

Travaux Dirigés d'Electromagnétisme

Série n° 7

Exercice 1 :

On considère deux ondes planes progressives électromagnétiques dont les champs sont données par:

$$\vec{E}_1[0; E_0 \cos(\omega t - kx); E_0 \sin(\omega t - kx)].$$

$$\vec{E}_2[0; E_0 \cos(\omega t - kx); -E_0 \sin(\omega t - kx)].$$

1. Préciser en justifiant votre réponse, les états de polarisation de ces deux ondes.
2. Déterminer la résultante de la superposition des ondes $\vec{E}_1$ et $\vec{E}_2$.
3. Quel est l'état de polarisation de cette onde. Ce résultat était-il prévisible ?
4. Quelle est la structure de l'onde résultante ; sa direction de polarisation et sa direction de propagation.

Exercice 2

Dans un repère Oxyz une onde monochromatique plane associée au champ électromagnétique $(\vec{E}_I, \vec{B}_I)$ se propage dans le vide suivant le vecteur unitaire

$$\vec{u}_1(-\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}; 0).$$

Le champ électrique de l'onde est polarisé suivant $\vec{u}_Z$.

L'amplitude de son champ magnétique $\vec{B}_I$ est $B_0 = 15 \text{ nT}$.

- 1) Préciser l'expression complexe du champ électrique $\vec{E}_I$ en fonction de B_0 , c , v et des coordonnées cartésiennes de M. On calculera numériquement l'amplitude E_0 du champ électrique et on prendra la

phase à l'origine nulle. Déterminer le champ magnétique $\vec{B}_I$, représenter les champs à l'origine des coordonnées à $t = 0$.

2) On superpose à l'onde précédente l'onde

$\vec{E}_{II} = i c B_0 \vec{n}_2 \exp \left[i \omega \left(t + \frac{x-y}{c\sqrt{2}} \right) \right]$ où $\vec{n}_2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}; 0 \right)$. Quelle est la polarisation de l'onde résultante.

3) On superpose à l'onde initiale un champ électromagnétique $(\vec{E}_{III}, \vec{B}_{III})$ se propageant selon le vecteur unitaire $\vec{n}_2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}; 0 \right)$ de même fréquence et de même amplitude. $\vec{E}_{III}$ est polarisé suivant $\vec{u}_Z$ et $\vec{E}_{III} = E_0 \vec{u}_Z$ en O à $t=0$.

a – Déterminer le champ électrique résultant et préciser la polarisation de l'onde.

b – L'onde résultante est-elle plane ? Justifier la réponse et donner sa direction de propagation.

c – Déterminer le lieu des points où l'amplitude du champ électrique résultant dans le plan $x = 0$ est maximal (ventres), le lieu des points où elle est nulle (nœuds) et la distance qui sépare deux maxima et deux minima nuls consécutifs. La fréquence des ondes est de 20 GHz.

Exercice 3 :

Soit une onde plane sinusoïdale de pulsation ω , polarisée rectilignement selon la direction de l'axe $x'x$ et se propage selon la direction et le sens de l'axe $z'z$.

- 1- Déterminer les composantes du champ électrique $\vec{E}(M, t)$, puis celles du champ magnétique $\vec{B}(M, t)$ associé à cette onde.
- 2- Nous sommes en présence d'onde planes, nous chercherons donc aussi les potentiels sous forme d'onde planes tels que : $\vec{A} = \vec{A}_0 e^{j(\omega t - kz)}$ et

$V = V_0 e^{j(\omega t - kz)}$; en utilisant l'expression du champ électrique totale,

montrer que $\vec{A}_0$ s'écrit : $\vec{A}_0 = j \frac{E_0}{\omega} \vec{u}_x + \frac{V_0}{c} \vec{u}_z$

- 3- En utilisant l'expression $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$, montrer que le choix de V_0 peut être quelconque. Par la suite on prendra $V_0 = 0$.
- 4- Donner $\vec{A}$ en notation complexe. En déduire son expression en notation réelle.
- 5- Une antenne rectiligne de longueur L , placée dans le plan xOz fait avec Ox un angle α , une de ses extrémités se trouvant en O (Figure 1). Déterminer la force électromotrice e induite dans l'antenne en utilisant la circulation du champ électromoteur.

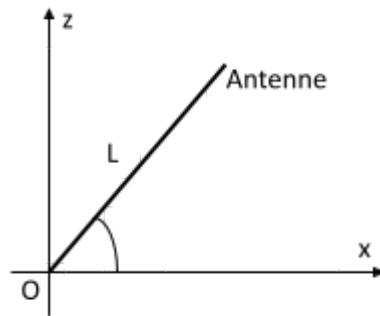


Figure 1

- 6- Donner l'expression de l'amplitude e_0 de la force électromotrice induite dans l'antenne en fonction de E_0 , ω , c , L et α .
- 7- Que devient l'amplitude e_0 dans les cas limites : $\alpha \rightarrow 0$ et $\alpha \rightarrow \pi/2$.
- 8- Reprendre les questions 5 et 6 précédentes pour une autre antenne, constituée par un cadre de côtés de longueur L parallèles aux Ox et Oz et dont O est un sommet (Figure 2).

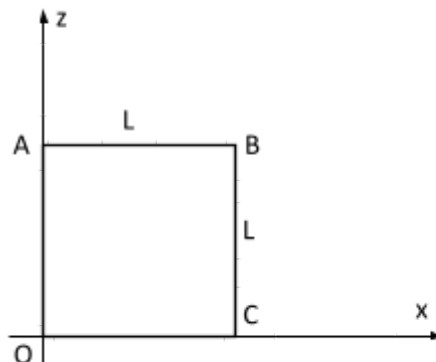


Figure 2

- 9- L'onde n'est en fait pas plane, puisqu'elle a été émise par une station se trouvant à une grande distance (d) de l'antenne et émettant une puissance P de manière isotrope. Le raisonnement précédent reste-il valable ?
- 10- Déterminer le vecteur de Poynting $\vec{R}$ et sa moyenne temporelle.
- 11- Déterminer l'expression de l'amplitude E_0 du champ électrique de l'onde en fonction de P et des autres données.
- 12- A.N. : Calculer E_0 pour $L=1\text{m}$, $d=50\text{ km}$, $\alpha=\pi/4$, $P=500\text{W}$, $f=100\text{MHz}$.
- 13- Calculer les amplitudes des forces électromotrices induites dans les deux antennes. Laquelle est la plus sensible ?