

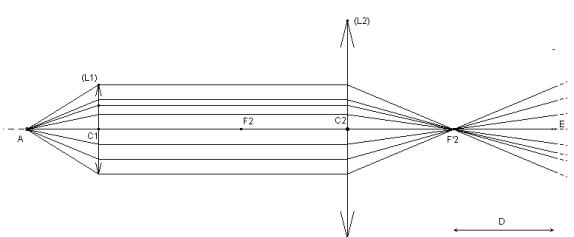
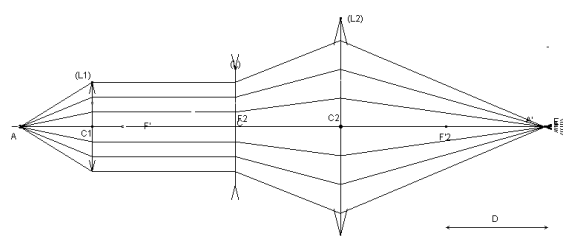
CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ELEVES INGENIURS DU CONTROLE DE LA NAVIGATION AERIENNE

1. La condition de roulement sans glissement se traduit par : $v(I) = v(I) + \Omega \wedge CI = \frac{dx}{dt} e_x + \frac{d\theta}{dt} e_z \wedge (-a e_y) = \left(\frac{dx}{dt} + a \frac{d\theta}{dt} \right) e_x = 0$ $\frac{dx}{dt} + a \frac{d\theta}{dt} = 0 \Rightarrow x + a\theta = cte = 0$ $\begin{matrix} x=0 \\ \theta=0 \end{matrix}$: $x = -a\theta$ réponse A)		
2. En utilisant le théorème de Kœnig relatif à l'énergie cinétique, $E_c = \frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} J \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} m a^2 \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2$ mouvement du barycentre mouvement dans R* Réponse B)		
3. $OA = OC + CA = x e_x + a \sin \theta e_x - a \cos \theta e_y = (x + a \sin \theta) e_x - a \cos \theta e_y$ $v_A = \left(\frac{dx}{dt} + a \cos \theta \frac{d\theta}{dt} \right) e_x + a \sin \theta \frac{d\theta}{dt} e_y$ En dérivant, : Comme $\frac{dx}{dt} = -a \frac{d\theta}{dt}$ $v_A = (1 - \cos \theta) \frac{dx}{dt} e_x - \sin \theta \frac{dx}{dt} e_y$: Réponse A)		
4. L'énergie cinétique est additive : $v_A^2 = (1 - \cos \theta)^2 \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \sin^2 \theta \left(\frac{dx}{dt} \right)^2$ $v_A^2 = (1 - 2 \cos \theta + \cos^2 \theta + \sin^2 \theta) \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = 2(1 - \cos \theta) \left(\frac{dx}{dt} \right)^2$ $E_c = m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} M v_A^2 = m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + M (1 - \cos \theta) \left(\frac{dx}{dt} \right)^2$: Réponse C)		
5. La puissance d'une force est $P = f \cdot v = M g \cdot v_A = + M g \sin \theta \frac{dx}{dt}$: Réponse D)		
6. Si $\theta \ll 1$, $x \ll a$ et $E_c \approx m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + M \frac{\theta^2}{2} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 \approx m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2$ En appliquant le théorème de la puissance cinétique, $\frac{dE_c}{dt} = P$ alors $\frac{dE_c}{dt} \approx m \left(\frac{dx}{dt} \right) \left(\frac{d^2 x}{dt^2} \right) = + M g \theta \frac{dx}{dt} = - \frac{M g x}{a} \frac{dx}{dt}$ soit $\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{M g}{a} x = 0$ $\omega_0^2 = \frac{M g}{a}$: $\omega_0 = \sqrt{\frac{M g}{a}}$:: Réponse A)		
7. En écrivant la relation fondamentale suivant Ox, il vient		

$\frac{d}{dt} \left(M(1 - \cos \theta) \frac{dx}{dt} + m \frac{dx}{dt} \right) = R_t \approx m \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{Mg}{a} x$		
---	--	--

