

## A. APPLICATIONS DES PRINCIPES DE LA THERMODYNAMIQUE

### A. I. Étude des systèmes fermés

#### A.I.1. Principes et définitions

A.I. 1.1. Les deux formes de transfert de l'énergie entre un système et le milieu extérieur sont le travail noté  $W$  et la chaleur (transfert thermique) notée  $Q$ . Pour ce qui est du travail, on fait une distinction entre le travail  $W_c$  des forces extérieures dérivant d'une énergie potentielle (forces conservatrices), du travail  $W_{nc}$  des forces extérieures non conservatrices. La variation de l'énergie totale du corps est égale à la somme de l'énergie échangée par l'intermédiaire du travail des forces extérieures non conservatrices et de l'énergie échangée sous forme de chaleur. Le travail des forces extérieures conservatrices n'apparaît pas explicitement car il est déjà pris en compte dans la variation d'énergie potentielle macroscopique du corps. La formulation mathématique du premier principe écrite sous forme différentielle et intégrale est donc :

**formulation différentielle**

$$d(E_m + U) = \delta W_{nc} + \delta Q$$

**formulation intégrale**

$$\Delta(E_m + U) = W_{nc} + Q$$

A.I.1.2. Pour tout système  $(\Sigma)$  à l'équilibre, il existe une fonction d'état  $S$ , nommé **entropie**, fonction des paramètres intensifs ayant les propriétés suivantes :

- l'entropie d'un système composé est la somme des entropies des sous systèmes :

$$S_{(\Sigma)} = S_{(\Sigma_1)} + S_{(\Sigma_2)}$$

- les valeurs prises par ces paramètres lors de contraintes externes sont celles qui **rendent l'entropie maximale pour un système fermé et calorifugé** (isolé thermiquement) :  $\Delta S \geq 0$

#### autre énoncé :

Pour tout système fermé, il existe une fonction des variables d'état, extensive, non conservatrice, appelée entropie telle que sa variation s'écrive entre deux instants donnés,

$\Delta S_{\text{syst.}} = S_e + S_p$  avec  $S_e = \int \frac{\delta Q}{T_f}$  et  $S_p > 0$ ,  $S_p > 0$  étant la production d'entropie et  $T_f$  une grandeur intensive positive, appelée la température thermodynamique en chaque point de la surface fermée  $S$  qui délimite le système.  $S_e$  représente l'entropie échangée entre le système et le milieu extérieur lors de son évolution. Celle-ci s'exprime en fonction de l'énergie échangée sous forme de chaleur  $\delta Q_e$  au cours de la transformation et de la température à la frontière

$$S_e = \int_1^2 \frac{\delta Q_e}{T_f}$$

extérieure du système par

A.I.1.3. Il existe plusieurs définitions d'un gaz parfait:

- Un gaz est parfait si il vérifie  $PV = nRT$ , où  $P$  est la pression en Pa,  $V$  le volume du gaz en  $m^3$ ,  $T$  en K et  $n$  en mol.
- La définition thermoélastique : C'est un gaz pour lequel  $\alpha = 1/T$  et  $\kappa_T = 1/p$ .
- La définition énergétique : C'est un gaz qui vérifie les deux lois de Joule à savoir que  $U$  et  $H$  ne dépendent que de la température.
- Définition expérimental : C'est la comportement de tout gaz sous faible pression

Pour un gaz parfait:

$U$

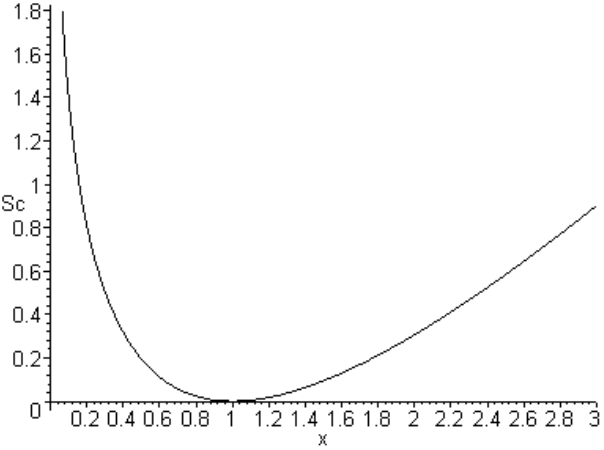
$H$

$S(V, T)$

$S(p, T)$

|                                               |                                               |                                                                              |                                                                              |  |  |
|-----------------------------------------------|-----------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| $U = \int C_v dT \underset{C_v=cte}{=} C_v T$ | $H = \int C_p dT \underset{C_p=cte}{=} C_p T$ | $C_v \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + nR \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + S_0$ | $C_p \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) - nR \ln\left(\frac{p}{p_0}\right) + S_0$ |  |  |
|-----------------------------------------------|-----------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|--|--|

