

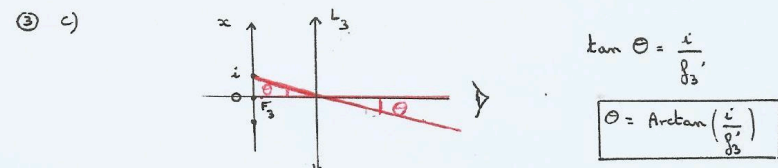
Cornigé de l'ICNA 2011
- Épreuve optionnelle obligatoire -

- ① D) La diffraction par une fente se fait perpendiculairement à la fente c'est à dire sur l'axe Ox (car O est l'image géométrique de S)
Pour les 2 fentes, on observe donc des interférences sur cet axe. des franges sont donc des points sur l'axe Ox .

En $x=0$ $\delta(0)=0$. La frange est donc brillante.



② B) $\delta(P) = \frac{ax}{\lambda_0}$ l'interfrange est donc $\lambda' = \frac{\lambda_0 \lambda_2'}{a}$



④ A) $\varphi(x) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(P) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left(\frac{ax}{\lambda_2'} + \pi \right) = \frac{2\pi ax}{\lambda_0 \lambda_2'} + 2\pi \pi$

⑤ B) $\delta(0) = mL - 1L = (m-1)L$

⑥ D) $\delta(0) = \pi \lambda_0 = (m-1)L$ $m = 1 + \frac{\pi \lambda_0}{L}$

⑦ B) A.N.: $m = 1 + \frac{31,5 \times 632,8 \cdot 10^{-9}}{0,2} = 1,0003$

⑧ D) $V_A = \frac{V_C}{R} + \frac{V_S}{R} = \frac{V_C + V_S}{4}$; $V_B = \frac{V_A}{R} + \frac{V_S}{2R} = 0$
 $V_S = -2V_A = -2 \frac{V_C + V_S}{4}$ $\frac{3}{2} V_S = -\frac{1}{2} V_C$ $\frac{V_S}{V_C} = -\frac{1}{3} = A_u$

⑨ A) $V_A = \frac{V_C}{4} + (-\frac{1}{3} V_C) \frac{1}{4} = \frac{V_C}{6}$
 $V_C - V_A = R I_C$ $I_C = \frac{1}{R} \frac{5}{6} V_C$

⑩ B) $R_C = \frac{V_C}{I_C} = \frac{6R}{5}$ A.N.: $R_C = \frac{6 \times 50}{5} = 60 \Omega$

⑪ A) $V_B = \frac{j\omega V_A + \frac{1}{2R} V_S}{j\omega C + \frac{1}{2R}} = 0$ $V_S = -2R j\omega C V_A$
 $V_A = \frac{V_C}{R} + j\omega C V_S$
 $\frac{V_C}{R} + 2j\omega C V_C = 0$

$V_S = -2jRC\omega \frac{V_C + jRC\omega V_S}{2 + 2jRC\omega}$
 $(2 + 2jRC\omega + 2j^2 R^2 C^2 \omega^2) V_S = -2jRC\omega V_C$

$\frac{V_S}{V_C} = \frac{-1}{1 + \frac{1}{jRC\omega} + jRC\omega} = \frac{-1}{1 + j(RC\omega - \frac{1}{RC\omega})}$

C'est la forme d'un passe-bande avec $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ pulsation de résonance du circuit.

A.N.: $f_0 \approx 16 \text{ Hz}$

⑫ B) Un passe-bande a pour forme canonique $H = \frac{H_0}{1 + jQ(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})}$

Ici $Q = 1$

⑬ B) A la résonance $H = H_0 = A_u'$

$A_u' = -1$

⑭ B) En régime stationnaire une bobine est équivalente à un fil. On a alors $0 = V_B = V_A$

$V_C = R I_C$

$R_C' = \frac{V_C}{I_C} = R$

⑮ A) c)

⑯ D) $E_k = \frac{1}{2} \frac{2}{5} m R^2 \omega^2 + \frac{1}{2} m v^2$ Le non-glissement s'écrit $v = R\omega$
 $E_R = \frac{1}{5} m v^2 + \frac{1}{2} m v^2 = \frac{7}{10} m v^2$

⑰ C) D n'est soumis qu'à des forces conservatives (poids) ou qui ne travaillent pas (réaction du sol) donc son énergie mécanique se conserve.

$E_m(\text{en } O') = E_m(\text{en } B)$ En B, $v(B) = 0$.

