MAT-2101

THÉORIE

CIBLE 6	Je peux utiliser les formules de volume d’un solide pour trouver une mesure manquante
6.1	Je peux calculer le volume d’un solide simple
6.2	Je peux utiliser les formules de volume d’un solide pour trouver une mesure manquante

Nom de l’élève : ______________________

Date du début : ______________________

CÉA
Centre d’éducation des adultes | CSSPS

Cible 6 : Je peux utiliser les formules de volume des solides pour résoudre des problèmes.

Exemple de situation de fin de chapitre

Remplissage d'un silo à compost

Émilie est responsable de la fabrication de bacs à compost pour un jardin communautaire. Elle a commandé un bac cylindrique sans couvercle, fait en plastique recyclé, qu'elle fera remplir de terre enrichie.

Le fournisseur de terre vend son produit au coût de 60 $ par m^3, incluant les frais de livraison. Émilie a payé 360 $ pour remplir complètement le bac.

Or, elle ne se rappelle plus la hauteur exacte du bac, mais elle sait que son rayon est de 0,8 mètre. Aucune mesure de hauteur n'est inscrite sur le bon de commande.

Quelle est la hauteur du silo?

6.1 Je peux calculer le volume d'un solide simple.

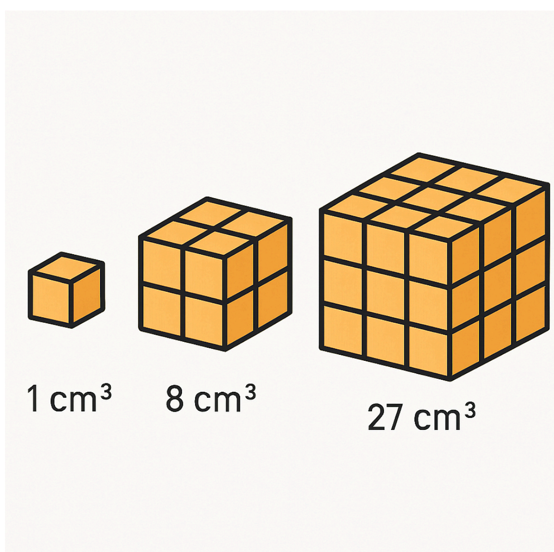
Différence entre aire et volume

En mathématiques, il est important de faire la distinction entre l'aire et le volume.

- **L'aire** mesure la surface d'un objet (**en deux dimensions**), comme la quantité de papier pour l'emballer ou de peinture pour le recouvrir. Elle s'exprime en unités carrées (ex. cm^2, m^2).
- **Le volume** mesure l'espace occupé à l'intérieur d'un solide (**en trois dimensions**), comme la quantité d'eau qu'il peut contenir. Il s'exprime en unités cubiques (ex. cm^3, m^3).

Aire → surface
Volume → intérieur

Calculer le volume, c'est comme **compter combien de petits cubes de 1 cm^3 entrent dans une boîte**.
Plus un objet est grand, plus il peut contenir de ces petits cubes.
L'image suivante montre trois solides faits **uniquement de petits cubes de 1 cm^3**.
Cela permet de **visualiser la différence entre plusieurs volumes** :



Dans la vie de tous les jours, on parle souvent de **volume en litres (L)** ou **millilitres (mL)**, surtout quand il s'agit de contenants pour des liquides : bouteilles, canettes, pots, verres, etc. On parle alors de **capacité**.