8. Nous avons $\underline{Y}_2 = \frac{1}{R_2} + jC_2\omega = \frac{1 + jR_2C_2\omega}{R_2}$ et $\underline{Y}_1 = \frac{1}{R_1} + jC_1\omega = \frac{1 + jR_1C_1\omega}{R_1}$. Nous reconnaissons un diviseur de tension : $\underline{T}(j\omega) = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{\underline{Y}_2}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2} = \frac{1}{1 + \underline{Y}_1/\underline{Y}_2} = \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_1} \frac{1 + jR_1C_1\omega}{1 + jR_2C_2\omega}}$ Alors $A = \frac{R_2}{R_1}$: Réponse A)		
9. $\omega_1 = 1/R_1C_1$: Réponse B)		
10. $\omega_2 = 1/R_2C_2$: Réponse D)		
11. Le déphasage est nul si T est réel soit $\omega_2 = \omega_1 \Rightarrow R_1C_1 = R_2C_2$; $C_2 = \frac{R_1}{R_2}C_1$: Réponse C)		
12. alors $v_s(t) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_e \cos(\omega t)$: Réponse A)		
13. Nous avons $\frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{1}{10}$ alors $R_2 = 9R_1 = 9M\Omega$ et $C_2 = \frac{R_1}{R_2}C_1 = \frac{1}{9}nF$: Réponse D)		

14. Ce sont les méthodes de Bessel Silbermann : Posons $\overline{OA} = x$ et $\overline{OA'} = x'$ et $\overline{AA'} = x' - x = D$, distance entre l'écran et l'objet. $\frac{1}{x'} - \frac{1}{x} = \frac{1}{f'}$ On a de plus, la formule de conjugaison au sommet : Alors, D étant fixe, on cherche les deux solutions en x vérifiant les conditions précédentes : $\frac{1}{x+D} - \frac{1}{x} = \frac{1}{f'} \quad \frac{-D}{(x+D)x} = \frac{1}{f'} \quad ; \quad Df' + (x+D)x = 0 \quad \text{soit} \quad x^2 + Dx + Df' = 0$ Alors $\Delta = D^2 - 4Df' > 0$: Il faut donc nécessairement que $D > 4f'$ $D > 4f' = D_0$: Réponse D)		
15. Alors $x_1 = \frac{-D + \sqrt{D^2 - 4Df'}}{2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-D - \sqrt{D^2 - 4Df'}}{2} \quad \text{alors} \quad d = x_1 - x_2 = \sqrt{D^2 - 4Df'}$ soit $d^2 = D^2 - 4Df'$ soit $f' = \frac{D^2 - d^2}{4D} = 180mm$ Réponse A)		

16. Le grandissement vaut : $G_1 = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{1,529}{-0,471} = -3,25$ ou avec le rapport inverse $G_2 = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -0,31$: Réponse B)		
17. Si $G_1 = G_2 = -1$ alors $d=0$: Réponse C)		
18. Alors $D_0 = 4f' = 720\text{mm}$: Réponse B)		
19. Il n'existe aucune position de la lentille $\mathcal{L}'$ pour laquelle l'image sur l'écran est nette : Réponse A)		
20. C'est la méthode de Badal : $\overline{F_0 A'} \cdot \overline{F_0' A''} = -f_0'^2 \Rightarrow \delta = \frac{f_0'^2}{-f_i'} \Rightarrow f_i' = \frac{f_0'^2}{-\delta}$: Réponse D)		
 		

21. $x = vt$: Réponse D)		
22. $\phi = \iint_{\text{surface}} B ds \approx NB_0 a^2 \cos\left(2\pi \frac{x}{\lambda} - \omega_0 t\right)_{x=vt} = NB_0 a^2 \cos\left(2\pi \frac{vt}{\lambda} - \omega_0 t\right)$ $\phi = \iint_{\text{surface}} B ds \approx NB_0 a^2 \cos\left(2\pi \frac{x}{\lambda} - \omega_0 t\right)_{x=vt} = NB_0 a^2 \cos\left(\left(2\pi \frac{v}{\lambda} - \omega_0\right)t\right)$ Alors $\phi_0 = NB_0 a^2$ et $\omega = 2\pi \frac{v}{\lambda}$: Réponse A)		
23. $e = -\frac{d\phi}{dt} = \phi_0 (\omega - \omega_0) \sin((\omega - \omega_0)t)$: Réponse C)		
24. En appliquant la loi de maille, $L \frac{di}{dt} + Ri = e$ alors $(jL\omega + R) \underline{I} = \phi_0 (\omega - \omega_0)$ $\underline{I} = \frac{\phi_0 (\omega - \omega_0)}{jL(\omega - \omega_0) + R}$ et $I = \frac{\phi_0 \omega - \omega_0 }{\sqrt{L^2 \omega^2 + R^2}}$ et $\tan(\psi_0) = -\frac{L(\omega - \omega_0)}{R}$ Réponse A)		
25. En appliquant la loi de Laplace, $\underline{F} = \left(IaB\left(x + \frac{a}{2}\right) - IaB\left(x - \frac{a}{2}\right) \right) \underline{e}_x$ $\underline{F} = N \left(i(t) aB\left(x + \frac{a}{2}\right) - i(t) aB\left(x - \frac{a}{2}\right) \right) \underline{e}_x$ alors $\underline{F} = N I a^2 \left(\frac{dB(x)}{dx} \right) \underline{e}_x$ soit		