$\frac{7}{10} m v_{O,m}^2 + 0 = 0 + m g_0 L \sin \alpha$ $\alpha = 30^\circ$

$v_{O,m} = \sqrt{\frac{10}{7} g_0 L \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{5}{7} L g_0}$

⑱ A)

$\frac{dE_m}{dt} = 0$

$\frac{d}{dt} \left(\frac{7}{10} m \dot{X}^2 + m g_0 X \sin \alpha \right) = 0$

$\frac{7}{5} \dot{X} \ddot{X} + g_0 \dot{X} \sin \alpha = 0$

$$\ddot{X} = -\frac{5}{7} g_0 \sin \alpha = -\frac{5}{14} g_0$$

(19) B)

$$m \vec{a}(C) = \vec{R} + m \vec{g}$$

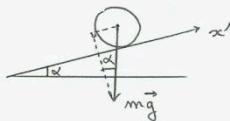
$$\text{Sum } \vec{e}_x: m \ddot{X} = T + m g_0 (-\sin \alpha)$$

$$T = -m \frac{5}{14} g_0 + m g_0 \frac{1}{2} = \frac{1}{7} m g_0$$

$$\text{Sum } \vec{e}_y: 0 = N - m g_0 \cos \alpha$$

$$N = m g_0 \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{T}{N} = \frac{1 \cdot \frac{1}{7}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{21}$$



(20) B)

$$\ddot{X}(t) = a$$

$$\dot{X}(t) = at + v_0$$

$$X(t) = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t$$

$$\text{At } t=t_d, X(t_d) = L$$

$$\frac{1}{2} at_d^2 + v_0 t_d = L$$

$$t_d^2 + \frac{2v_0}{a} t_d - \frac{2L}{a} = 0$$

$$t_d = \frac{-\frac{2v_0}{a} + \sqrt{\left(\frac{2v_0}{a}\right)^2 + 4 \times \frac{2L}{a}}}{2} = -\frac{v_0}{a} + \sqrt{\frac{v_0^2}{a^2} + \frac{2L}{a}}$$

(21) B)

$$v_d = \dot{X}(t_d) = at_d + v_0 = a \left(-\frac{v_0}{a} + \sqrt{\frac{v_0^2}{a^2} + \frac{2L}{a}} \right) + v_0$$

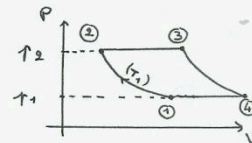
$$v_d = \sqrt{v_0^2 + 2La}$$

(22) C)

$$P_2 V_2 = \frac{m}{M} R T_1$$

$$V_2 = \frac{m}{M} \frac{R T_1}{P_2}$$

$$\text{A.N.: } V_2 = \frac{15}{25} \times \frac{8,3 \times 350}{6 \times 10^5} = 0,0025 \text{ m}^3 = \underline{2,5 \text{ L}}$$



(23) B)

$$P_3 V_3 = \frac{m}{M} R T_3$$

$$V_3 = \frac{m R T_3}{P_3 M}$$

$$\text{A.N.: } V_3 = 10 \text{ L}$$

(24) B)

$$P_3 V_3^\gamma = P_4 V_4^\gamma$$

$$V_4 = V_3 \left(\frac{P_3}{P_4} \right)^{1/\gamma}$$

(25) D)

$$\Delta U_{3 \rightarrow 4} = 0 + W_{34}$$

$$\frac{m R}{\gamma - 1} (T_4 - T_3) = W_{34}$$

$$W_{34} = \frac{P_4 V_4 - P_3 V_3}{\gamma - 1}$$

(26) A)

$$W_{12} = \int_1^2 -P dV = \int_1^2 -\frac{m R T_1}{V} dV = -m R T_1 \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = -P_1 V_1 \ln \left(\frac{P_1}{P_2} \right)$$

$$W_{33} = -P_3 (V_3 - V_2)$$

$$W_{41} = -P_1 (V_1 - V_4)$$

$$W = P_1 V_1 \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right) - P_3 (V_3 - V_2) - P_1 (V_1 - V_4) + W_{34}$$

(27) B)

$$\Delta H_{23} = Q_{23}$$

$$Q_{23} = \frac{m}{M} R \frac{\gamma}{\gamma - 1} (T_3 - T_2)$$

(28) A)

$$\eta = \frac{-W}{Q_{23}}$$

(29) c)
$$\boxed{e = \int_m^M (\dot{x} \vec{e}_x \wedge B_0 \vec{e}_y) \cdot d\vec{y} = -m \dot{x} B_0 a}$$

(30) A)
$$\boxed{\vec{F}_L = \vec{0} + \int_m^M m i dy \vec{e}_y \wedge B_0 \vec{e}_z = m i B_0 a \vec{e}_x}$$

