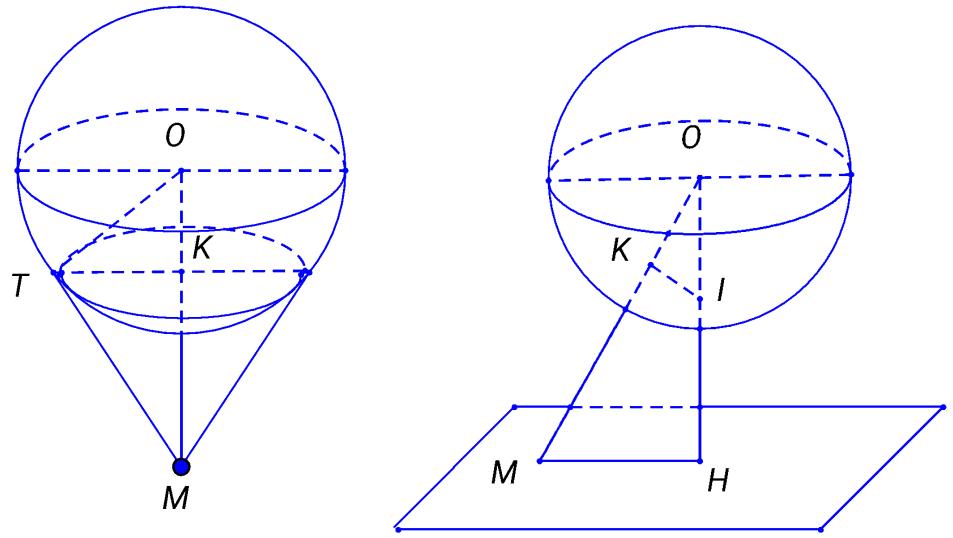
Câu 7. **[2H2-2.1-3] (THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018)** Cho mặt cầu (S) tâm O, bán kính bằng 2 và mặt phẳng (P). Khoảng cách từ O đến (P) bằng 4. Từ điểm M thay đổi trên (P) kẻ các tiếp tuyến MA, MB, MC tới (S) với A, B, C là các tiếp điểm. Biết mặt phẳng (ABC) luôn đi qua một điểm I cố định. Tính độ dài OI.

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D.



Gọi K là giao của mặt phẳng (ABC) và OM.

Gọi H là hình chiếu của O trên (P). Trong mặt phẳng (OMH) kẻ $KI \perp OM\,(I \in OH)$ tại K.

Ta có (ABC) là mặt phẳng qua K và vuông góc với OM nên $KI \subset (ABC)$.

Ta có $OT^2 = OK.OM = OI.OH \Rightarrow OI = \frac{OT^2}{OH} = 1$,

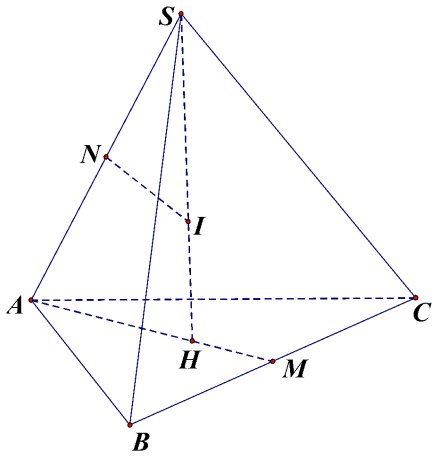
Mặt khác I thuộc đoạn thẳng OH nên I cố định.

Câu 50: **[2H2-2.1-3] (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018)** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và mỗi cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. **B.** $\frac{3a}{5}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Gọi H là trọng tâm tam giác đều ABC, khi đó $SH \perp (ABC)$ và là trục đường tròn ngoại tiếp mặt đáy.

Gọi N là trung điểm SA, mặt phẳng trung trực của cạnh SA cắt SH tại I. Khi đó $IS = IA = IB = IC$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

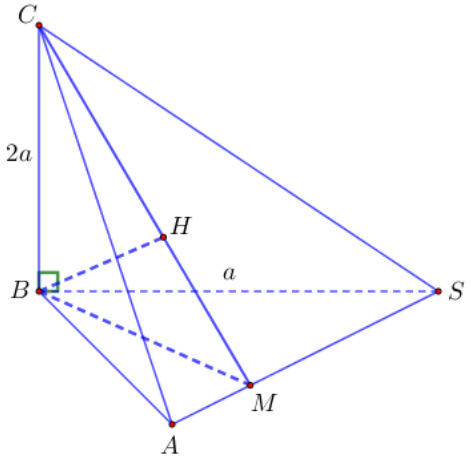
Bán kính mặt cầu là $R = SI = \dfrac{SN.SA}{SH} = \dfrac{\frac{1}{2}SA^2}{\sqrt{SA^2 - AH^2}} = \dfrac{1}{2}\dfrac{\left(a\sqrt{2}\right)^2}{\sqrt{\left(a\sqrt{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \dfrac{a\sqrt{15}}{5}$.

----------**HẾT**----------**Câu 35:** **[2H2-2.1-3] (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $BC = 2a$ Mặt bên (SAB) vuông góc với đáy, $\widehat{ASB} = 60^\circ$, $SB = a$. Gọi (S) là mặt cầu tâm B và tiếp xúc với (SAC). Tính bán kính r của mặt cầu (S).

A. $r = 2a$. **B.** $r = 2a\sqrt{\dfrac{3}{19}}$. **C.** $r = 2a\sqrt{3}$. **D.** $r = a\sqrt{\dfrac{3}{19}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Ta có $(SAB) \perp (ABC)$, $(SAB) \cap (ABC) = AB$, $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

Vẽ $BM \perp SA$ tại $M \Rightarrow SA \perp (BMC) \Rightarrow (SAC) \perp (BMC)$, vẽ $BH \perp MC$ tại H $\Rightarrow BH \perp (SAC) \Rightarrow r = BH$.

Ta có $BM = \sin 60^{\circ}.SB \Rightarrow BM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $BH = \dfrac{BC.BM}{\sqrt{BC^2 + BM^2}} = \dfrac{2a.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{4a^2 + \dfrac{3a^2}{4}}} = 2a\sqrt{\dfrac{3}{19}}$.

Vậy bán kính của mặt cầu (S) bằng $2a\sqrt{\dfrac{3}{19}}$.

Câu 38. **[2H2-2.1-3] (THPT HỒNG LĨNH HÀ TĨNH-2018)** Cho mặt cầu (S) tâm I. Một mặt phẳng (P) cách I một khoảng bằng $3(cm)$ cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn đi qua ba điểm A, B, C biết $AB = 6(cm)$, $BC = 8(cm)$, $CA = 10(cm)$. Diện tích của mặt cầu (S) bằng

A. $68\pi cm^2$. **B.** $20\pi cm^2$. **C.** $136\pi cm^2$. **D.** $300\pi cm^2$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi S là diện tích tam giác ABC và R bán kính đường tròn đi qua ba điểm A, B, C

$S = \sqrt{12(12-6)(12-8)(12-10)} = 24$

$R = \dfrac{6.8.10}{4.24} = 5$

Khi đó bán kính mặt cầu $r = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34}$

Diện tích của mặt cầu (S) bằng: $S = 4\pi r^2 = 4.\pi.\left(\sqrt{34}\right)^2 = 136\pi cm^2$.