ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

Facultad de Ingeniería Civil y Ambiental

Carrera: Ingeniería Ambiental

Nombre: Alejandro Palma

Fecha: 2015-10-15

Tema: [illegible]

¡ENUNCIADO!

I) $Im(z^2) = 4$

$\to z^2 = (x+iy)^2 = x^2 - y^2 + i2xy$

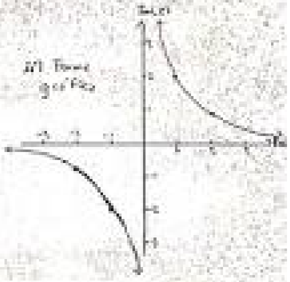
$\to Im(z^2) = 2xy = 4$

i) $y = \frac{2}{x}$ $Df: \forall x \in \mathbb{R} - \{0\}$

F. Analítica

y	x
2	1
1	2
-2	-1
-1	-2

ii) F. gráfica



iii) F. descriptiva

Es una hipérbola en donde su asíntota vertical es el eje y y la asíntota horizontal el eje x además que su gráfico ocupa netamente el 1er y 3er cuadrante.

II) $|z| = Re(z) + 1$ $z = x + iy$

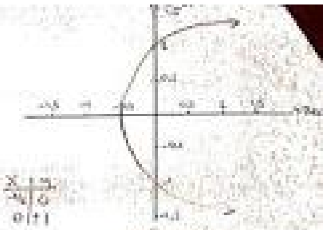
$\to \sqrt{x^2+y^2} = x+1$

$x^2 + y^2 = x^2 + 2x + 1$

$y^2 = 2x + 1$ $Df: y \in \mathbb{R}$

[illegible]

i) F. Analítica



ii) F. gráfica

iii) F. descriptiva

Es una parábola en donde x está en función de y y el vértice de la parábola se encuentra en el punto (−0.5, 0) [illegible]

III) $|z + 2i| + |z - 2i| = 6$

$\sqrt{x^2 + (y+2)^2} + \sqrt{x^2 + (y-2)^2} = 6$

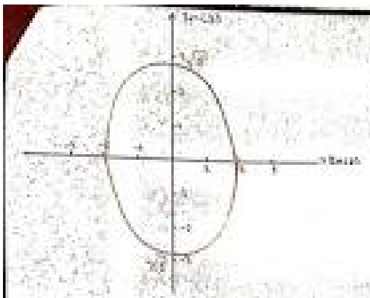
[illegible]

$16x^2 + 8y^2 = 64$

$2x^2 + y^2 = 8$

i) F. Analítica

$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{8} = 1 \to a = 2 \wedge b = 2\sqrt{2}$



ii) F. descriptiva

La figura representada es una elipse vertical con centro en el origen (y de radio horizontal de 2 y radio vertical de $2\sqrt{2}$).

iii) F. gráfica

• Ejercicios pertenecientes al blog.

4) Expresar en la forma $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ para

a) $w = \frac{z^2+1}{2z} \rightarrow w = \frac{(x+iy)^2+1}{2(x+iy)} = \frac{x^2-y^2+2xyi+1}{2x+2yi} \cdot \frac{2x-2yi}{2x-2yi}$

$w = \frac{x^2-y^2+1+2xyi}{4x^2+4y^2} \cdot (2x-2yi) = \frac{2x^3-2x^2yi-2xy^2+2y^3i+2x-2yi+4x^2yi+4xy^2}{4(x^2+y^2)}$

$w = \frac{2x^3+2xy^2+2x+i(2x^2y+2y^3-2y)}{4(x^2+y^2)}$

$w = \frac{2x^3+2xy^2+2x+i(2y^3+2x^2y-2y)}{4(x^2+y^2)} = \frac{x^3+xy^2+x}{2(x^2+y^2)} + \frac{i(y^3+x^2y-y)}{2(x^2+y^2)}$ //

b) $w = z^3+z+1 \rightarrow w = (x+iy)^3 + x+iy+1$

$w = x^3+3x^2yi+3xy^2(i^2)+i^3y^3+x+1+iy = x^3-3xy^2+x+1+3x^2yi-y^3i+iy$

$w = (x^3-3xy^2+x+1) + i(3x^2y+y-y^3)$ //

c) $w = z^3+2z^2 \rightarrow w = (x+iy)^3 + 2(x+iy)^2$

$w = x^3+3x^2yi+3xy^2(i^2)+i^3y^3+2x^2+4xyi+2y^2(i^2)$

$w = x^3-3xy^2+2x^2-2y^2+3x^2yi-y^3i+4xyi$

$w = (x^3+2x^2-3xy^2-2y^2) + i(3x^2y-y^3+4xy)$

d) $w = z^3+z^2+z \rightarrow w = (x+iy)^3 + (x+iy)^2 + x+iy$

$w = x^3+3x^2yi-3xy^2-y^3i+x^2+2xyi-y^2+x+iy$

$w = (x^3-3xy^2+x^2-y^2+x) + i(3x^2y-y^3+2xy+y)$

5) Expresar $F(z) = e^z$ en la forma $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$

$\Rightarrow F(z) = e^{x+iy} = e^x \cdot e^{iy} = e^x(\cos y + i\sin y)$

$F(z) = e^x\cos y + ie^x\sin y$

6) Expresar w con la forma $w = F(z)$ para:

a) $w = (x^2-y^2 [illegible]) + i(2x-2xy) = x^2 [illegible] -y^2 [illegible]$

$w = (x-iy)^2 + 2(-x+xi)$

$w = \bar{z}^2 + 2(-Re(z) + Re(z)i)$

$w = \bar{z}^2 + 2Re(z)(i-1)$

b) $w = (x^2-y^2-2y) + i(2x-2xy) = x^2-2xyi-y^2-2y+i2x$

$w = (x-iy)^2 + 2(ix-y) = (x-iy)^2 + 2(ix+i^2y)$

$w = (x-iy)^2 + 2i(x+yi)$

$w = \bar{z}^2 + 2zi$