

## Лекція 12

Тепер розглянемо схему, в якій активний опір значно перевищує реактивний опір (коло з великими втратами):  $r_{\text{посл}} \gg |x_{\text{посл}}|$ . Тоді  $Z_{\text{посл}} \approx r_{\text{посл}}$ , а також

$$r_{\text{пар}} \approx r_{\text{посл}},$$

$$x_{\text{пар}} \approx \frac{r_{\text{посл}}^2}{x_{\text{посл}}}.$$

При перерахунку послідовної схеми в паралельну активний опір не змінюється,

а реактивний змінюється в  $\frac{r_{\text{посл}}^2}{x_{\text{посл}}^2} = \frac{1}{Q_{\text{посл}}^2}$  разів.

Якщо виконується зворотний перехід – від паралельної схеми до послідовної, коли  $r_{\text{пар}} \gg |x_{\text{пар}}|$ , тобто  $g_{\text{пар}} \gg |b_{\text{пар}}|$ , то  $y_{\text{пар}} \approx g_{\text{пар}}$  та

$$r_{\text{посл}} \approx \frac{1}{g_{\text{пар}}} = r_{\text{пар}},$$

$$x_{\text{посл}} \approx \frac{b_{\text{пар}}}{g_{\text{пар}}^2} = \frac{r_{\text{пар}}^2}{x_{\text{пар}}}.$$

Активний опір залишається таким же, а реактивний змінюється у  $\frac{x_{\text{пар}}^2}{r_{\text{пар}}^2} = \frac{1}{Q_{\text{пар}}^2}$  разів.

**Резистори** (елементи опору) є одними з найбільш розповсюджених ЕРЕ. Вони мають володіти певним активним опором та по можливості дуже малим (близьким до нуля) реактивним опором.

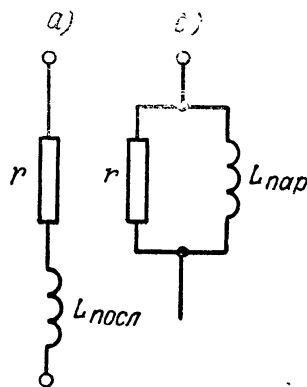


Рисунок 7

Якщо враховувати тільки індуктивність елемента опору (рис. 7), то враховуючи, що  $r_{\text{посл}} \gg \omega L_{\text{посл}}$ , то  $r_{\text{пар}} \approx r_{\text{посл}}$  та

$$\omega L_{\text{пар}} = \frac{r^2}{\omega L_{\text{посл}}}$$

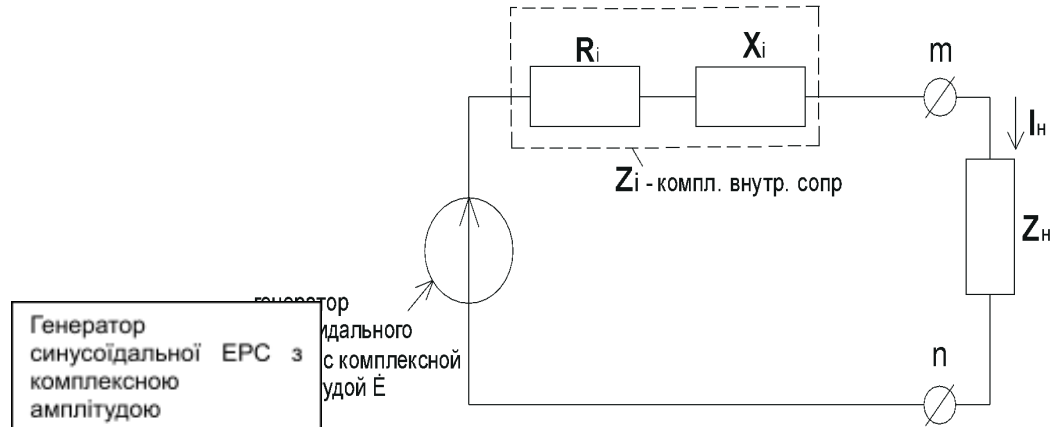
або

$$L_{\text{пар}} = \frac{r^2}{\omega^2 L_{\text{посл}}}.$$

## Еквівалентні схеми генератора гармонійних коливань

Символічний метод, як далі буде багаторазово підкреслено, дозволяє використовувати відомі вирази з аналізу ланцюгів при впливі постійного струму. Це поширюється і на еквівалентні схеми джерел енергії.