Équivalences

1 m^3	**1 000 000 cm^3**
1 m^3	**1 000 L**
1 cm^3	**1 000 mm^3**
1 L	**1000 ml**
1 ml	**1 cm^3**
1 L	**1 000 cm^3**

En examen, ces équivalences seront fournies dans l’annexe de conversion d’unités

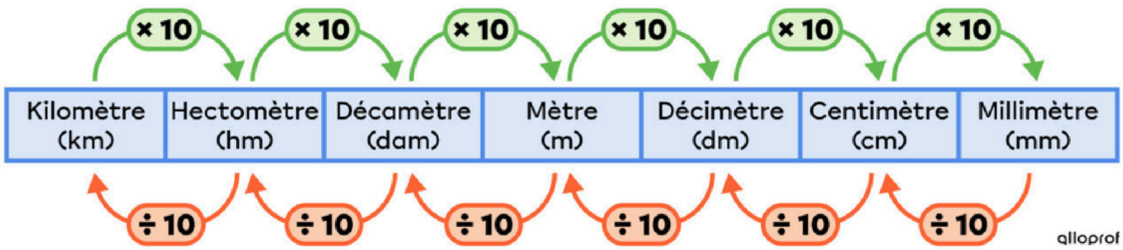
Comprendre les conversions d'unités en longueur, aire et volume

Quand on change d'unité de mesure (par exemple de cm à m), on ne fait **pas la même opération** selon qu'on parle de **longueur**, d'**aire** ou de **volume**.

Longueur → 1 dimension

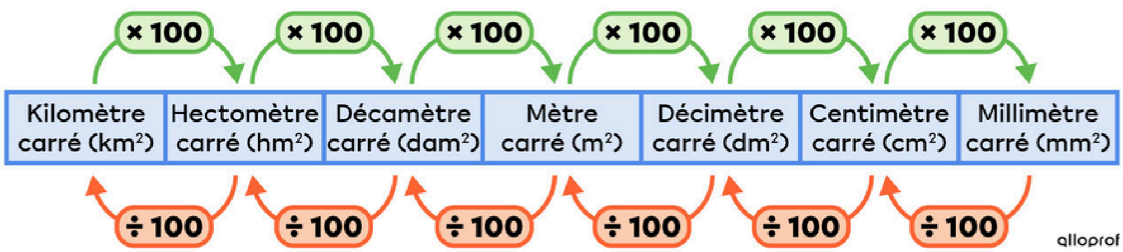
Pour passer d'unité en unité, on **multiplie ou divise par 10**.

Exemple :



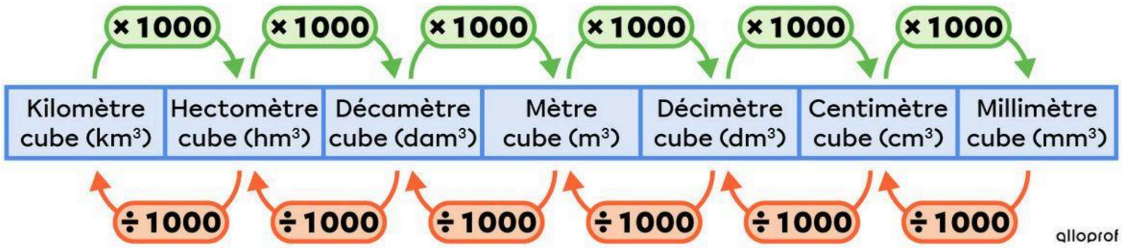
Aire → 2 dimensions

L'aire mesure une **surface** (longueur × largeur).
Donc à chaque changement d'unité, on multiplie ou divise par **10 × 10 = 100**.



Volume → 3 dimensions

Le volume mesure l'**espace occupé** (longueur × largeur × hauteur).
Donc on multiplie ou divise par **10 × 10 × 10 = 1000**.


× 1000
× 1000
× 1000
× 1000
× 1000
× 1000
Kilomètre cube (km³)
Hectomètre cube (hm³)
Décamètre cube (dam³)
Mètre cube (m³)
Décimètre cube (dm³)
Centimètre cube (cm³)
Millimètre cube (mm³)
÷ 1000
÷ 1000
÷ 1000
÷ 1000
÷ 1000
÷ 1000
alloprof

Comprendre ce qu’on me demande dans une situation-problème

Dans les situations-problèmes, on peut te demander de **calculer des choses différentes** selon le contexte.
Parfois, on cherche à **mesurer un objet** (longueur), d’autres fois on veut **entourer** quelque chose (périmètre), **le recouvrir** (aire) ou encore **le remplir** (volume).