### A.I.2. Application : transformation isotherme d'un gaz parfait

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |  |  |                                                                                      |  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|--------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <p>A.I.2.1.1. Sur le piston, s'exercent les forces pressante et la poids de M. A l'équilibre, les forces s'appliquant sur le piston est nul donc <math>-P_0 S - Mg + P_1 S</math> donc <math>P_1 = P_0 + \frac{Mg}{S}</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |  |  |                                                                                      |  |
| <p>A.2.2.1.2. Les parois sont diathermes alors <math>T_1 = T_0</math>. Le gaz étant parfait, <math>V_1 = V_0 \frac{P_0}{P_1}</math>. D'après le 1<sup>er</sup> principe, <math>\Delta U = W + Q</math>. La transformation étant isotherme et comme U ne dépend que de T,</p> $\Delta U \underset{T=cte}{=} 0 \quad \text{alors} \quad Q \underset{T=cte}{=} -W \underset{reversible}{=} + \int_{V_0}^{V_1} P dV = + \int_{V_0}^{V_1} nRT_0 \frac{dV}{V} \underset{T=cte}{=} nRT_0 \ln\left(\frac{V_1}{V_0}\right) \underset{G.P.}{=} -nRT_0 \ln\left(\frac{P_1}{P_0}\right)$ |  |  |                                                                                      |  |
| <p>A.2.2.1.3. La variation d'entropie vaut <math>\Delta S = -R \ln\left(\frac{P_1}{P_0}\right)</math>, l'entropie d'échange est <math>S^e = \frac{Q}{T_0} = -R \ln\left(\frac{P_1}{P_0}\right)</math> d'où <math>S^c = \Delta S - S^e = 0</math> : Ceci est normal car la transformation est supposée réversible.</p>                                                                                                                                                                                                                                                        |  |  |                                                                                      |  |
| <p>A.2.2.2.1 La transformation est brusque. Nous avons toujours <math>\Delta U \underset{T=cte}{=} 0 \underset{G.P.}{}</math> car U est une fonction d'état et que la transformation est isotherme et que U ne dépend que de T. Par contre,</p> $W = -P_1 (V_1 - V_0) = -RT_0 \left(1 - \frac{P_1}{P_0}\right) = -Q$                                                                                                                                                                                                                                                         |  |  |                                                                                      |  |
| <p>A.2.2.2.1 La variation d'entropie vaut toujours <math>\Delta S = -R \ln\left(\frac{P_1}{P_0}\right)</math>. L'entropie d'échange est <math>S^e = \frac{Q}{T_0} = R \left(1 - \frac{P_1}{P_0}\right)</math>. La création d'entropie vaut <math>S^c = \Delta S - S^e = R \left(-\ln\left(\frac{P_1}{P_0}\right) + \left(1 - \frac{P_1}{P_0}\right)\right)</math></p> <p>En posant <math>x = \frac{P_1}{P_0}</math>, il vient</p>                                                                                                                                            |  |  |  |  |
| <p><math>S^c = \Delta S - S^e = R(-\ln(x) + (1-x)) = R(g(x) - f(x))</math>. Nous constatons que <math>S^c &gt; 0</math> ce qui traduit l'irréversibilité.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |  |                                                                                      |  |