Генератор гармонійних коливань може бути представлений будь-якою із схем, аналогічно розглянутим раніше. На рис.1 наведено послідовну еквівалентну схему генератора.



ЕРС  $\dot{E}$  дорівнює нулю при короткого ходу, тобто при розімкнених затискачах генератора  $m-n$ ):

$$\dot{E} = \dot{U}_{x.x.} \quad (1)$$

Внутрішній опір генератора :

$$Z_i = \frac{\dot{U}_{x.x.}}{\dot{I}_{к.з.}} \quad (2)$$

де  $\dot{I}_{к.з.}$  - комплексна амплітуда струму короткого замикання на затискачах  $m-n$ .

Струм через опір навантаження  $Z_n$

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{Z_i + Z_n} \quad (3)$$

А напруга на навантаженні:

$$\dot{U} = \dot{I} Z_n = \frac{\dot{E} Z_n}{Z_i + Z_n} = \frac{\dot{E}}{1 + \frac{Z_i}{Z_n}} \quad (4)$$

при  $Z_i = 0$  отримаємо ідеальний генератор напруги  $\dot{U} = \dot{E}$ .

На рис.2 показано паралельну еквівалентну схему генератора струму.

$$\dot{I}_\Gamma = \dot{I}_{к.з.} \quad (5)$$

$$\dot{Y}_i = g_i + jb_i = \frac{1}{Z_i}, \quad (6)$$

$$\dot{Y}_n = g_n + jb_n = 1/Z_n. \quad (7)$$

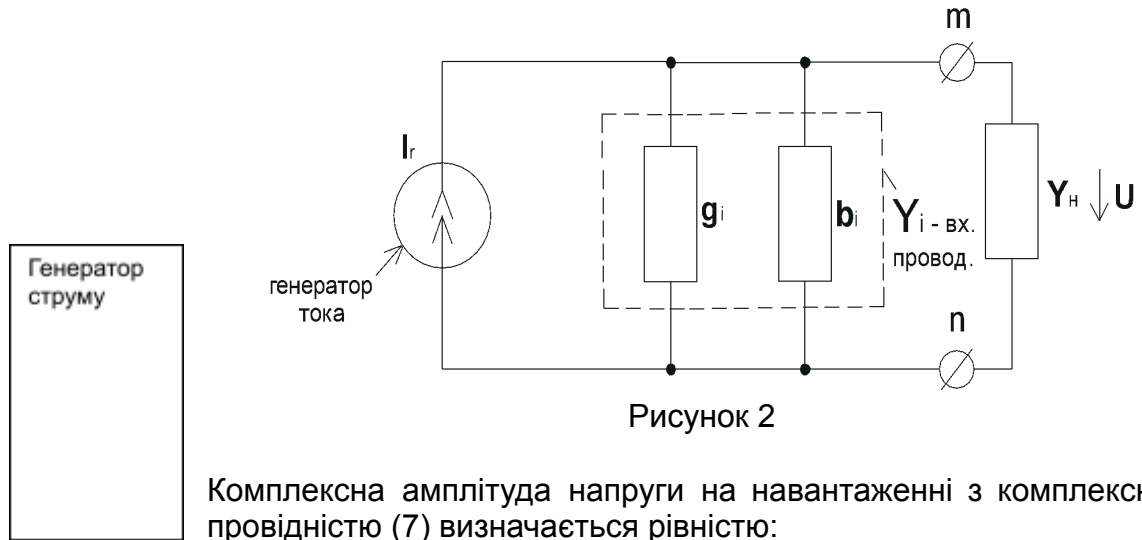


Рисунок 2

Комплексна амплітуда напруги на навантаженні з комплексною провідністю (7) визначається рівністю:

$$\dot{U} = \frac{\dot{I}_G}{\dot{Y}_i + \dot{Y}_n}, \quad (8)$$

а струм навантаження дорівнює:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z_n} = \dot{U} \dot{Y}_n = \frac{\dot{I}_G \dot{Y}_n}{\dot{Y}_i + \dot{Y}_n} = \frac{\dot{I}_G}{1 + \frac{\dot{Y}_i}{\dot{Y}_n}}, \quad (9)$$

при  $\dot{Y}_i = 0$ , тобто  $Z_i \rightarrow \infty$ , отримаємо ідеальний генератор струму  $\dot{I} = \dot{I}_G$ .