Pour bien comprendre ce qu’on te demande, il faut repérer **les mots-clés dans l’énoncé**.

Tableau des mots-clés selon le type de mesure recherchée

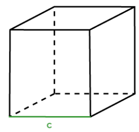
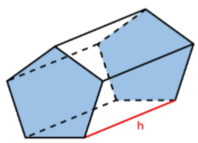
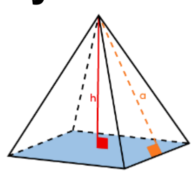
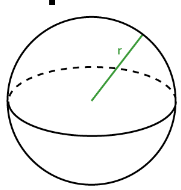
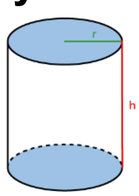
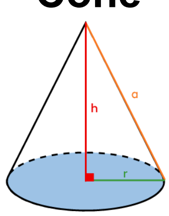
Type de mesure	**Ce que ça mesure**	**Mots ou expressions fréquents dans les énoncés**
Longueur	Une dimension (hauteur, largeur, etc.)	• Mesurer la hauteur • Longueur d’un côté • Distance entre deux points
Périmètre **Circonférence (cercle)**	Le contour, le tour	• Faire le tour • Bordure • Clôture • Cadre • Encadrer • Distance autour de
Aire	La surface (en 2D)	• Recouvrir • Peindre • Coller un papier • Carrelage • Papier d’emballage • Surface
Volume / Capacité	L’espace intérieur (en 3D)	• Remplir • Contenir • Verser • Capacité • Litre / millilitre (mL) • Espace occupé

À retenir :

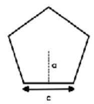
- Si tu vois des mots comme **surface**, **recouvrir** ou **peindre**, on parle **d’aire**.
- Si tu dois **faire le tour** ou **mettre une clôture**, tu calcules le **périmètre**.
- Si on veut **remplir**, **verser** ou parler de **litres**, c’est une question de **volume**.

- Et si on parle de **longueur**, **largeur**, **hauteur**, ce n’est pas une aire ou un volume, c’est juste une **mesure de dimension**.

$A_b = Aire\ de\ la\ base$

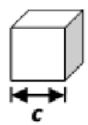
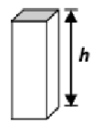
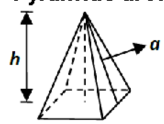
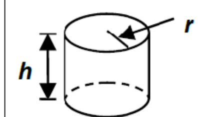
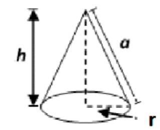
Solide	Formules d'aire
Cube 	$V = c^3$
Prisme 	$V = A_b \bullet h$
Pyramide 	$V = \frac{A_b \cdot h}{3}$
Sphère 	$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$
Cylindre 	$V = A_b \bullet h$
Cône 	$V = \frac{A_b \cdot h}{3}$

Aire et périmètre

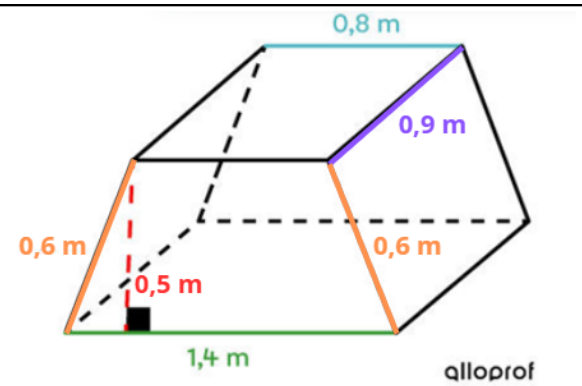
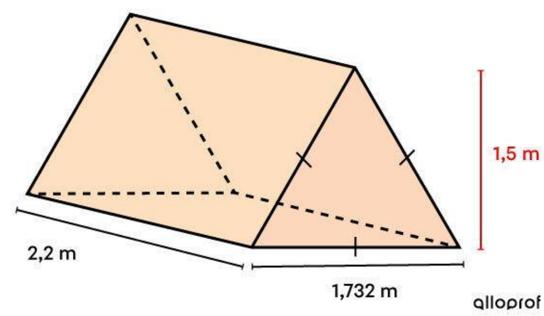
	Polygone régulier
	 n : nombre de cô
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]