### A.I.3. Application : étude théorique d'une machine thermique :

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |  |  |  |  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|--|--|
| <p>A.I.3.1. Le moteur étant cyclique <math>\Delta U \underset{cycle}{=} \Delta S \underset{cycle}{=} 0</math> car U et S sont des fonctions d'état.</p> <p>D'après le second principe <math>\Delta S = S^c + S^e \underset{1 \text{ thermostat}}{=} S^c + \frac{Q}{T_0} = 0</math>. Comme <math>S^c \geq 0</math>, <math>Q \leq 0</math>. D'après le 1<sup>er</sup> principe, <math>W \underset{1er \text{ principe}}{=} \Delta U - Q \underset{cycle}{=} -Q \geq 0</math>. La machine ne peut que recevoir du travail. On ne peut réaliser un moteur avec une seule source de chaleur.</p> |  |  |  |  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|--|--|

|                                                                                                                                                                                                                                                      |  |  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| $\Delta S = S^c + S^e = S^c + \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_F}{T_F} = 0$ <p>A.I.3.2.1. D'après le second principe</p> $\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_F}{T_F} \leq 0$ <p><math>S^c \geq 0</math>, C'est l'inégalité de Clausius.</p>                          |  |  |
| A.I.3.2.2. Dans le cas d'un moteur, le système reçoit de la chaleur de la source chaude ( $Q_c > 0$ ), cède du travail ( $W < 0$ ) et de la chaleur à la source froide ( $Q_F < 0$ )                                                                 |  |  |
| <p>A.I.3.2.3. La rendement d'un moteur est le rapport de ce que l'on produit sur ce que l'on consomme soit</p> $r = \left  \frac{W}{Q_c} \right  = -\frac{W}{Q_c} = \frac{Q_c + Q_f}{Q_c} = 1 + \frac{Q_f}{Q_c} \leq 1 - \frac{T_f}{T_c} = r_{\max}$ |  |  |

#### A.I.4. Application : étude d'un climatiseur fonctionnant entre deux sources non idéales :

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |  |  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| <p>A.I.4.1 <math>Q_F = -Q_{\text{salon isochore}} = -\Delta U_{\text{salon}} = -C(T_1 - T_0)</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |  |
| <p>A.I.4.2 Le climatiseur fonctionne cycliquement et réversiblement :</p> $dS = \delta S^e + \delta S^c = \delta S^e = 0 = \frac{\delta Q_c}{T_c} + \frac{\delta Q_F}{T_T} = \frac{\delta Q_c}{T_0} + \frac{-CdT}{T} = 0$ <p>alors</p> $Q_c = T_0 \int_{T_0}^{T_1} C \frac{dT}{T} = CT_0 \ln \left( \frac{T_1}{T_0} \right)$                                                                              |  |  |
| <p>A.I.4.4. D'après le 1<sup>er</sup> principe, <math>\Delta U = W + Q_c + Q_F = 0</math> donc</p> $W = -Q_c - Q_F = -CT_0 \ln \left( \frac{T_1}{T_0} \right) + C(T_1 - T_0)$ <p>: Nous avons cette fois un climatiseur, nous enlevons donc de la chaleur à la source froide (salon) pour le donner à la source chaude (c air extérieur). Pour cela on fournit de l'énergie mécanique au climatiseur.</p> |  |  |

