

Mines 2011, épreuve physique1 PC

Ce corrigé est proposé par S Mensch (severine.mensch@wanadoo.fr), si vous détectez une erreur merci de me le signaler pour qu'elle soit corrigée dans les prochaines éditions du DVD. En italique, mes remarques sur le texte et son (in)adéquation au programme.

I Les premiers avions

1. Débit d'air plus important sur l'extrados que sur l'intrados → th de Bernoulli → pression sur l'extrados plus faible que sur l'intrados → portance dirigée vers le haut qui s'oppose au poids.

2. La portance compense le poids $F_p = C_p(0) \frac{\mu V^2}{2} S = mg$ $F_p = C_p(0) \frac{\mu V^2}{2} S = mg$ d'où

$$C_p(0) = \frac{2mg}{\mu V^2 S} \quad C_p(0) = \frac{2mg}{\mu V^2 S}$$

$$\text{AN : } C_p(0) = 0,85 \quad C_p(0) = 0,85$$

3. La puissance du moteur compense la puissance développée par la trainée totale (vol à vitesse constante), d'où $P = F_{t,\text{total}} v = \frac{3}{2} F_t v$ $P = F_{t,\text{total}} v = \frac{3}{2} F_t v$ et $F_t = \frac{2P}{3v}$ $F_t = \frac{2P}{3v}$

$$\text{AN : } F_t = 2,16 \cdot 10^4 \text{ N} \quad F_t = 2,16 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$\text{et } C_t(0) = \frac{2}{\mu V^2 S} F_t \quad C_t(0) = \frac{2}{\mu V^2 S} F_t \quad \text{AN } C_t(0) = 0,10 \quad C_t(0) = 0,10$$

4. Le débit massique calculé à l'entrée sur la section S est $D_m = \mu v S = \mu v h L$

$$D_m = \mu v S = \mu v h L$$

5. A la sortie ce débit vaut $D_m = \mu v' S' = \mu v' h' L$ $D_m = \mu v' S' = \mu v' h' L$ avec $h' = \frac{h}{\cos(\alpha)}$

$$h' = \frac{h}{\cos(\alpha)} \quad \text{d'où } v' = v \cos(\alpha) \quad v' = v \cos(\alpha)$$

6. Bilan de quantité de mouvement entre t et t+dt, *plutôt sur le système fermé (conformément au programme...)* défini à l'instant t par le volume compris entre S et S' :

$$\Delta \vec{p} = D_m dt (\vec{v}' - \vec{v}) = \vec{F}_{a/s} dt \quad \Delta \vec{p} = D_m dt (\vec{v}' - \vec{v}) = \vec{F}_{a/s} dt \quad \text{en projection sur les axes x et y, en tenant compte de 5) on obtient}$$

$$\vec{F}_{a/s} = -\mu V^2 S \sin \alpha (\sin \alpha \vec{e}_x + \cos \alpha \vec{e}_y)$$

$$\vec{F}_{a/s} = -\mu V^2 S \sin \alpha (\sin \alpha \vec{e}_x + \cos \alpha \vec{e}_y) \quad \text{soit encore } \vec{F}_{a/s} = -\mu V^2 S \sin \alpha \vec{n}$$

$$\vec{F}_{a/s} = -\mu V^2 S \sin \alpha \vec{n} \quad \text{où } \vec{n} \vec{n} \text{ est le vecteur normal à l'aile (on vérifie l'hypothèse d'absence de frottements)}$$