Aire des solides

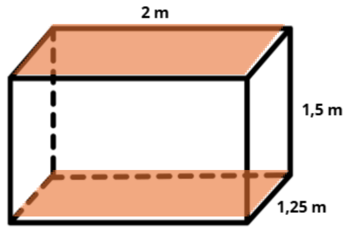
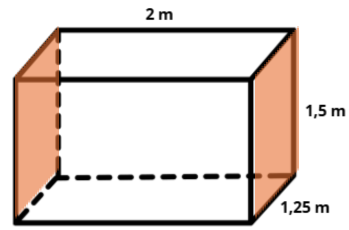
([illegible])

Solide	Cube	Prisme droit	Pyramide droite	Cylindre droit	Cône	Boule
						
Aire	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Volume	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

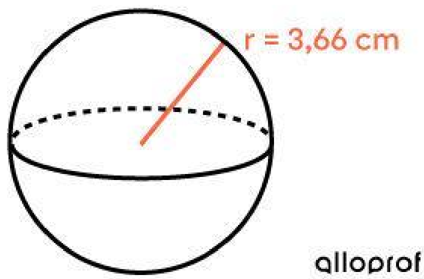
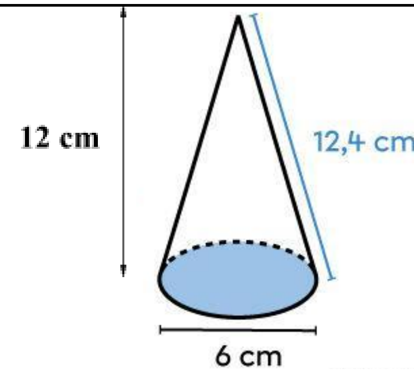
Exemples calcul de volume d'un prisme

Étapes		
1. Identifier le solide et les informations importantes	C'est un **prisme à base trapézoïdale** Dans le cas présent, les bases sont les 2 trapèzes isocèles puisque ce sont les 2 seules figures qui sont parallèles et isométriques (identiques) dans ce solide. La **hauteur du prisme** est la distance qui sépare les deux bases : **0,9 m** La **hauteur de la base trapézoïdale** est de **0,5** m.	C'est un **prisme à base triangulaire** Dans le cas présent, les bases sont les triangles puisque ce sont les 2 seules figures qui sont parallèles et isométriques (identiques) dans ce solide. La **hauteur du prisme** est la distance qui sépare les deux bases : **2,2 m** **La hauteur de la base triangulaire** est de **1,5 m.**
2. Déterminer l'aire des bases avec la formule d'aire appropriée	Pour déterminer le volume il nous faut trouver l'aire de la base en premier puisque la formule de volume est la suivante : $V = A_b \cdot h$ $A_b = \frac{(B+b)\cdot h}{2}$ $A_b = \frac{(1,4+0,8)\cdot 0,5}{2}$ $A_b = 0,55\, m^2$	Pour déterminer le volume il nous faut trouver l'aire de la base en premier puisque la formule de volume est la suivante : $V = A_b \cdot h$ $A_b = \frac{b\cdot h}{2}$ $A_b = \frac{1,732\cdot 1,5}{2}$ $A_b = 1,299\, m^2$
3. Déterminer le volume avec la formule appropriée	$V = A_b \cdot h$ $V = 0,55\cdot 0,9$ $V = 0,495\, m^3$	$V = A_b \cdot h$ $V = 1,299\cdot 2,2$ $V \approx 2,86\, m^2$

