

Розв'язки завдань II етапу Всеукраїнської олімпіади з астрономії 10 клас

1. 1-в; 2-б; 3-в; 4-а; 5-б; 6-г.

2. Згідно закону всесвітнього тяжіння $mg = G \frac{M \cdot m}{R^2}$. Звідси $g = G \frac{M}{R^2}$, де M – маса планети, R – її радіус. Густина планети $\rho = \frac{M}{V}$, де $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ – об'єм планети. Звідси $g = G \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3}{R^2}$. Остаточна $g = \frac{4}{3} G \cdot \rho \cdot \pi R$. Після підстановки $g \approx 0,111 \text{ м/с}^2$.

3. Від молодика до наступного молодика проходить 29,5 діб. За рік укладається 12 повних місячних (синодичних) місяців, і 11 діб залишається у залишку. Тому 13 молодиків (тобто «народжень» Місяця) на рік може бути тільки в тому випадку, якщо перший молодик відбувся не пізніше 11 січня.

Друга частина загадки теж не цілком вірна. Побачити Місяць вдень можна, хоч і не завжди. Не можна бачити вдень повний Місяць, тому що в цей час він під горизонтом. Зростаючий і старий серп теж не можна бачити вдень, тому що їхня яскравість менша за яскравість денного неба. А ось Місяць другого тижня синодичного місяця при ясному небі можна побачити в другій половині дня; Місяць третього тижня - у першій половині дня.

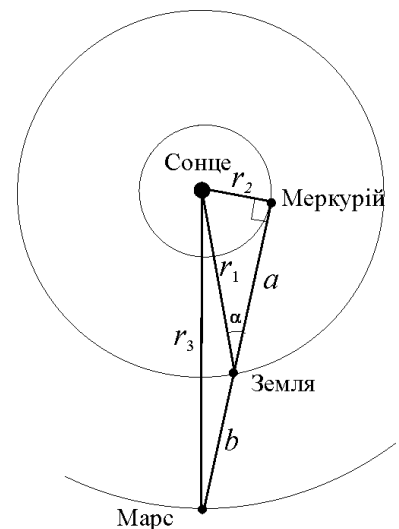
4. Оскільки Меркурій перебував у найбільшій західній елонгації як для Землі, так і для Марса, то ці дві планети розташовувалися в напрямку, перпендикулярному радіусу-вектору Меркурія r_2 (див. малюнок). Кутову відстань Меркурія від Сонця для Землі під час найбільшої елонгації знайдемо з прямокутного трикутника *ЗемляМеркурійСонце*. $r_1 = 1 \text{ а.о.}$, $r_2 =$

$\sin \alpha = \frac{0,39}{1} = 0,39$. $\alpha \approx 23^\circ$. Отже, Марс для земного спостерігача знаходився на 157° від Сонця на схід. Відстань від Землі до Меркурія знайдемо також з прямокутного трикутника

ЗемляМеркурійСонце. $a = \sqrt{r_1^2 - r_2^2} \approx 0,92 \text{ а.о.}$

Відстань від Марса до Меркурія знайдемо з прямокутного трикутника

МарсМеркурійСонце. $a + b = \sqrt{r_3^2 - r_2^2} = \sqrt{1,52^2 - 0,39^2} \approx 1,47 \text{ а.о.}$ Тоді відстань від Землі до Марса



$$b = 1,47 \text{ а.о.} - 0,92 \text{ а.о.} = 0,55 \text{ а.о.}$$

5. Визначаємо різницю довгот крайньої східної і крайньої західної точки України

$$40^{\circ}13'25'' - 22^{\circ}08'17'' = 18^{\circ}05'08'' . \text{ Переводимо градусну міру в годинну:}$$

$$18^{\circ} \cdot 4 \text{ хв} = 72 \text{ хв} = 1 \text{ год } 12 \text{ хв};$$

$$05' \cdot 4 \text{ сек} = 20 \text{ сек};$$

$$08'' \cdot \frac{1}{15}^{\text{с}} \approx 0,5 \text{ сек.}$$

Отже $18^{\circ}05'08'' = 1 \text{ год } 12 \text{ хв } 20,5 \text{ сек.}$ Це і є різниця в місцевому часі.