#### A.II. Étude des systèmes ouverts en régime permanent

##### A.II.1. Principes et définitions

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |  |  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| <p>Instant t</p> <p>Instant t+dt</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |  |  |
| <p>A.II.1.1</p> <p>Considérons, dans le référentiel du laboratoire, un système ouvert défini par le contenu matériel d'une surface S, appelée surface de contrôle. On admet, à la fois pour simplifier les calculs et pour considérer la presque totalité des cas pratiques, que les échanges de matière ne se font pas que par deux ouvertures, l'une de section droite <math>S_e</math>, par laquelle entre de la matière, l'autre <math>S_s</math> par laquelle la matière en sort. On note <math>u_s</math>, <math>e_s</math>, <math>eps</math> les énergies interne, cinétique et potentielle massiques à la sortie <math>u_e</math>, <math>e_e</math>, <math>epe</math> les énergies interne, cinétique et potentielle</p> |  |  |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |  |  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| <p>massiques à l'entrée. Notons <math>M(t)</math> la masse du contenu matériel de <math>(\Sigma(t))</math> à l'instant <math>t</math> et <math>M(t+dt)</math> cette masse à l'instant <math>t+dt</math>; en outre, désignons par <math>\delta m_e</math>, la masse élémentaire qui est entrée dans <math>S_e</math> et <math>\delta m_s</math>, la masse élémentaire qui en est sortie, pendant <math>dt</math>.</p> <p>Le bilan de masse s'écrit : <math>dM = M(t + dt) - M(t) = \delta m_e - \delta m_s</math></p> <p>D'où , <math>M(t) + \delta m_e = M(t+dt) + \delta m_s</math> . L'écoulement étant stationnaire, <math>M(t) = M(t+dt)</math> soit <math>\delta m_e = \delta m_s = \delta m</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |  |  |
| <p>Le travail des forces de pression qu'exerce l'extérieur sur l'élément <math>\delta m</math>, à l'entrée est :</p> $\delta w = P_1 dV_1 = P_1 v_1 dm \quad \text{où } v_1 \text{ est le volume massique à l'entrée.}$ <p>De même, le travail des forces de pression qu'exerce l'extérieur sur l'élément <math>\delta m</math>, à la sortie est :</p> $\delta w = -P_2 dV_2 = -P_2 v_2 dm \quad \text{où } v_2 \text{ est le volume massique à la sortie.}$ <p>On en déduit que le travail des forces de pression : <math>\delta w = (P_1 v_1 - P_2 v_2) dm</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |  |  |
| <p>Effectuons un bilan énergétique, entre ces deux instants, sur le système fermé <math>S_f</math> qui à l'instant <math>t</math> est composé d'un contenu matériel de <math>S</math> et <math>\delta m_e</math> et à l'instant <math>t+dt</math> est composé du contenu matériel de <math>S</math> et de <math>\delta m_s</math> . Aux instants <math>t</math> et <math>t+dt</math>, les énergies du système ont pour expression , respectivement :</p> <p><math>e_{\Sigma^*}(t) + e_e \delta m_e</math> et <math>e_{\Sigma^*}(t+dt) + e_s \delta m_s</math> où <math>e(t)</math> désigne l'énergie de <math>S</math> à l'instant <math>t</math>, <math>e_e</math> l'énergie massique à l'entrée et <math>e_s</math> l'énergie massique à la sortie. Comme le régime est stationnaire <math>e_{\Sigma^*}(t) = e_{\Sigma^*}(t+dt)</math> et <math>e_s = u_s + e_{cs} + e_{ps}</math> et <math>e_e = u_e + e_{ce} + e_{pe}</math> . D'où, en appliquant le premier principe sur un écoulement stationnaire :</p> $(e_s - e_e) dm = (P_1 v_1 - P_2 v_2) dm + q_e dm + w_i dm$ $(e_{ps} + e_{cs} + u_s - e_e - e_{ce} + u_e) dm = (P_1 v_1 - P_2 v_2) dm + q_e dm + w_i dm$ <p>Si on néglige les variations d'énergie cinétique et potentielle, et comme <math>h = u + Pv</math> est l'enthalpie massique <math>(h_s - h_e) dm = +q_e dm + w_i dm</math> soit <math>h_2 - h_1 = +q_e + w_i</math></p> |  |  |
| <p><b>A.II.2. Application : compresseur à deux étages (figure 3)</b></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |  |  |
| <p>A.II.2</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>La transformation 1-2 est une compression adiabatique réversible donc isentropique. Le gaz étant parfait, de <math>\gamma = cte</math> , nous vérifions la relation de Laplace : <math>pV^\gamma = cte</math> soit <math>p^{1-\gamma} T^\gamma = cte</math> . Nous en déduisons <math>p_2^{1-\gamma} T_2^\gamma = p_1^{1-\gamma} T_1^\gamma</math> soit <math>T_2 = r^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} T_1</math> . Le travail vaut donc</li> </ul> $W_{\text{écoulement}} = \Delta h - q_{\text{adiabatique}} = \Delta h_{G.P.} = c_p (T_2 - T_1) = c_p T_1 \left( r^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)$ <ul style="list-style-type: none"> <li>La transformation 3-4 est encore une compression adiabatique réversible donc isentropique. Le gaz étant parfait, de <math>\gamma = cte</math> , nous vérifions la relation de Laplace : <math>pV^\gamma = cte</math> soit</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |  |  |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |  |  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| $p^{1-\gamma} T^\gamma = cte$ .Nous en déduisons $p_4^{1-\gamma} T_4^\gamma = p_3^{1-\gamma} T_3^\gamma$ ou $(ap_1)^{1-\gamma} T_4^\gamma = p_2^{1-\gamma} T_1^\gamma$ soit<br>$T_4 = \left(\frac{r}{a}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_1$ $W_{\text{écoulement}} = \Delta h - q_{\text{adiabatique}} = \Delta h_{G.P.} = c_p (T_4 - T_1) = c_p T_1 \left( \left(\frac{r}{a}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 1 \right)$ <p>Le travail vaut donc</p> $W = c_p T_1 \left( r^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) + c_p T_1 \left( \left(\frac{r}{a}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 1 \right) = c_p T_1 \left( r^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} + \left(\frac{r}{a}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 2 \right)$ <p>• Le travail total est</p> |  |  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |  |  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| <p>A.II.2.2. Le travail est minimal si</p> $\frac{d}{dr} \left( r^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} + \left(\frac{r}{a}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \right) = 0$ $\left( \frac{\gamma-1}{\gamma} \right) r^{\frac{\gamma-1}{\gamma}-1} - \frac{1}{a^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}} \left( \frac{\gamma-1}{\gamma} \right) \left( \frac{r}{a} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}-1} = 0$ <p>soit <math>r = \sqrt{a} = 5</math></p> |  |  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|