$F = i(t) Na^2 \left(\frac{dB(x)}{dx} \right) e_x = -i(t) \frac{2\pi Na^2 B_0}{\lambda} \sin \left(2\pi \frac{x}{\lambda} - \omega_0 t \right) e_x$ $F = -I_0 \phi_0 \frac{2\pi}{\lambda} \sin((\omega - \omega_0)t + \psi_0) \sin((\omega - \omega_0)t) e_x$ Alors $F_0 = -I_0 \Phi_0 \frac{2\pi}{\lambda}$ Réponse D)		
26. Comme $\sin((\omega - \omega_0)t + \psi_0) \sin((\omega - \omega_0)t) =$ $\sin^2((\omega - \omega_0)t) \cos(\psi_0) + \cos((\omega - \omega_0)t) \sin((\omega - \omega_0)t) \sin(\psi_0)$ $\langle \sin((\omega - \omega_0)t + \psi_0) \sin((\omega - \omega_0)t) \rangle = \langle \sin^2((\omega - \omega_0)t) \rangle \cos(\psi_0) + 0 = \frac{1}{2} \cos(\psi_0)$ La valeur moyenne dans le temps est $\langle F(t) \rangle = -I_0 \phi_0 \frac{\pi}{\lambda} \cos(\psi_0)$: Réponse B)		
27. avec $\cos(\psi_0) = \frac{R}{\sqrt{R^2 + L^2 (\omega - \omega_0)^2}}$ Réponse C)		

28. Le rendement d'une pompe à chaleur est $\eta = \frac{T_c(t)}{T_c(t) - T_0}$: réponse C)		
29. Par définition $\eta = \frac{-\delta Q_c}{P dt} = \frac{CdT_c}{P dt} = \frac{T_c(t)}{T_c(t) - T_0}$. En séparant les variables, $CdT_c \left(\frac{T_c(t) - T_0}{T_c(t)} \right) = P dt \quad \text{soit} \quad CdT_c \left(1 - \frac{T_0}{T_c(t)} \right) = P dt$ $\int_{T_0}^{T_1} CdT_c \left(1 - \frac{T_0}{T_c(t)} \right) = P \int_0^{t_0} dt \quad ; \quad C \left[(T_1 - T_0) - T_0 \ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right) \right] = P t_0$: réponse A)		
30. Avec un radiateur $\eta = 1 = \frac{-\delta Q_c}{P dt} = \frac{CdT_c}{P dt}$ En séparant les variables, $CdT_c = P dt \quad \text{soit} \quad \int_{T_0}^{T_1} CdT_c = P \int_0^{t_0} dt \quad ; \quad C(T_1 - T_0) = P t_1$: réponse D)		
31. Le gain de temps $\Delta t = t_1 - t_0$ que l'on obtient en utilisant une pompe à chaleur plutôt qu'un radiateur électrique est $\Delta t = \frac{C}{P} \left[T_0 \ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right) \right] = \frac{283}{98 \cdot 10^{-6}} \ln \left(\frac{291}{283} \right) = 80,5 \cdot 10^3 s$ réponse B)		
32. Nous obtenons un transitoire thermique : $dH = CdT = \delta Q = -kC(T_c(t) - T_0) dt$ alors $\frac{dT}{dt} + k(T_c(t) - T_0) = 0$ soit $T_c(t) = (T_c - T_0) \exp(-kt) + T_0$ alors		