Висота Сонця в істинний полудень визначається географічною широтою.

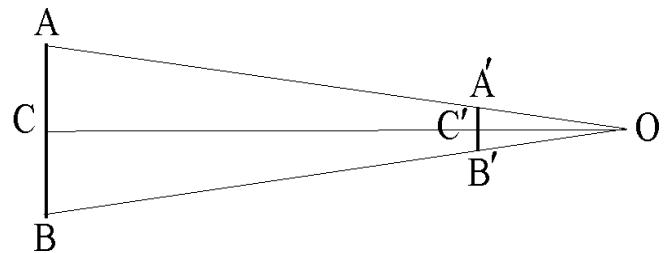
Сонце вище в селі Соломонове на $49^{\circ}15'33'' - 48^{\circ}25'07'' = 50'26'' \approx 1$ градус.

Годинник показує поясний час. Він однаковий по всій Україні, яка знаходиться в другому поясі, отже в с. Соломонове 9 год. Довжина одного пояса ≈ 15 градусів. Тому місто, що розташоване на 10° західніше крайньої західної точки другого пояса знаходиться в першому годинному поясі і годинник там покаже час 8 год, а місто, що розташоване на 25° західніше крайньої західної точки другого пояса знаходиться в нульовому годинному поясі і годинник там покаже час 7 год.

6. Якщо спостерігати одним оком віддалений предмет, відстань ОС до якого відома, і поставити на відомій відстані ОС' від ока прозору лінійку, то, знаючи відстань А'В' і використовуючи подібність трикутників, можна визначити розмір АВ віддаленого предмета

$A'B' = 5 \text{ мм}$ $OC' = 53 \text{ см}$ $OC = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м.}$ Тоді діаметр Сонця

$$AB = \frac{A'B' \cdot OC}{OC'} \approx 1,4 \cdot 10^9 \text{ м}$$



Кутовий діаметр Сонця в радіанах

$$d \approx \text{tg } d = \frac{AB}{OC} \approx 0,93 \cdot 10^{-2} \text{ рад}$$

$$0,93 \cdot 10^{-2} \text{ рад} \cdot \frac{180^{\circ}}{\pi} \approx 0,53^{\circ} \approx 32'$$

Розв'язки завдань II етапу Всеукраїнської олімпіади з астрономії
11 клас

1. 1 – б, 2 – а, 3- а, 4 – г, 5 – в, 6 – а.

2. Формула синодичного періоду $\frac{1}{S} = \frac{1}{T_3} - \frac{1}{T}$, де $T_3 = 1$ рік За умовою $S=3T$. Отже

$$\frac{1}{3T} = \frac{1}{T_3} - \frac{1}{T} \quad \text{Звідси} \quad T = \frac{4}{3}T_3 = \frac{4}{3}\text{року} \quad \text{За третім законом Кеплера}$$
$$\frac{T^2}{T_3^2} = \frac{a^3}{a_3^3}, \text{ де } a_3 = 1 \text{ а.о.}$$

$$a = \sqrt[3]{T^2} = \sqrt[3]{\left(\frac{4}{3}\right)^2} = 1,21 \text{ а.о.}$$

Остаточню

Астероїд найдалше від Землі може віддалитися в афелії своєї орбіти, а Земля в цей момент перебуває в протилежній точці своєї орбіти. Афелійна відстань $r_{\max} = a(1+e) = 1,331 \text{ а.о.}$ Отже максимальна відстань $1,331 \text{ а.о.} + 1 \text{ а.о.} = 2,331 \text{ а.о.}$

3. Від молодика до наступного молодика проходить 29,5 діб. За рік укладається 12 повних місячних (синодичних) місяців, і 11 діб залишається у залишку. Тому 13 молодиків (тобто «народжень» Місяця) на рік може бути тільки в тому випадку, якщо перший молодик відбувся не пізніше 11 січня.