7. Loi d'action et de réaction

$$\vec{F}_{s/a} = -\vec{F}_{a/s} = \mu V^2 h L \sin \alpha (\sin \alpha \vec{e}_x + \cos \alpha \vec{e}_y) = \mu V^2 l L \sin \alpha (\sin \alpha \vec{e}_x + \cos \alpha \vec{e}_y)$$

$$\vec{F}_{s/a} = -\vec{F}_{a/s} = \mu V^2 h L \sin \alpha (\sin \alpha \vec{e}_x + \cos \alpha \vec{e}_y) = \mu V^2 l L \sin \alpha (\sin \alpha \vec{e}_x + \cos \alpha \vec{e}_y)$$

$$\text{d'où par identification } C_x = 2\lambda \sin^2 \alpha \quad C_x = 2\lambda \sin^2 \alpha \quad \text{et } C_y = 2\lambda \sin \alpha \cos \alpha$$

$$C_y = 2\lambda \sin \alpha \cos \alpha$$

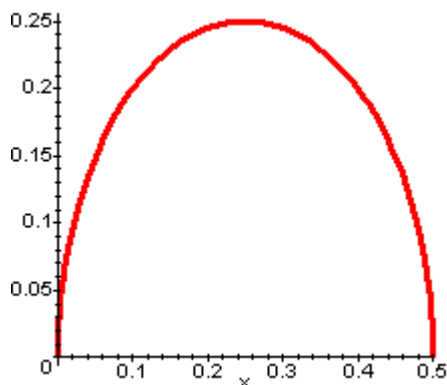
8. On obtient la relation demandée en éliminant α avec $\cos^2 2\alpha + \sin^2 2\alpha = 1$

$$\cos^2 2\alpha + \sin^2 2\alpha = 1 \text{ donc}$$

$$\left(1 - \frac{C_x}{2\lambda}\right)^2 + \left(\frac{C_y}{\lambda}\right)^2 = 1 \quad \left(1 - \frac{C_x}{2\lambda}\right)^2 + \left(\frac{C_y}{\lambda}\right)^2 = 1 \quad \text{ou encore} \quad C_y = \sqrt{-C_x^2 + 2\lambda C_x}$$

$$C_y = \sqrt{-C_x^2 + 2\lambda C_x}$$

L'allure de la polaire est donc la suivante (cas où $\lambda=0,5$)



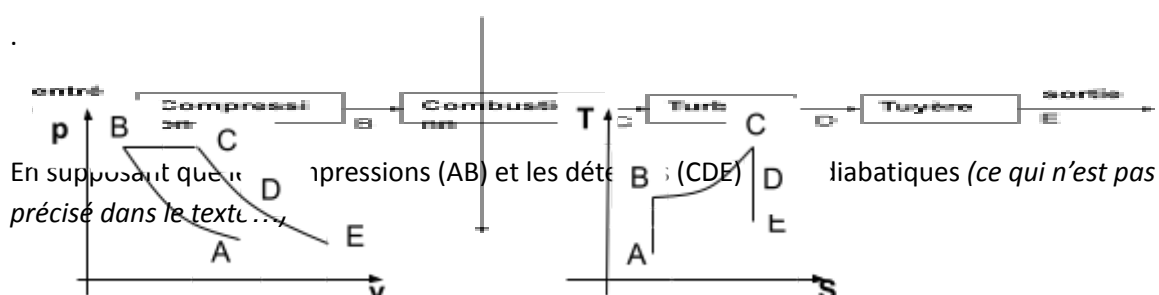
9. $\overrightarrow{F_p} \overrightarrow{F_p}$ est la composante de $\overrightarrow{F_{s/a}} \overrightarrow{F_{s/a}}$ sur Oy donc $\overrightarrow{F_p} = \mu V^2 S \sin \alpha \cos \alpha \overrightarrow{e_y}$
 $\overrightarrow{F_p} = \mu V^2 S \sin \alpha \cos \alpha \overrightarrow{e_y}$ et $C_p = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ $C_p = 2 \sin \alpha \cos \alpha$: on a bien un comportement
linéaire pour les petits angles $C_p \approx 2\alpha$ $C_p \approx 2\alpha$, et une fonction décroissante à partir de
 $\alpha_c = \pi/4$ $\alpha_c = \pi/4$

10. Pour augmenter la portance il faut s'approcher de $\alpha_c = \pi/4$ $\alpha_c = \pi/4$ (?) le coefficient de
traînée est donné par la composante sur Ox de $\overrightarrow{F_{s/a}} \overrightarrow{F_{s/a}}$ et vaut donc $C_t = 2 \sin^2 \alpha$
 $C_t = 2 \sin^2 \alpha$, il augmente jusqu'à $\alpha = \pi/2$ $\alpha = \pi/2$...

