

6 класс, 2017 год

1. 8 кексов стоят столько же как и 7 пирожных. Сравните стоимость 42 кексов и 37 пирожных. (Ответ обоснуйте).
2. Можно ли заменить звездочки в равенстве $1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9 * 10 = 0$ на знаки «+» или «-» так, чтобы равенство стало верным? (Ответ обоснуйте).
3. Жили-были на свете три поросёнка, три брата: Ниф-Ниф, Наф-Наф, Нуф-Нуф. Построили они три домика: соломенный, деревянный и кирпичный. Все три брата выращивали возле своих домиков цветы: розы, ромашки и тюльпаны. Известно, что Ниф-Ниф живет не в соломенном домике, а Наф-Наф – не в деревянном; возле соломенного домика растут не розы, а тот, у кого деревянный домик, выращивает ромашки. У Наф-Наф аллергия на тюльпаны, поэтому он не выращивает их. Узнайте, кто в каком домике живет, и какие цветы выращивает.
4. Лиса Алиса и Кот Базилио – фальшивомонетчики. Базилио делает монеты тяжелее настоящих, а Алиса – легче. У Буратино есть 15 одинаковых по внешнему виду монет, но какая-то одна – фальшивая. Как двумя взвешиваниями на чашечных весах без гирь Буратино может определить, кто сделал фальшивую монету – Кот Базилио или Лиса Алиса? (Ответ обоснуйте).
5. Все натуральные числа от 1 до 1000 разбиты на две группы: четные числа и нечетные числа. Определите, в какой из групп сумма всех цифр, использованных при записи этих чисел, больше и на сколько. (Ответ обоснуйте).
6. В Бразилии живет очень много диких обезьян. Ежегодно 2 января проводят перепись всех обезьян. В 1999 году количество всех обезьян увеличилось по сравнению с 1998 годом ровно на 5%. В 2000-2003 годах прирост обезьян каждый год составлял ровно 5%, причем, по данным переписи 2003 года, в стране проживало не более 5 000 000 диких обезьян. Сколько диких обезьян жило в Бразилии 2 января 2003 года?

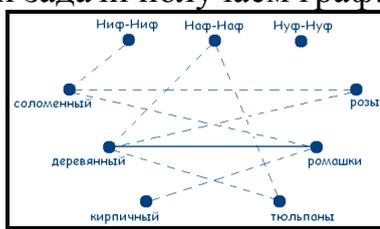
Решения 6 класс, 2017 год

1. **Решение:** Пусть x – цена одного кекса, а y – цена одного пирожного. Тогда по условию задачи $8x = 7y$. Значит, одно пирожное стоит дороже, чем один кекс. Следовательно, 42 кекса стоят дешевле, чем 37 пирожных, так как $42x = 8x \cdot 5 + 2x$, $37y = 7y \cdot 5 + 2y$, т.е. $8x \cdot 5 + 2x < 7y \cdot 5 + 2y$.

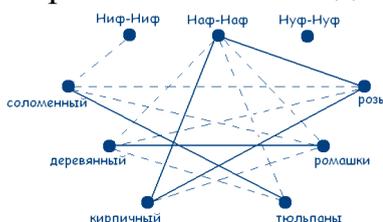
Ответ: 42 кекса стоят дешевле, чем 37 пирожных.

2. **Решение:** Нельзя. Заменяв все звездочки на «+», мы получим, что значение выражения в левой части равно 55. Начнем теперь заменять некоторые знаки «+» на «-». При этом каждый раз значение выражения будет уменьшаться на четное число. Если же от числа 55 несколько раз отнимать четное число, то все время результат будет нечетным. Значит, четное число 0 получить невозможно. **Ответ:** Нельзя.

3. **Решение:** Из условий задачи получаем граф:



Можно сделать вывод, что возле кирпичного домика растут розы, а возле соломенного – тюльпаны. А так как Наф-Наф живет не в деревянном домике, то он и не выращивает ромашки. А так как на тюльпаны у него аллергия, то он может выращивать только розы. Внесем эти данные в чертеж и получим:



Теперь стало ясно и то, что Ниф-Ниф живет в деревянном домике и выращивает ромашки. Методом исключения получаем, что Нуф-Нуф живет в соломенном домике и выращивает тюльпаны.

Ответ: Наф-Наф живет в кирпичном домике и выращивает розы; Ниф-Ниф живет в деревянном домике и выращивает ромашки; Нуф-Нуф живет в соломенном домике и выращивает тюльпаны.

4. **Решение:** Буратино может разделить свои монеты на три кучки по 7, 4, 4, или по 5, 5, 5, или по 3, 6, 6, или по 1, 7, 7 монет. При первом взвешивании он положит на весы две кучки монет одинаковой величины. Если при этом весы оказались в равновесии, значит, все монеты на весах настоящие, а бракованная монета в оставшейся кучке. Тогда при втором взвешивании на одну чашку весов Буратино положит кучку с бракованной монетой, а на вторую – столько настоящих монет, сколько всего монет он положил на

первую чашку, и тогда он сразу определит, легче фальшивая монета, чем настоящие, или тяжелее. Если же при первом взвешивании весы оказались не в равновесии, значит, все монеты в оставшейся кучке настоящие. Тогда Буратино уберет с весов легкую кучку, а монеты из тяжелой кучки разделит на две равные части и положит на весы (если в кучке было 5 или 7 монет, предварительно добавит к ним одну настоящую монету). Если при втором взвешивании весы оказались в равновесии, значит, фальшивая монета легче настоящих, а если нет, то тяжелее. Задача решена.

5. **Решение:** В каждом десятке суммы цифр отличаются только суммами цифр в разряде единиц. Эта сумма у нечетных чисел на 5 больше. Полных десятков $1000 : 10 = 100$. Значит у чисел от 1 до 999 сумма нечетных на $5 \cdot 100 = 500$ больше. Число 1000 дает 1 в сумму четных чисел. Поэтому разница составляет 499.

Ответ: У группы нечетных чисел сумма всех цифр, использованных при записи этих чисел, на 499 больше.

6. **Решение:** Пусть 2 января 1998г. в Бразилии было x обезьян, тогда в 1999г. их было

$\frac{105}{100} \frac{105}{100} x = \frac{21}{20} \frac{21}{20} x$, в 2000г. - $(\frac{21}{20} \frac{21}{20})^2 x = \frac{441}{400} \frac{441}{400} x$, в 2001г. - $\frac{9261}{8000} x$, $\frac{9261}{8000} x$, в 2002г. - $\frac{194481}{160000} \frac{194481}{160000} x$, а в 2003г. - $\frac{4084101}{3200000} \frac{4084101}{3200000} x$. Отсюда следует, что x делится на

$3\ 200\ 000$. Поскольку $\frac{4084101}{3200000} \frac{4084101}{3200000} x < 5\ 000\ 000$, то $x = 3200000$, и на 2 января 2003г. было 4 084 101 обезьяна.

Ответ: 4 084 101 обезьяна.