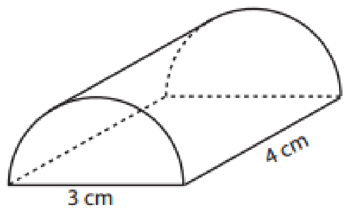
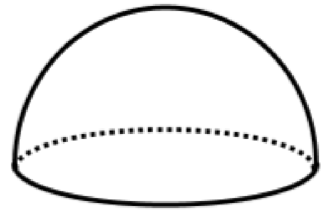
Exemples de calcul d'aire totale pour un prisme à base rectangulaire

Étapes		
	 	
	Dans un **prisme à base rectangulaire**, il existe plusieurs paires de base. Peu importe quelles faces sont prises comme bases, elles doivent être **deux faces opposées et identiques**, et la hauteur du prisme sera toujours la **distance** qui les sépare.	
1. Identifier le solide et les informations importantes	C'est un **prisme à base rectangulaire.** Dans le cas présent, les bases choisies sont les faces en orange. Ces deux faces sont des rectangles de **1,25 m** par **2 m** La **hauteur du prisme** est donc la distance qui sépare les deux bases : **1,5 m.** La **hauteur de la base** est de **1,25 m.**	C'est un **prisme à base rectangulaire.** Dans le cas présent, les bases choisies sont les faces en orange. Ces deux faces sont des rectangles de **1,25 m** par **1,5 m** La **hauteur du prisme** est donc la distance qui sépare les deux bases : **2 m** La **hauteur de la base** est de **1,5 m**.
2. Déterminer l'aire des bases avec la formule d'aire appropriée	Pour déterminer le volume il nous faut trouver l'aire de la base en premier puisque la formule de volume est la suivante : $V = A_b \cdot h$ $A_b = b \cdot h$ $A_b = 2 \cdot 1,25$ $A_b = 2,5\ m^2$	Pour déterminer le volume il nous faut trouver l'aire de la base en premier puisque la formule de volume est la suivante : $V = A_b \cdot h$ $A_b = b \cdot h$ $A_b = 1,25 \cdot 1,5$ $A_b = 1,875\ m^2$
3. Déterminer le volume avec la formule appropriée.	$V = A_b \cdot h$ $V = 2,5 \cdot 1,5$ $V = 3,75\ m^3$	$V = A_b \cdot h$ $V = 1,875 \cdot 2$ $V = 3,75\ m^3$

Exemples de calcul de volume d'une sphère et d'un cône

Étapes		
		
1. Identifier le solide et les informations importantes	C'est une **sphère** Le **rayon** est de **3,66cm**	C'est un **cône** Le **diamètre** de la base est de **6cm** La **hauteur** du cône est de **12 cm**
2. Déterminer l'aire de la base avec la formule d'aire appropriée	Dans une sphère il n'y a pas de base, nous pouvons directement utiliser la formule du volume avec le rayon $V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$ $V = \frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot 3{,}66^3}{3}$ $V \approx 205,26\ cm^3$ **Attention** de bien faire la priorité d'opération pour ce calcul. Il faut faire l'**exposant avant** de faire les multiplications.	Pour déterminer l'aire de la base nous avons besoin du rayon. $r = d \div 2$ $r = 6 \div 2 = 3cm$ Maintenant nous pouvons déterminer l'aire $A_b = \pi r^2$ $A_b \approx 3,14 \cdot 3^2$ $A_b \approx 3,14 \cdot 9$ $A_b \approx 28,26cm^2$
3. Déterminer le volume avec la formule appropriée.		$V = \frac{A_b \cdot h}{3}$ $V = \frac{28{,}26 \cdot 12}{3}$ $V = 113,04\ cm^3$

