

Câu I. (2 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} - \frac{3}{\sqrt{x}+2} - \frac{12}{x-4}$ ($x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$)

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.

b) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}$.

c) Cho biểu thức $P = A \cdot B$, tìm x để $P < \frac{1}{2}$.

Câu II. (2,5 điểm)

1. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ A để đi đến B với vận tốc của mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường. Do vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 15 km/h nên ô tô đến B sớm hơn xe máy 40 phút. Biết quãng đường AB dài 60 km , tính vận tốc của mỗi xe.

2. Một chiếc cốc thủy tinh dạng hình trụ chứa đầy nước. Chiều cao chiếc cốc bằng 8 cm và bán kính đáy bằng 2 cm . Hỏi thể tích của lượng nước trong cốc là bao nhiêu? (Bỏ qua bề dày của thủy tinh làm cốc và lấy $\pi \approx 3,14$).

Câu III. (2 điểm)

1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2(x+1) - \frac{5}{y-3} = 9 \\ (x+1) - \frac{2}{y-3} = 5 \end{cases}$$

2. Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = -mx - m + 1$ (m là tham số).

a. Tìm tọa độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d) khi $m = 3$.

b. Tìm m để đường thẳng (d) và parabol (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1(x_1 + 3x_2) = 5 - x_2^2$.

Câu IV. (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O, R) đường kính AB . Kẻ tiếp tuyến Ax của đường tròn (O) tại A .

Trên tia Ax lấy điểm K sao cho $AK > R$. Kẻ tiếp tuyến KC tới đường tròn (O) , C là tiếp điểm.

a) Chứng minh KAOB là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi D là giao điểm của tia KC và đường thẳng AB. Chứng minh $DC^2 = DA \cdot DB$.

c) Gọi M là giao điểm của OK và AC. Chứng minh $BC \parallel OK$ và $\angle KBC = \angle MBO$.

Câu V. (0,5 điểm) Cho a, b là các số dương thỏa mãn điều kiện $2b \geq ab + 4$. Tìm giá trị lớn

nhất của biểu thức $P = \frac{ab}{a^2 + 2b^2}$.

HẾT

Chú ý: Học sinh không được sử dụng máy tính cầm tay trong quá trình làm bài.