|                                                                                                                                                                                                     |  |  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| <p>A.II.2.3 alors <math>T_2 = a^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} T_1 = 377,5 \text{ K}</math> et <math>T_4 = \left( \frac{1}{\sqrt{a}} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_1 = 377,5 \text{ K}</math></p> |  |  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|

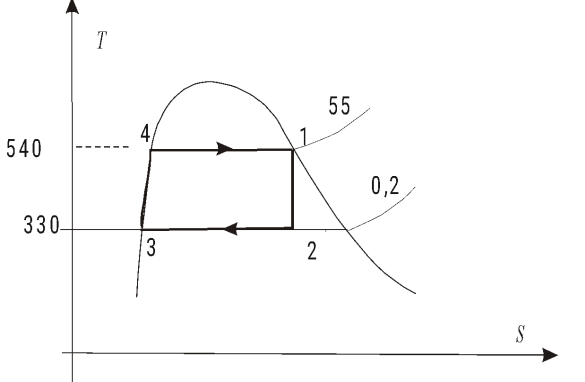
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |  |  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| <p>A.II.2.4 Le transfert thermique reçu par l'air vient de l'eau :</p> $d_{\text{air}} \Delta h = Q_{\text{reçu de l'eau}} = -Q_{\text{reçu par l'eau}} = -D_{\text{eau}} c_{\text{eau}} (T_m - t_0)$ $d_{\text{air}} c_p (T_1 - T_2) = -D_{\text{eau}} c_{\text{eau}} (T_m - t_0) \text{ soit}$ $D_{\text{eau}} = -\frac{d_{\text{air}} c_p (T_1 - T_2)}{c_{\text{eau}} (T_m - t_0)} = \frac{(1,3)(1)(300 - 377,5)}{4,18(293 - 283)} = 1,85 \text{ kg} \cdot \text{K}^{-1}$ |  |  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|

### A.II.3. Application : Cycle de Rankine d'une machine à vapeur

|                                                                                                                                                                                                                |  |  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| <p>A.II.3.1 Le travail d'admission est nulle car l'eau liquide est quasiment incompressible, donc comme l'admission s'effectue sans travail et sans transfert thermique, <math>\Delta h = w + q = 0</math></p> |  |  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |  |  |  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|--|
| <p>A.II.3.2. La détente est adiabatique et réversible donc isentropique donc</p> $s_2 = s_{\text{isentropique}} = s_{v,1} = s_{l,1} + \frac{l_{v,1}}{T_1}$ $s_2 = 2,97 + \frac{1600}{540} = 5,93 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ <p>Comme</p> $\Delta s_{\text{isentropique}} = 0 = -\frac{l_{v,1}}{T_1} + s_{l,2} - s_{l,1} + \frac{x_2 l_{v,2}}{T_2}$ <p>alors</p> $x_2 = \frac{T_2}{l_{v,2}} \left( \frac{l_{v,1}}{T_1} - s_{l,2} + s_{l,1} \right)$ $x_2 = \frac{330}{2350} \left( \frac{1600}{540} - 0,83 + 2,97 \right) = 0,72$ |  |  |  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|--|