Exemples de calcul de volume d'un demi-cylindre et d'une demi-boule

Étapes		
		 La circonférence de la base est de 56,52 cm
1. Identifier le solide et les informations importantes	C'est un **demi cylindre** **Diamètre** : 3 cm **Hauteur** : 4 cm	C'est une **demi-boule** **Circonférence** : 56,52 cm
2. Déterminer le volume du solide complet à l'aide des formules appropriées	Pour déterminer le volume, nous avons besoin de l'aire de la base puisque la formule du volume est la suivante : $V = A_b \cdot h$ $A_b = \pi \cdot r^2$ Nous n'avons pas le rayon alors il faut le trouver $r = \frac{d}{2} = \frac{3}{2} = 1,5\ cm$ Maintenant nous pouvons déterminer l'aire de la base $A_b = \pi \cdot r^2$ $A_b = 3,14 \cdot 1,5^2$ $A_b \approx 7,07\ cm^2$ Maintenant nous pouvons déterminer le volume total du cylindre $V = A_b \cdot h$ $V = 7,07 \cdot 4$ $V = 28,28\ cm^3$	**Pour déterminer le volume, nous avons besoin du rayon, car la formule du volume est la suivante :** $V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$ **Nous n'avons pas ce rayon, mais nous pouvons le trouver avec la circonférence** $C = 2 \cdot \pi \cdot r$ $56,52 = 2 \cdot 3,14 \cdot r$ $56,52 = 6,28 \cdot r$ $\frac{56,52}{6,28} = \frac{6,28 \cdot r}{6,28}$ $9\ cm = r$ Maintenant que le rayon est trouvé, il est possible de trouver le volume $V = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 9^3}{3}$ $V = 3\,052,08\ cm^3$
3. Déterminer le volume du solide réel	Puisque le cylindre n'est pas complet, mais c'est seulement la demie, nous devons diviser le volume par 2. $V = \frac{28,28\ cm^3}{2}$	Puisque la sphère n'est pas complète, mais que c'est seulement la demie, nous devons diviser le volume par 2. $V = \frac{3\,052,08\ cm^3}{2}$ $V = 1\,526,\ 04\ cm^3$

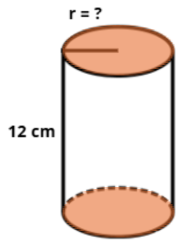
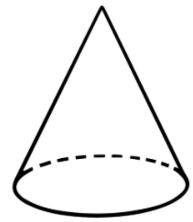
	$V = 14,14\ cm^3$ Le volume du demi-cylindre est de 14,14 cm^3	

Faire exercices série 1 et 2

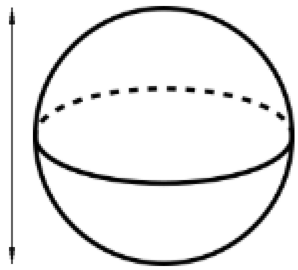
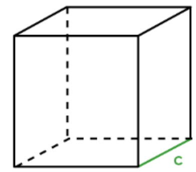
6.2 Je peux utiliser les formules de volume d’un solide pour trouver une mesure manquante.

Lorsqu’on travaille avec des solides, comme les prismes, les cylindres ou les pyramides, il est souvent nécessaire de **trouver une mesure inconnue**. Pour y arriver, on peut utiliser les formules de **volume**. Ces formules nous permettent de retrouver des mesures **manquantes**, comme : la hauteur d’un prisme ou d’une pyramide, la longueur d’un côté, le rayon d’un cylindre etc.