11. Pour perdre de l'altitude il faut diminuer la portance, donc diminuer l'angle α , ce qui est l'un
des objectifs de l'ouverture des volets sur les ailes.

II La propulsion des avions contemporains

- 12.



13. loi de Laplace entre A et B : $P_0^{1-\gamma} T_0^\gamma = P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma$ $P_0^{1-\gamma} T_0^\gamma = P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma$ d'où $T_1 = T_0 \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$
- AN $T_1 = 464K = 191^\circ C$ $T_1 = 464K = 191^\circ C$
- la puissance absorbée par le compresseur est alors donnée par le premier principe dans le cas d'un écoulement permanent (*démonstration non demandée ? hypothèse permanent non explicite ...*) par $P_C = D_m \Delta h_{AB} = D_m C_p (T_1 - T_0)$ $P_C = D_m \Delta h_{AB} = D_m C_p (T_1 - T_0)$
- AN $P_C = 11,1MW$ $P_C = 11,1MW$
14. dans la chambre de combustion le premier principe s'écrit $D_m \Delta h_{BC} = D_m C_p (T_2 - T_1) = q D_C$ $D_m \Delta h_{BC} = D_m C_p (T_2 - T_1) = q D_C$ où D_C est le débit de carburant (*pouvoir calorifique non défini ...*)
- d'où $D_C = \frac{D_m C_p (T_2 - T_1)}{q}$ $D_C = \frac{D_m C_p (T_2 - T_1)}{q}$ AN $D_C = 1kg/s$ $D_C = 1kg/s$, ce débit est bien négligeable devant D_m ce qui légitime l'approximation faite.
15. La puissance récupérée par la turbine permet de faire fonctionner le compresseur, ce qui s'écrit si on néglige les pertes $D_m \Delta h_{AB} = -D_m \Delta h_{CD}$ $D_m \Delta h_{AB} = -D_m \Delta h_{CD}$ donc $T_1 - T_0 = T_2 - T_3$ $T_1 - T_0 = T_2 - T_3$ d'où $T_3 = T_2 + T_0 - T_1$ $T_3 = T_2 + T_0 - T_1$ AN $T_3 = 962K = 689^\circ C$ $T_3 = 962K = 689^\circ C$
- La pression est alors donnée par la loi de Laplace entre C et D : $P_3^{1-\gamma} T_3^\gamma = P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma$
- $P_3^{1-\gamma} T_3^\gamma = P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma$ soit $P_3 = P_2 \left(\frac{T_2}{T_3} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}$ $P_3 = P_2 \left(\frac{T_2}{T_3} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}$ AN : $P_3 = 2,8bar$ $P_3 = 2,8bar$
16. Entre D et E la loi de Laplace s'applique encore $P_3^{1-\gamma} T_3^\gamma = P_4^{1-\gamma} T_4^\gamma$ $P_3^{1-\gamma} T_3^\gamma = P_4^{1-\gamma} T_4^\gamma$ et $T_4 = T_3 \left(\frac{P_3}{P_4} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$ $T_4 = T_3 \left(\frac{P_3}{P_4} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$
- AN $T_4 = 717K = 444^\circ C$ $T_4 = 717K = 444^\circ C$
17. Dans la tuyère adiabatique le premier principe s'écrit $e_c + h = cste$ $e_c + h = cste$ d'où entre les points D et E $\frac{1}{2} v_{s,t}^2 + C_p T_4 = C_p T_3$ $\frac{1}{2} v_{s,t}^2 + C_p T_4 = C_p T_3$ en négligeant l'énergie cinétique à l'entrée.
- D'où $v_{s,t} = \sqrt{2C_p (T_3 - T_4)}$ $v_{s,t} = \sqrt{2C_p (T_3 - T_4)}$ AN $v_{s,t} = 700m/s$ $v_{s,t} = 700m/s$
- La poussée est alors donnée par $\Pi = D_m v_{s,t}$ $\Pi = D_m v_{s,t}$ (*fallait-il le démontrer ?*) AN $\Pi = 45,5kW$ $\Pi = 45,5kW$