|                                                                                                                                           |  |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| <p>De même, <math>h_2 = h_2 - h'_2 + h'_2 = h'_2 + x_2 l_{v,2} = 250 + 0,72 \times 2350 = 1933 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}</math></p> |  |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|

|                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                   |  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <p>A.II.3.3.1. <math>q_1 = h_1 - h_4 \approx h_1 - h'_1 + h'_1 - h'_2 = l_{v,1} + h'_1 - h'_2 = 1600 + 1180 - 250 = 2530 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}</math> car <math>h_3 \approx h_4</math>. <math>q_1</math> est positif car le fluide reçoit de l'énergie pour se vaporiser</p> |                                                                                                                   |  |
| <p>A.II.3.3.2. <math>q_2 = h_3 - h_2 = -x_2 l_{v,2} = -0.72 \times 2350 = -1692 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}</math></p>                                                                                                                                                             |                                                                                                                   |  |
| <p>A.II.3.3.3 Sur un cycle <math>\Delta h = 0</math> donc <math>w = -q_1 - q_2 = -2530 + 1692 = -838 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} &lt; 0</math> car la machine est motrice.</p>                                                                                                     |                                                                                                                   |  |
| <p>A.II.3.3.4 Le rendement du moteur est donc <math>r = \frac{-W}{q_1} = 33\%</math>. Le rendement de Carnot est <math>r_c = 1 - \frac{330}{540} = 0,38 &gt; r</math>. Le rendement réelle est toujours inférieur.</p>                                                                 |                                                                                                                   |  |
| <p>A.II.3.4. Pour l'équilibre liquide vapeur, si la température est fixée, la pression aussi donc les isobares sont des droites horizontales à l'intérieur de la courbe de saturation.</p>                                                                                             |                                                                                                                   |  |
|                                                                                                                                                                                                       | <p>Si l'évolution dans la turbine est irréversible, l'entropie augmenterait, le point 2 serait plus à droite.</p> |  |

## B. Diffusion thermique

### B.I. Transfert par conduction thermique

#### B.I.1. Équation de la chaleur

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |  |  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| <p>B.1.1.1 Par analyse dimensionnelle, <math>[j] = \frac{[Puissance]}{[L^2]} = [\lambda] \left[ \frac{\Theta}{L} \right]</math> donc <math>[\lambda] = \frac{[Puissance]}{[L\Theta]}</math> en <math>\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \text{K}^{-1}</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |  |  |
| <p>B.1.1.2. Exprimons simplement la conservation locale de l'énergie : (Énergie qui entre en <math>x</math>) – (énergie qui sort en <math>x + dx</math>) = (variation de l'enthalpie de la tranche d'épaisseur <math>dx</math> pendant <math>dt</math>). En effet, la tranche de taille mésoscopique ayant une enthalpie élémentaire <math>\delta H = hSdx = \rho c S dx T</math>, à <math>x</math> fixé dans la tranche et pendant la durée <math>dt</math>, sa variation d'enthalpie vaut <math>d(\delta H) = \rho c S dx \frac{\partial T}{\partial t} dt</math>. <math>d(\delta H) = S dx \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = [J_x S]_x - [J_x S]_{x+dx}</math> équation (I) ou encore <math>-\frac{\partial \phi}{\partial x} = S \rho c \frac{\partial T}{\partial t}</math> équation (II). En simplifiant par <math>S dx</math>, il vient : <math>-\frac{\partial J_x(x,t)}{\partial x} = \rho c \frac{\partial T(x,t)}{\partial t}</math> puisque : <math>\frac{[J_x S]_x - [J_x S]_{x+dx}}{dx} = -S \frac{\partial J_x}{\partial x}</math> car la section est ici constante.</p> |  |  |
| <p>B.I.1.3. Si l'on remplace maintenant l'expression de la loi locale de Fourier dans l'équation de conservation à une dimension, il vient : <math>\rho c \frac{\lambda}{\partial x^2} \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2}</math> appelée pour des raisons historiques <b>équation de la « chaleur »</b>. <math>D = \frac{\lambda}{\rho c}</math> en <math>\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |  |  |