Друга частина загадки теж не цілком вірна. Побачити Місяць вдень можна, хоч і не завжди. Не можна бачити вдень повний Місяць, тому що в цей час він під горизонтом. Зростаючий і старий серп теж не можна бачити вдень, тому що їхня яскравість менша за яскравість денного неба. А ось Місяць другого тижня синодичного місяця при ясному небі можна побачити в другій половині дня; Місяць третього тижня - у першій половині дня.

4 Нехай верхня кульмінація відбувалася на південь від зеніту. Тоді:
 $h_{\max} = 90^\circ - \varphi + \delta$; $h_{\min} = -90^\circ + \varphi + \delta$. Додавши рівняння, одержуємо:
 $\delta = \frac{h_{\max} + h_{\min}}{2} = 35^\circ$. Підставляючи це значення в одне з рівнянь, визначаємо, що $\varphi = 75^\circ$. У випадку, коли верхня кульмінація відбувається на північ від

зеніту: $h_{\max} = 90^\circ - \delta + \varphi$. $h_{\min} = -90^\circ + \varphi + \delta$. Знову, додавши рівняння,

$$\varphi = \frac{h_{\max} + h_{\min}}{2} = 35^\circ$$
 одержуємо: . Підставляючи це значення в одне з рівнянь, визначаємо, що $\delta = 75^\circ$.

Відповідь: Така кульмінація можлива на широті $\phi_1 = 75^\circ$ зорі зі схиленням $\delta_1 = 35^\circ$ або на широті $\phi_2 = 35^\circ$ зорі зі схиленням $\delta_2 = 75^\circ$.

5. Цифрою 1 позначимо Юпітер, цифрою 2 – Сатурн. Тоді формула

Погсона запишеться: $\frac{E_1}{E_2} = 10^{0,4(m_2 - m_1)}$, де E – яскравості планет, m – зоряні
 величини. Після підстановки $\frac{E_1}{E_2} = 10^{0,4(0,63 + 1,97)}$. $\frac{E_1}{E_2} = 10,96$. Або
 $E_1 = 10,96 \cdot E_2$.

Око сприймає сумарну освітленість як суму освітленостей компонент. Тоді в момент, коли планети «злилися в одну зорю», $E = E_1 + E_2$ або

$E = 10,96 \cdot E_2 + E_2 = 11,96 E_2$. Запишемо ще раз формулу Погсона для двох

планет і для Сатурна: $\frac{E}{E_2} = 10^{0,4(m_2 - m)}$, де m – сумарна видима зоряна величина.
 $\frac{11,96 E_2}{E_2} = 10^{0,4(m_2 - m)}$. $11,96 = 10^{0,4(m_2 - m)}$. Прологарифмуємо вираз
 $\lg 11,96 = 0,4(m_2 - m)$. $1,07 = 0,4(m_2 - m)$. Звідси $m = -2,06^m$.

6. а) Капелла – Візничий, Альдебаран – Телець, Рігель – Оріон, Бетельгейзе – Оріон, Поллукс – Близнята, Сиріус – Великий Пес, Проціон – Малий Пес, Регул – Лев.

б) Небесний меридіан проходить через полюси світу, зеніт і перетинає горизонт у точках півночі і півдня. Знаходимо Північний полюс світу. Для цього знаходимо ківш Великої Ведмедиці і відкладаємо на уявній лінії, що проходить через дві зорі (α і β) ковша 5 відстаней між цими зорями. Таким чином знаходимо Полярну зірку, яка знаходиться біля Північного полюса світу. Через точку півночі, полюс світу і точку півдня проводимо пряму. Це і буде небесний меридіан.

в) Зеніт знаходиться на висоті 90° над горизонтом. Висота полюса світу над горизонтом дорівнює широті місця спостереження, тобто 50° . Отже кутова відстань від Полярної зорі до зеніту 40° . Схилення Полярної зорі $\delta = 90^\circ$, схилення Сиріуса $\delta = -17^\circ$. Різниця схилень 107° . Відстань між цими

зорями на знімку 13,5 см. Отже 1 см відповідає $\approx 7,9^\circ$. Тоді 40° це 5 см. Відкладаємо цю відстань на знімку від Полярної зорі вздовж меридіана і позначаємо зеніт.

Схилення точки зеніту $\delta = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$.