III Le guidage des avions : l'altimètre

18. $f_s(t) = f_o + \frac{\delta f}{t_o} t$ $f_s(t) = f_o + \frac{\delta f}{t_o} t$ avec $t < t_o$

19. $\theta(t) = 2\pi \int_0^t f_s(t') dt' = 2\pi \int_0^t \left(f_o + \frac{\delta f}{t_o} t'\right) dt' = 2\pi \left(f_o t + \frac{\delta f}{2t_o} t^2\right)$

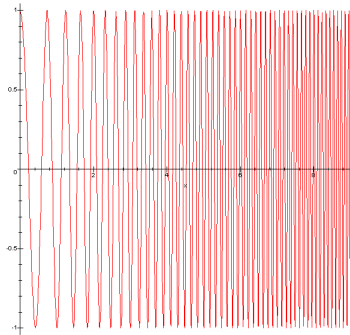
$$\theta(t) = 2\pi \int_0^t f_s(t') dt' = 2\pi \int_0^t \left(f_o + \frac{\delta f}{t_o} t'\right) dt' = 2\pi \left(f_o t + \frac{\delta f}{2t_o} t^2\right)$$

soit $\theta(t) = \omega_o t + \omega_o \omega_1 t^2$ $\theta(t) = \omega_o t + \omega_o \omega_1 t^2$

et $s(t) = A \cos(\omega_o t + \omega_o \omega_1 t^2)$ $s(t) = A \cos(\omega_o t + \omega_o \omega_1 t^2)$

avec les valeurs numériques proposées $s(t) = A \cos \left[2\pi 10^{10} \left(t + \frac{t^2}{2} \right) \right]$

$s(t) = A \cos \left[2\pi 10^{10} \left(t + \frac{t^2}{2} \right) \right]$ d'où l'allure de la courbe (échelle non respectée)



20. τ est le temps que met le signal à faire l'aller retour donc $\tau = 2z/c$ $\tau = 2z/c$, le coefficient a correspond à l'atténuation liée à la propagation dans l'atmosphère.

AN : $\tau = 2 \cdot 10^{-5}$ s à 3000m

21. $n(t) = ks(t)r(t) = kA^2 a \cos(\omega_o t + \omega_o \omega_1 t^2) \cos(\omega_o(t - \tau) + \omega_o \omega_1(t - \tau)^2)$

$$n(t) = ks(t)r(t) = kA^2 a \cos(\omega_o t + \omega_o \omega_1 t^2) \cos(\omega_o(t - \tau) + \omega_o \omega_1(t - \tau)^2)$$

$$n(t) = \frac{kA^2 a}{2} [\cos(\omega_o t + \omega_o \omega_1 t^2 + \omega_o(t - \tau) + \omega_o \omega_1(t - \tau)^2) + \cos(\omega_o t + \omega_o \omega_1 t^2 - \omega_o(t - \tau) - \omega_o \omega_1(t - \tau)^2)]$$

$$n(t) = \frac{kA^2 a}{2} [\cos(\omega_o \tau + 2\tau \omega_o \omega_1 t - \omega_o \omega_1 \tau^2) + \cos((2\omega_o - 2\omega_o \omega_1 \tau)t + 2\omega_o \omega_1 t^2 - \omega_o \tau + \omega_o \omega_1 \tau^2)]$$

dans le premier terme on a une fréquence instantanée fixe $f_1 = \frac{2\tau \omega_o \omega_1}{2\pi} = \frac{\tau \delta f}{t_o}$