$k = \frac{1}{t} \ln \left(\frac{T_c - T_0}{T_c(t) - T_0} \right) = \frac{1}{3600} \ln \left(\frac{5}{4} \right) = 0,2.10^{-4} s$: réponse D)		
33. En appliquant le 1^{er} principe à la pièce, $CdT_c = -kC(T - T_0)dt + \eta Pdt = -kC(T - T_0)dt + \frac{T_c(t)}{T_c(t) - T_0} Pdt$ En régime permanent, $dT_c = 0$ et $\frac{kC}{P}(T_\ell - T_0) = \frac{T_\ell}{T_\ell - T_0}$ soit $(T_\ell - T_0)^2 = T_\ell \frac{P}{kC} = T_\ell^2 + T_0^2 - 2T_\ell T_0 \quad \text{soit} \quad T_\ell^2 + T_0^2 - 2T_\ell \left(T_0 + \frac{P}{2kC} \right) = 0$ $A = T_0 + \frac{P}{2kC} \quad \text{: Réponse B)}$		
34. Avec un radiateur $CdT_c = -kC(T - T_0)dt + Pdt$ alors en régime permanent, $dT_c = 0$ et $\frac{kC}{P}(T_{\ell 2} - T_0) = 1 \quad \text{soit} \quad T_{\ell 2} = \frac{P}{kC} + T_0 = 288K$: Réponse A)		
35. La loi des nœuds en termes de potentiels donne : $V_A = \frac{Y.V_e + Y.V_s}{3Y + Y_2} \quad \text{et} \quad V_B = 0 = \frac{Y.V_A + Y_1.V_s}{Y + Y_1} \quad \text{alors} \quad V_A = \frac{Y.V_e + Y.V_s}{3Y + Y_2} = -\frac{Y_1}{Y} V_s$ $(Y.V_e + Y.V_s)Y = -Y_1(3Y + Y_2)V_s \quad \text{ou} \quad YY.V_e = -V_s(3YY_1 + Y_1Y_2 + YY)$ $\underline{T} = \frac{V_e}{V_s} = -\frac{YY}{3YY_1 + Y_1Y_2 + YY} = -\frac{1}{1 + 3\frac{Y_1}{Y} + \frac{Y_1Y_2}{Y^2}} \quad \text{: Réponse A)}$		
36. $Y = jC\omega$; $\underline{Y}_1 = \frac{1}{R}$ et $\underline{Y}_2 = \frac{\alpha}{R}$: $\underline{T} = -\frac{1}{1 + 3\frac{1}{jRC\omega} + \frac{\alpha}{(jRC\omega)^2}}$ $\underline{T} = -\frac{1}{1 - 3jx + \alpha x^2} = \frac{1}{1 - \alpha x^2 - 3jx} \quad \text{En module,} \quad T = \frac{1}{\sqrt{(1 - \alpha x^2)^2 + 9x^2}} \quad \text{: Réponse C)}$		
37. $T = \frac{1}{\sqrt{1 + (9 - 2\alpha)x^2 + (\alpha^2 x^4)}}$ alors $\alpha = 9/2$: réponse A)		
38. Par identification : $\sqrt{\alpha}x = \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{\omega_0}{\omega} = \frac{\omega_1}{\omega}$; $\omega_1 = \frac{3\omega_0}{\sqrt{2}}$: Réponse D)		
39. $\underline{T} = -\frac{1}{1 - 3jx + \alpha x^2} = -\frac{1}{1 - \frac{9x^2}{2} - 3jx} = -\frac{1}{1 - \left(\frac{\omega_1}{\omega}\right)^2 - \sqrt{2}j\frac{\omega_1}{\omega}}$ donc		

$\tan(\varphi) = \frac{\sqrt{2} \frac{\omega_1}{\omega}}{1 - \left(\frac{\omega_1}{\omega}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{\frac{\omega}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\omega}} ; \text{ Réponse B)}$		
40. la valeur ω_2 de la pulsation correspondant à une atténuation de la fonction de transfert de 40 dB par rapport à $T(\infty)$ vérifie $T = 1/2$ alors $4 = 1 + \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^4 \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt[4]{3} \quad \omega_2 = \frac{3\omega_0}{\sqrt[4]{3}\sqrt{2}}$		