Враховуючи, що  $\dot{I}_G = \dot{I}_{к.з.}$ , отримаємо з (2):

$$\dot{I}_{к.з.} = \frac{U_{х.х.}}{Z_i} = \frac{E}{Z_i} \Rightarrow \dot{I}_G = \frac{E}{Z_i}, \quad (10)$$

або з урахуванням (6)

$$E = \dot{I}_G \dot{Z}_i = \frac{\dot{I}_G}{\dot{Y}_i}. \quad (11)$$

Співвідношеннями (2), (10) і (11) необхідно користуватися при переході від послідовної еквівалентної схеми генератора до паралельної і навпаки.

### Узгодження в ланцюзі змінного струму. Коефіцієнт корисної дії

В замкнутому колі енергія джерела живлення частково витрачається в опорі навантаження, перетворюючись тут в який-небудь вид енергії, наприклад, в тепло. Вважаючи енергію, яка витрачається в навантаженні, корисною, можна сформулювати основні енергетичні положення.

1. Величина корисної потужності  $P$  залежить від параметрів генератора та властивостей зовнішнього по відношенню до нього кола. Бажано встановити такі умови роботи, при яких в опорі навантаження виділяється найбільша потужність.

2. Отримання корисної потужності  $P$  досягається за рахунок затрати генератором деякої потужності  $P_0$ , яка перевищує корисну, тобто

$$P_0 = P + P_i$$

де  $P_i$  – потужність, яка витрачається всередині генератора і яку слід вважати марно втраченою.

У колі змінного струму, що складається з генератора з внутрішнім опором  $Z_i = R_i + jX_i$  і опору навантаження  $Z_n = R_n + jX_n$ , енергія частково витрачається в активному опорі  $R_n$ . Встановимо, яким вимогам має задовольняти комплексний опір  $Z_n$ , щоб у його активній складовій  $R_n$  виділялася найбільша потужність.

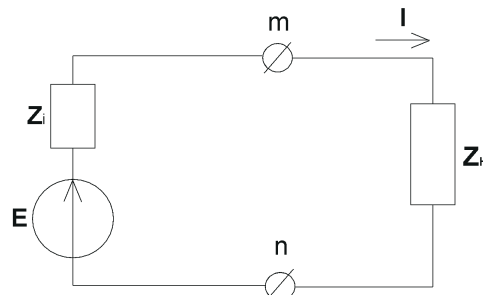


Рисунок 1

Амплітуда струму в колі:

$$I = \left| \frac{E}{Z_n + Z_i} \right| = |I| = \frac{E}{|R_n + jX_n + R_i + jX_i|} = \frac{E}{|(R_n + R_i) + j(X_n + X_i)|} = \frac{E}{\sqrt{(R_n + R_i)^2 + (X_n + X_i)^2}}$$

активна потужність, що витрачається в опорі:

$$P = \frac{1}{2} I^2 R_n = \frac{1}{2} \frac{E^2 R_n}{(R_n + R_i)^2 + (X_n + X_i)^2}$$

Очевидно, що умову  $P = \max$  буде досягнуто, якщо  $X_n = -X_i$ , тобто

$$P_{\max} = \frac{1}{2} \frac{E^2 R_n}{(R_n + R_i)^2} \text{ - перша умова.}$$

Знайдемо максимум цієї потужності шляхом її диференціювання за  $R_n$  та прирівнювання до нуля:

$$P_{\max \max} = \frac{d}{dR_n} \left( \frac{1}{2} \frac{E^2 R_n}{(R_n + R_i)^2} \right) = 0$$

1.  $(Cu)' = Cu'$ ;
2.  $(u \pm v)' = u' \pm v'$ ;
3.  $(u \cdot v)' = u'v + uv'$ ;
4.  $\left( \frac{u}{v} \right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ .

Тобто

$$P_{\max \max} = \frac{d}{dR_H} \left( \frac{1}{2} \frac{E^2 R_H}{(R_H + R_i)^2} \right) = \frac{E^2}{2} \frac{d}{dR_H} \left( \frac{R_H}{(R_H + R_i)^2} \right) =$$

$$= \frac{E^2}{2} \left( \frac{\frac{dR_H}{dR_H} (R_H + R_i)^2 - R_H \frac{d}{dR_H} (R_H + R_i)^2}{(R_H + R_i)^4} \right) = \frac{E^2}{2} \frac{2(R_H + R_i) - 2R_H}{(R_H + R_i)^3} = \frac{E^2}{2} \frac{2R_i}{(R_H + R_i)^3} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{E^2}{2(R_H + R_i)^2} = \frac{E^2 R_H}{(R_H + R_i)^3} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{R_H}{R_H + R_i} \Rightarrow 1 = \frac{2R_H}{R_H + R_i} \Rightarrow R_H + R_i = 2R_H \Rightarrow$$

$$R_i = R_H - \text{друга умова.}$$

$$P_{\max \max} = \frac{E^2 R_H}{2(R_H + R_i)^2} \Big|_{R_i=R_H} = \frac{E^2 R_H}{2(2R_H)^2} = \frac{E^2 R_H}{2 \cdot 4 \cdot (R_H)^2} = \frac{E^2 R_H}{8R_H^2} = \frac{E^2}{8R_H}$$

$$P_{\max \max} = \frac{E^2}{8R_H} = \frac{E^2}{8R},$$

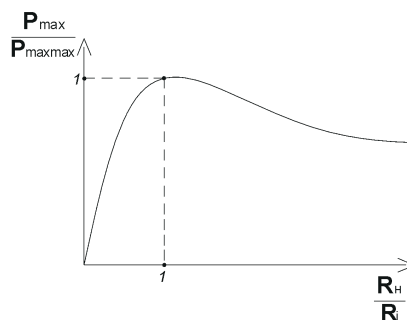


Рисунок 2

Умови 1 та 2 можна виразити однією формулою:

$$R_H + jX_H = R_i - jX_i,$$

тобто  $X_H = -X_i, R_H = R_i$

або  $\dot{Z}_H = \dot{Z}_i^*$

Якщо ця умова дотримується, то кажуть, що **навантаження та генератор узгоджені**. З метою узгодження іноді в схему вводять спеціальні реактивності відповідних знаків, щоб сума реактивних опорів, що входять до ланцюга, дорівнювала нулю.

Для кола постійного струму ( $\omega=0$ ), де завжди  $X_H = X_i = 0$ , тобто для отримання максимальної потужності треба виконати умову  $R_H = R_i$ .

Для постійного струму  $P_{\max \max} = \frac{1}{4} \frac{E_0^2}{R_i}$ , де  $E_0$  - ЕРС генератора постійного струму.

Тепер врахуємо, що в загальному випадку, якщо на  $R_{ii}$  виділяється корисна потужність  $P$ , то в коло от генератора поступає потужність  $P_0 = P + P_i$ , де  $P_i$  - потужність, яка витрачається усередині генератора, тобто втрачена.

Коефіцієнт корисної дії:

$$\eta = \frac{P}{P_0} = \frac{P}{P + P_i}$$

Бажано, щоб за заданої корисної потужності К.К.Д. був досить великий. Для розрахунку К.К.Д оцінимо  $P_i$  в різних режимах роботи генератора:

▪ **ХХ**

В цьому режимі в схемі з генератором ЕРС  $I = 0$  та  $U = U_{xx}$ , струм через  $R_i$  при послідовному еквівалентному з'єднанні схеми (рис.3) не тече  $\Rightarrow P_{\dot{k}x}^{посл} = 0!$

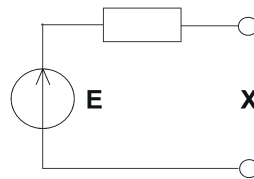


Рисунок 3

Якщо ж розглядати схему з генератором струму (рис.4), можна показати, що

$$P_{\dot{k}x}^{нар} = \frac{1}{2} U_{xx}^2 g_i$$

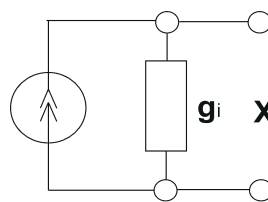


Рисунок 4

▪ **КЗ**

$$U = 0 \text{ та } I = I_{кз}$$

Послідовна схема (рис.5)

