m = f'(x) &= \frac{(-\sin x)(\sin x) - (2 + \cos x)(\cos x)}{\sin^2 x} \\ &= \frac{-\sin^2 x - (2\cos x + \cos^2 x)}{\sin^2 x} \\ &= \frac{-\sin^2 x - 2\cos x - \cos^2 x}{\sin^2 x} \\ &= \frac{-(\sin^2 + \cos^2 x) - 2\cos x}{\sin^2 x} \\ &= \frac{-1 - 2\cos x}{\sin^2 x} \\ &= \frac{-1 - 2\cos 90^\circ}{\sin^2 90^\circ} \\ &= \frac{-1 - 2(0)}{(1)^2} \\ &= -1 \end{aligned}$$

Persamaan garis untuk $m = -1$ pada $(x, y) = (90^\circ, 2)$ adalah:

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m(x - x_1) \\ y - 2 &= -1(x - 90^\circ) \\ y - 2 &= -x + 90^\circ \\ y &= -x + 2 + 90^\circ \end{aligned}$$

Garis memotong sumbu y di titik $(0, b)$ sehingga:

$$\begin{aligned} y &= -x + 2 + 90^\circ \\ b &= -0 + 2 + 90^\circ \\ b &= 2 + 90^\circ \end{aligned}$$

∴ Pilihan yang sesuai adalah $(E) 2 + \frac{\pi}{2}$

2. Soal UMPTN 1993 Rayon B | *Soal Lengkap

Jika $f(x) = -(\cos^2 x - \sin^2 x)$, maka $f'(x)$ adalah...

- (A) $2(\cos x + \sin x)$
- (B) $2(\cos x - \sin x)$
- (C) $\sin x \cos x$
- (D) $2 \sin x \cos x$
- (E) $4 \sin x \cos x$

Alternatif Pembahasan:

Hide

Untuk menyelesaikan soal ini kita meminjam sifat dari identitas trigonometri yaitu $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ dan $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$, sehingga berlaku:

$$\begin{aligned} f(x) &= -(\cos^2 x - \sin^2 x) \\ &= -(-2 \sin 2x) \\ &= 2 \sin 2x \\ &= 2 \cdot 2 \sin x \cos x \\ &= 4 \sin x \cos x \end{aligned}$$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (E) $4 \sin x \cos x$

3. Soal UMPTN 1993 Rayon B | *Soal Lengkap

Jika $y = 3x^4 + \sin 2x + \cos 3x$, maka $\frac{dy}{dx} = \dots$

- (A) $12x^3 + 2 \cos 2x + 3 \sin 3x$
- (B) $12x^3 + \cos 2x - \sin 3x$
- (C) $12x^3 - 2 \cos 2x + 3 \sin 3x$
- (D) $12x^3 - 2 \cos 2x - 3 \sin 3x$
- (E) $12x^3 + 2 \cos 2x - 3 \sin 3x$

Alternatif Pembahasan:

Hide

$$\begin{aligned} y &= 3x^4 + \sin 2x + \cos 3x \\ \frac{dy}{dx} &= 3(4)x^3 + 2 \cos 2x - 3 \sin 3x \\ &= 12x^3 + 2 \cos 2x - 3 \sin 3x \end{aligned}$$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (E) $12x^3 + 2 \cos 2x - 3 \sin 3x$

4. Soal UMPTN 1993 Rayon C | *Soal Lengkap

Jika $y = 2 \sin 3x - 3 \cos 2x$, maka $\frac{dy}{dx} = \dots$

- (A) $2 \cos 3x - 3 \sin 2x$
- (B) $6 \cos 3x - 3 \sin 2x$
- (C) $2 \cos 3x + 3 \sin 2x$
- (D) $6 \cos 3x + 6 \sin 2x$
- (E) $-6 \cos 3x - 6 \sin 2x$

Alternatif Pembahasan:

Hide

$$\begin{aligned}y &= 2 \sin 3x - 3 \cos 2x \\ \frac{dy}{dx} &= 2(3) \cos 3x - 3(-2 \sin 2x) \\ &= 6 \cos 3x + 6 \sin 2x\end{aligned}$$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (E) $12x^3 + 2\cos 2x - 3\sin 3x$

5. Soal UMPTN 1999 Rayon A | *Soal Lengkap

Jika $f(x) = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x}$, $\sin x \neq 0$ dan $f'(x)$ adalah turunan $f(x)$, maka $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$

- (A) -2
- (B) -1
- (C) 0
- (D) 1
- (E) 2

Alternatif Pembahasan:

Hide

$$\begin{aligned}f(x) &= \frac{\sin x + \cos x}{\sin x} \\ f(x) &= \frac{u}{v} \rightarrow f'(x) = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2} \\ f'(x) &= \frac{(\cos x - \sin x)(\sin x) - (\sin x + \cos x)(\cos x)}{\sin^2 x} \\ &= \frac{\cos x \sin x - \sin^2 x - \sin x \cos x - \cos^2 x}{\sin^2 x} \\ &= \frac{-\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x} \\ &= \frac{-(\sin^2 x + \cos^2 x)}{\sin^2 x} \\ &= \frac{-1}{\sin^2 x} \\ f'\left(\frac{\pi}{2}\right) &= \frac{-1}{\sin^2\left(\frac{\pi}{2}\right)} \\ &= \frac{-1}{1} = -1\end{aligned}$$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (B) -1

6. Soal UMPTN 1998 Rayon A | *Soal Lengkap

Jika $f(x) = a \tan x + bx$, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3$ dan $f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = 9$, maka $a + b = \dots$

(A) 0

(B) 1

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) 2

(E) π

Alternatif Pembahasan:

Hide

Catatan calon guru yang mungkin kita perlukan tentang [Turunan Fungsi](#) yaitu jika $f(x) = \tan x$ maka $f'(x) = \sec^2 x$. Apabila bentuk ini tidak ingat waktu ujian maka, hal yang paling mungkin kita lakukan adalah menurunkan $f(x) = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ pakai aturan $y = \frac{u}{v}$ maka $y' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$.

$$\begin{aligned}f(x) &= a \tan x + bx \\f'(x) &= a \sec^2 x + b \\f'(x) &= \frac{a}{\cos^2 x} + b \\f'\left(\frac{\pi}{4}\right) &= \frac{a}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4}\right)} + b \\3 &= \frac{a}{\cos^2(45^\circ)} + b \\3 &= \frac{a}{\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^2} + b \\3 &= \frac{a}{\frac{1}{2}} + b \\3 &= 2a + b \\f'\left(\frac{\pi}{3}\right) &= \frac{a}{\cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right)} + b \\9 &= \frac{a}{\cos^2(60^\circ)} + b \\9 &= \frac{a}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} + b \\9 &= \frac{a}{\frac{1}{4}} + b \\9 &= 4a + b\end{aligned}$$

Dengan mengeliminasi atau substitusi, kita peroleh:

$$\begin{array}{r|l}2a + b = 3 & \\4a + b = 9 & - \\ \hline 2a = 6 & \\a = 3 & \\b = -3 & \\ \hline a + b = 0 & \end{array}$$

∴ Pilihan yang sesuai (A) 0

7. Soal SPMB 2002 Regional I | *Soal Lengkap

Turunan pertama dari $y = \cos^4 x$ adalah...

- (A) $\frac{1}{4} \cos^3 x$
- (B) $-\frac{1}{4} \cos^3 x$
- (C) $\frac{1}{4} \sin^3 x$
- (D) $-4 \sin^3 x \cos x$
- (E) $-4 \cos^3 x \sin x$

Alternatif Pembahasan:

Hide

Untuk menyelesaikan masalah di atas kita coba dengan pemisalan:

$$\begin{aligned}u &= \cos x \\ \frac{du}{dx} &= -\sin x \\ \hline y &= \cos^4 x \\ y &= u^4 \\ \frac{dy}{du} &= 4u^3 \\ \hline \frac{dy}{dx} &= \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} \\ &= 4u^3 \cdot (-\sin x) \\ &= 4\cos^3 x \cdot (-\sin x) \\ &= -4\cos^3 x \cdot \sin x\end{aligned}$$

∴ Pilihan yang sesuai (E) $-4 \cos^3 x \cdot \sin x$

8. Soal UM STIS 2011 | *Soal Lengkap

Jika $f(x) = a \tan x + bx$, $f'(\frac{\pi}{4}) = 3$ dan $f'(\frac{\pi}{3}) = 9$, maka $a + b = \dots$

- (A) 0
- (B) 2
- (C) $\frac{24}{5}$
- (D) 6
- (E) $\frac{39}{5}$

Alternatif Pembahasan:

Hide

Catatan calon guru yang mungkin kita perlukan tentang Turunan Fungsi yaitu jika $f(x) = \tan x$ maka $f'(x) = \sec^2 x$. Apabila bentuk ini tidak ingat waktu ujian maka, hal yang paling mungkin kita lakukan adalah menurunkan $f(x) = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ pakai aturan $y = \frac{u}{v}$ maka $y' = \frac{u' \cdot v + u \cdot v'}{v^2}$.

$$f(x) = a \tan x + bx$$

$$f'(x) = a \sec^2 x + b$$

$$f'(x) = \frac{a}{\cos^2 x} + b$$

$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{a}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4}\right)} + b$$

$$3 = \frac{a}{\cos^2(45^\circ)} + b$$

$$3 = \frac{a}{\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^2} + b$$

$$3 = \frac{a}{\frac{1}{2}} + b$$

$$3 = 2a + b$$

$$f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{a}{\cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right)} + b$$

$$9 = \frac{a}{\cos^2(60^\circ)} + b$$

$$9 = \frac{a}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} + b$$

$$9 = \frac{a}{\frac{1}{4}} + b$$

$$9 = 4a + b$$

Dengan mengeliminasi atau substitusi, kita peroleh:

$$\begin{array}{r|l} 2a + b = 3 & \\ 4a + b = 9 & - \\ \hline 2a = 6 & \\ a = 3 & \\ b = -3 & \\ \hline a + b = 0 & \end{array}$$