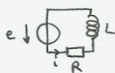
(31) A)
$$m \ddot{x} = m g_0 + m i B_0 a$$

Si l'équation électrique s'écrit: $e = R i + L \frac{di}{dt}$
D'où en remplaçant e et i :

$$-m \dot{x} B_0 a = R \frac{m \dot{x} - m g_0}{m B_0 a} + L \frac{m}{m B_0 a} \ddot{x}$$

$$\ddot{x} + \frac{R}{L} \dot{x} + \frac{m^2 B_0^2 a^2}{m L} x = \frac{R}{L} g_0$$

En identifiant $\tau = \frac{L}{R}$ A.N.: $\tau = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{10} = 1 \text{ ms}$



(32) A)
$$\boxed{\omega_0 = \frac{m B_0 a}{\sqrt{m L}}}$$

(33) A) Si on néglige l'autoinduction ($L=0$) on obtient:

$$m \ddot{x} = m g_0 + m B_0 a \frac{-m \dot{x} B_0 a}{R}$$

$$\ddot{x} + \frac{m^2 B_0^2 a}{m R} \dot{x} = g_0$$

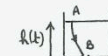
En identifiant; $\boxed{\tau' = \frac{m R}{m^2 B_0^2 a}}$

(34)
$$\tau_L = \frac{m R g_0}{m^2 B_0^2 a}$$
 A.N.: $\tau_L = \frac{0,2 \times 10 \times 10}{10^4 \times 0,5^2 \times 10^{-1}} = 80 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$

(35) E)

(36) C) En appliquant la relation de Bernoulli sur la ligne de courant AB (on suppose l'écoulement quasi-stationnaire car le trou est très petit)

$$R + \frac{1}{2} \rho m v_A^2 + \rho m g h = R + \frac{1}{2} \rho m v_B^2$$



$$\text{Or } v_A \pi R^2 = v_B \pi a^2$$

$$\begin{aligned} \text{D'où } \frac{1}{2} \rho m \left(v \frac{a^2}{R^2} \right)^2 + \rho m g h &= \frac{1}{2} \rho m v^2 \\ 2 g h &= v^2 \left(1 - \frac{a^4}{R^4} \right) \\ v &= \left(2 g_0 h \left(1 - \frac{a^4}{R^4} \right) \right)^{1/2} \end{aligned}$$

(37) B)
$$v_A = -\dot{h} = \frac{a^2}{R^2} v \approx \frac{a^2}{R^2} \sqrt{2 g_0 h}$$

$$\dot{h} + \frac{a^2}{R^2} \sqrt{2 g_0} R^{1/2} = 0$$

C'est la forme donnée dans l'énoncé avec $\boxed{R = \frac{a^2}{R^2} \sqrt{2 g_0}}$

(38) e)
$$h^{-1/2} dh = - \frac{a^2}{R^2} \sqrt{2 g_0} dt$$

$$\begin{aligned} \int_{h_0}^0 h^{-1/2} dh &= - \frac{a^2}{R^2} \sqrt{2 g_0} \int_0^{\tau_v} dt \\ -2 h_0^{-1/2} &= - \frac{a^2}{R^2} \sqrt{2 g_0} \tau_v \end{aligned}$$

$$\tau_v = \frac{\sqrt{2} h_0}{\sqrt{g_0}} \frac{R^2}{a^2}$$

A.N.: $\tau_v = 506 \text{ s}$

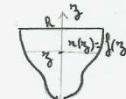
(39) D) L'énoncé me semble faux. On veut que h soit constant pour avoir des graduations régulières sur le réservoir et créer ainsi une clopsoyère. Je choisis $h = -V$

Comme précédemment, pour un petit trou, $v \approx \sqrt{2 g_0 h}$
La conservation du débit s'écrit:

$$\pi [r(h)]^2 V = \pi a^2 v$$

$$R^{1/2} h^{1/2} V = a^2 \sqrt{2 g_0} h$$

$$\boxed{V = \frac{a^2 \sqrt{2 g_0}}{R^{1/2}}}$$



(40) A)

$$\dot{h} = -V$$

$$dh = -V dt$$

$$\int_{h_0}^0 dh = -V \tau'$$

$$h_0 = V \tau' = \frac{a^2 \sqrt{2 g_0}}{R^{1/2}} \tau'$$

$$R' = \frac{a^2 (2 g_0)^{1/4}}{h_0^{1/2} \tau'^{1/2}}$$

A.N.: $R' = 0,2 \text{ m}^{3/4}$