$$f_1 = \frac{2\tau \omega_o \omega_1}{2\pi} = \frac{\tau \delta f}{t_o}$$

Et dans le second une fréquence instantanée variable

$$f_2(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta_2}{dt} = \frac{2\omega_o - 2\omega_o \omega_1 \tau + 4\omega_o \omega_1 t}{2\pi} = 2f_0 + \frac{\delta f}{t_o} (t - \tau) = f_2$$

$$f_2(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta_2}{dt} = \frac{2\omega_o - 2\omega_o \omega_1 \tau + 4\omega_o \omega_1 t}{2\pi} = 2f_0 + \frac{\delta f}{t_o} (t - \tau) = f_2$$

22. Avec $\delta f \ll f_0$ et $\tau \ll t_0$ on peut approximer $f_1 = \frac{\tau \delta f}{t_0} f_1 = \frac{\tau \delta f}{t_0}$ et $f_2 = 2f_0 f_2 = 2f_0$, avec $f_2 \gg f_1$.

L'information sur z est contenue dans f_1 , il suffit alors de placer un filtre passe bas pour ne récupérer que f_1 .

23. Avec les valeurs numériques proposées, le filtre recherché doit permettre de couper $f_2 = 2 \cdot 10^4 \text{ MHz}$ et de conserver $f_1 \leq 1 \text{ MHz}$

Filtre 1 : passe bas d'ordre 1, $\omega_{c1} = 10^3 \text{ rad s}^{-1}$: fréquence de coupure trop basse

Filtre 2 : avec des valeurs numériques très improbables, passe bas d'ordre 1, $\omega_{c2} = 10^3 \text{ rad s}^{-1}$: fréquence de coupure trop basse

Filtre 3 : passe bande, $\omega_3 = \sqrt{\frac{1}{L_3 C_3}} = 10^3 \text{ rad s}^{-1}$ $\omega_3 = \sqrt{\frac{1}{L_3 C_3}} = 10^3 \text{ rad s}^{-1}$ et

$Q_3 = R_3 \sqrt{\frac{C_3}{L_3}} = 10^3$ $Q_3 = R_3 \sqrt{\frac{C_3}{L_3}} = 10^3$: filtre très sélectif, qui ne peut convenir car la fréquence f_1 n'est pas connue, c'est ce qu'on cherche à mesurer.

Filtre 4 : filtre passe haut d'ordre 2, $\omega_4 = \sqrt{\frac{1}{L_4 C_4}} = 10^{4,5} = 3,2 \cdot 10^4 \text{ rad s}^{-1}$

$\omega_4 = \sqrt{\frac{1}{L_4 C_4}} = 10^{4,5} = 3,2 \cdot 10^4 \text{ rad s}^{-1}$ et $Q_4 = \frac{1}{R_4} \sqrt{\frac{L_4}{C_4}} = 10^{1,5} = 32$

$Q_4 = \frac{1}{R_4} \sqrt{\frac{L_4}{C_4}} = 10^{1,5} = 32$ ne convient pas du tout

Filtre 5 : filtre passe bas d'ordre 2, $\omega_5 = \frac{1}{R_5 C_5} = 10^3 \text{ rad s}^{-1}$ $\omega_5 = \frac{1}{R_5 C_5} = 10^3 \text{ rad s}^{-1}$ et

$Q_5 = 1/3$ $Q_5 = 1/3$: la fréquence de coupure est trop basse

Filtre 6 : filtre passe bas d'ordre 2 $\omega_6 = \frac{1}{R_6 \sqrt{C_{61} C_{62}}} = 10^8 \text{ rad s}^{-1}$

$\omega_6 = \frac{1}{R_6 \sqrt{C_{61} C_{62}}} = 10^8 \text{ rad s}^{-1}$ et $Q = \frac{\sqrt{C_1 C_2}}{C_1 + C_2} = 0,2$ $Q = \frac{\sqrt{C_1 C_2}}{C_1 + C_2} = 0,2$: ce filtre là convient.