∴ Pilihan yang sesuai (A) 0

9. Soal SBMPTN 2017 Kode 106/124 | *Soal Lengkap

Jika $f(x) = \sin(\sin^2 x)$, maka $f'(x) = \dots$

- (A) $2 \sin x \cdot \cos(\sin^2 x)$
- (B) $2 \sin 2x \cdot \cos(\sin^2 x)$
- (C) $\sin^2 x \cdot \cos(\sin^2 x)$
- (D) $\sin^2 2x \cdot \cos(\sin^2 x)$
- (E) $\sin 2x \cdot \cos(\sin^2 x)$

Alternatif Pembahasan:

Hide

Untuk mendapatkan turunan pertama dari fungsi di atas kita coba gunakan aturan rantai, yaitu:

$$f'(x) = \frac{df}{dx} = \frac{df}{dv} \cdot \frac{dv}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

Soal: $f(x) = \sin(\sin^2 x)$

Misal $u = \sin x$

$$\Rightarrow \frac{du}{dx} = \cos x$$

Soal: $f(x) = \sin(u^2)$

Misal $v = u^2$

$$\Rightarrow \frac{dv}{du} = 2u$$

Soal: $f(x) = \sin(u^2)$

Misal $v = u^2$

$$\Rightarrow \frac{dv}{du} = 2u$$

Soal: $f(x) = \sin(v)$

$$\Rightarrow \frac{df}{dv} = \cos(v)$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{df}{dx} = \frac{df}{dv} \cdot \frac{dv}{du} \cdot \frac{du}{dx} \\ &= \cos(v) \cdot 2u \cdot \cos x \\ &= \cos(u^2) \cdot 2(\sin x) \cdot \cos x \\ &= \cos(\sin^2 x) \cdot 2(\sin x) \cdot \cos x \\ &= \cos(\sin^2 x) \cdot \sin 2x \\ &= \sin 2x \cdot \cos(\sin^2 x) \end{aligned}$$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (E) $\sin 2x \cdot \cos(\sin^2 x)$

10. Soal SBMPTN 2017 Kode 135 | *Soal Lengkap

Misalkan $f(x) = 2 \tan(\sqrt{\sec x})$, maka $f'(x) \dots$

- (A) $\sec^2(\sqrt{\sec x}) \cdot \tan x$
- (B) $\sec^2(\sqrt{\sec x}) \cdot \sqrt{\sec x} \cdot \tan x$
- (C) $2\sec^2(\sqrt{\sec x}) \cdot \sqrt{\sec x} \cdot \tan x$
- (D) $\sec^2(\sqrt{\sec x}) \cdot \sec x \cdot \tan x$
- (E) $2\sec^2(\sqrt{\sec x}) \cdot \sec x \cdot \tan x$

Alternatif Pembahasan:

Hide

Untuk mendapatkan turunan pertama dari fungsi di atas kita coba gunakan aturan rantai, yaitu:

$$f'(x) = \frac{df}{dx} = \frac{df}{dv} \cdot \frac{dv}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

Soal: $f(x) = 2 \tan(\sqrt{\sec x})$

Misal $u = \sec x$

$$\Rightarrow \frac{du}{dx} = \sec x \cdot \tan x$$

Soal: $f(x) = 2 \tan(\sqrt{u})$

Misal $v = \sqrt{u}$

$$\Rightarrow \frac{dv}{du} = \frac{1}{2\sqrt{u}}$$

Soal: $f(x) = 2 \tan(v)$

$$\Rightarrow \frac{df}{dv} = 2\sec^2(v)$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{df}{dx} = \frac{df}{dv} \cdot \frac{dv}{du} \cdot \frac{du}{dx} \\ &= 2\sec^2(v) \cdot \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot \sec x \cdot \tan x \\ &= 2\sec^2(\sqrt{u}) \cdot \frac{1}{2\sqrt{\sec x}} \cdot \sec x \cdot \tan x \\ &= \sec^2(\sqrt{\sec x}) \cdot \frac{1}{\sqrt{\sec x}} \cdot \sec x \cdot \tan x \\ &= \sec^2(\sqrt{\sec x}) \cdot \sqrt{\sec x} \cdot \tan x \end{aligned}$$

$\therefore$ Pilihan yang sesuai adalah (B) $\sec^2(\sqrt{\sec x}) \cdot \sqrt{\sec x} \cdot \tan x$