$$P_{\dot{k}з}^{посл} = \frac{1}{2} I_{кз}^2 R_i$$

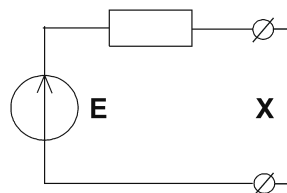


Рисунок 5

Паралельна схема (рис.6)

$$P_{\dot{k}з}^{нар} = 0.$$

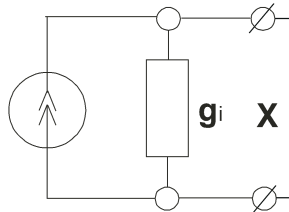


Рисунок 6

Лише у режимі узгодження результати розрахунків  $P_i$  за обома схемами ідентичні.

Більшість простих реальних генераторів не мають внутрішніх втрат в режимі холостого ходу. Тому еквівалентною схемою для визначення потужності, яка витрачається в генераторі, може служити саме схема з генератором напруги.

Нехай маємо послідовну еквівалентну схему  $\Rightarrow$

$$P = \frac{1}{2} I^2 R_u, P_i = \frac{1}{2} I^2 R_i; \eta = \frac{P}{P + P_i} = \frac{\frac{1}{2} I^2 R_u}{\frac{1}{2} I^2 R_u + \frac{1}{2} I^2 R_i} =$$

$$= \frac{R_u}{R_u + R_i} = \frac{1}{1 + \frac{R_i}{R_u}}, \text{ при } R_u = R_i \rightarrow \eta = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}, \text{ при цьому } P = P_{\max \max}$$

Тобто при  $R \approx R_i \rightarrow P \downarrow, \eta \uparrow$ . Зазвичай в електричних ланцюгах часто необхідно забезпечувати  $\uparrow P_{\max \max} \Rightarrow$  прагнути працювати у режимі узгодження. Але можуть бути й випадки, коли не вимагають високого ККД, а основна вимога міститься в отриманні якомога більшої корисної потужності. Тобто залежно від призначення електричного кола використовують різні режими роботи.

### Розрахунок складних ланцюгів постійного струму Метод законів Кірхгофа

Розглянемо за допомогою першого і другого законів Кірхгофа наступну схему (рис. 1).

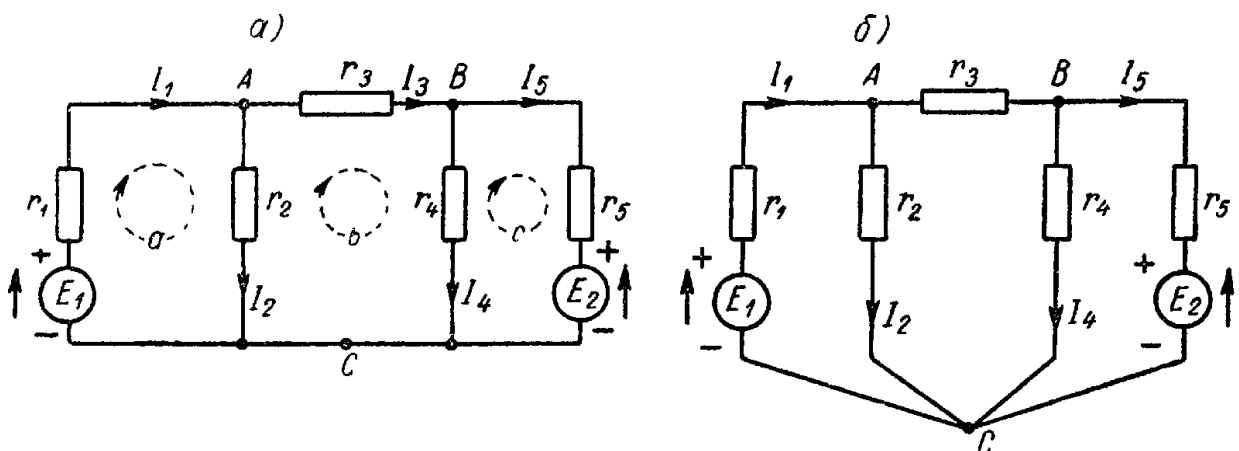


Рисунок 1