Exemples de recherche de mesure manquante de volume

Étapes	 Ce solide a une hauteur de **12 cm** et un volume de 339,12 **cm³**. Quel est son rayon ?	 La **circonférence** de ce solide est de 31,4 cm et le volume est de 1 413 cm³. Quelle est la mesure de la hauteur de ce solide?
1. Identifier le solide	C'est un **cylindre**	C'est un **cône.**
2. Identifier ce que l'on connaît	Aire latérale: $V = 339,12\ cm^3$ Hauteur : **12 cm**	Circonférence : **31,4 cm** Volume: **1 413 cm³**
3. Identifier ce que l'on recherche	On cherche le **rayon** du cylindre	On cherche la **hauteur** du cône.
4. Identifier les formules à utiliser	$V = A_b \cdot h$ $A_b = \pi \cdot r^2$	$V = \frac{A_b \cdot h}{3}$ $A_b = \pi \cdot r^2$ $C = 2 \cdot \pi \cdot r$
5. Déterminer ce que l'on peut trouver avec les informations données	Avec la hauteur et le volume, on peut trouver l'aire de la base. $V = A_b \cdot h$ $339,12 = A_b \cdot 12$ $\frac{339,12}{12} = \frac{A_b \cdot 12}{12}$ $28,28\ cm^2 = A_b$	Avec la circonférence on peut trouver le rayon. $C = 2 \cdot \pi \cdot r$ $31,4 = 2 \cdot 3,14 \cdot r$ $31,4 = 6,28 \cdot r$ $\frac{31,4}{6,28} = \frac{6,28 \cdot r}{6,28}$ $10\ cm = r$ Maintenant, avec le rayon il est possible de trouver l'aire de la base. $A_b = \pi \cdot r^2$ $A_b = 3,14 \cdot 10^2$ $A_b = 314\ cm^2$

6. Remplacer les valeurs et résoudre l'équation	En ayant l'aire de la base, on peut trouver le rayon. $A_b = \pi \cdot r^2$ $28,26 = 3,14 \cdot r^2$ $\frac{28,26}{3,14} = \frac{3,14 \cdot r^2}{3,14}$ $9 = r^2$ $\sqrt{9} = \sqrt{r^2}$ $3 = r$ **Réponse** : Le rayon mesure 3 cm	En ayant l'aire de la base, on peut trouver la hauteur. $V = \frac{A_b \cdot h}{3}$ $1\,413 = \frac{314 \cdot h}{3}$ $1\,413 \approx 104,67 \cdot h$ $\frac{1\,413}{104,67} \approx \frac{104,67 \cdot h}{104,67}$ $13,50\ cm \approx h$ **Réponse** : La hauteur mesure 13,50 cm

Étapes	 Le volume de ce solide est de 113,04 mm^3. Quelle est la hauteur de ce solide?	 En sachant que le volume du solide est de 27 cm^3 détermine la mesure d'un coté de ce solide.
1. Identifier le solide	C'est une **sphère.**	C'est un **cube**.
2. Identifier ce que l'on connaît	Volume : 113,04 cm	Volume : 27 cm^3
3. Identifier ce que l'on recherche	On cherche la mesure du **diamètre** de la sphère.	On cherche la mesure du **côté**.
4. Identifier les formules à utiliser	$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$ $D = 2 \cdot r$	$V = c^3$
5. Déterminer ce que l'on peut trouver avec les informations données	Avec le volume on peut trouver la mesure du rayon et ensuite trouver le diamètre.	Avec le volume on peut trouver la mesure du côté directement en remplaçant l'information dans l'équation.
6. Remplacer les valeurs et résoudre l'équation	$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$ $113,04 = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot r^3}{3}$ $113,04 = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot r^3}{3}$ $113,04 \approx 4,19 \cdot r^3$ $\frac{113,04}{4,19} \approx \frac{4,19 \cdot r^3}{4,19}$ $26,98 \approx r^3$ $\sqrt[3]{26,98} \approx \sqrt[3]{r^3}$ $3\ mm \approx r$ Maintenant on peut déterminer le diamètre $D = 2 \cdot r$ $D = 2 \cdot 3$ $D = 6\ mm$	$V = c^3$ $27 = c^3$ $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{c^3}$ $3 = c$ **Réponse :** La mesure du côté est de 3 cm.

Faire exercices série 3