#### B.I.2. Contact avec deux sources de chaleur idéales

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |  |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| <p>B.I.2.1. En régime permanent, <math>\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = 0</math> alors <math>\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} = 0</math> soit <math>T(x) = Ax + B</math>. Comme <math>T(0) = B = T_0</math> et <math>T(L) = AL + B = T_a</math>, il vient <math>T(x) = \frac{T_a - T_0}{L}x + T_0</math> et <math>\Phi = j_Q a e = -\lambda \frac{T_a - T_0}{L} a e</math>.</p> |  |  |
| <p>B.I.2.2. L'équivalent de <math>\Phi</math> est l'intensité du courant qui est le flux de charges. L'équivalent de <math>T</math> est U donc <math>R_{th} = \frac{T_0 - T_a}{\Phi} = \frac{L}{\lambda a e}</math> en <math>K \cdot W^{-1}</math>.</p>                                                                                                                                   |  |  |

### B.I.3. Transfert convectif

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |  |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| <p>B.I.3.1. <math>[\alpha] = \frac{[Puissance]}{[L^2][\Theta]}</math> donc <math>\alpha</math> est <math>W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}</math>. Par analogie au cas précédent, <math>R_c = \frac{T - T_a}{P} = \frac{1}{\alpha S}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |  |  |
| <p>B.I.3.2.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>[\delta^2] = \frac{[Puissance]}{[L\Theta]} \frac{[L][L^2][\Theta]}{[Puissance]} = [L^2]</math> : <math>\delta</math> est une longueur caractéristique.</li> <li>Exprimons simplement la conservation locale de l'énergie : (Énergie qui entre en <math>x</math>) - (énergie qui sort en <math>x + dx</math>) - (énergie qui sort latéralement par convection) = (variation de l'enthalpie de la tranche d'épaisseur <math>dx</math> pendant <math>dt</math>). A <math>x</math> fixé dans la tranche et pendant la durée <math>dt</math>, sa variation d'enthalpie vaut <math>d(\delta H) = \rho c S dx \frac{\partial T}{\partial t} dt</math> et <math>a e dx \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = a e [J_x]_x - [J_x]_{x+dx} - 2\alpha(T - T_0) a dx</math> équation (I). En régime permanent, il vient : <math>\frac{\partial T}{\partial t} = 0</math> soit <math>a e \frac{\partial J_x}{\partial x} dx + 2\alpha(T(x) - T_0) a dx = 0</math></li> </ul> <p>Si l'on remplace maintenant l'expression de la loi locale de Fourier, il vient : <math>-a e \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dx + 2\alpha(T(x) - T_0) a dx = 0</math> soit <math>\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \frac{2\alpha}{e \lambda} \theta(x) = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \frac{\theta(x)}{\delta^2} = 0</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>La solution est de la forme : <math>\theta(x) = A \exp(-x/\delta) + B \exp(x/\delta)</math>. Comme <math>\theta(0) = A + B = T_0 - T_a</math> et <math>\theta(L) = A \exp(-L/\delta) + B \exp(L/\delta) = 0</math>, il vient <math>A = -B \exp(2L/\delta)</math> soit <math>B(1 - \exp(2L/\delta)) = T_0 - T_a</math> : <math>B = \frac{T_0 - T_a}{1 - \exp(2L/\delta)}</math> et <math>A = -\frac{\exp(2L/\delta)(T_0 - T_a)}{1 - \exp(2L/\delta)}</math> <math>\theta(x) = \frac{T_0 - T_a}{1 - \exp(2L/\delta)} (-\exp(2L/\delta) \exp(-x/\delta) + \exp(x/\delta))</math></li> <li>Quand <math>L \gg \delta</math> (barre très longue), <math>\theta(x) \approx (T_0 - T_a) \exp(-x/\delta)</math>.</li> </ul> |  |  |

### B.I.4. Application : comportement thermique d'un transistor de puissance

|                                                                                                                                                                                                     |  |  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| <p>B.I.4.1. En régime permanent, le système est équivalent à deux résistances thermique en série : <math>T - T_a = (R + R_{ad}) \Phi</math> d'où <math>R_{ad} = \frac{T - T_a}{\Phi} - R</math></p> |  |  |
| <p>B.I.4.2. Numériquement, <math>R_{ad} = \frac{413 - 293}{40} - 0,5 = 2,5 K \cdot W^{-1}</math>. L'abscisse sur le graphe donne 60 mm</p>                                                          |  |  |

### B.I.5. Analyse en régime transitoire

B.I.5.1 .Pour le système constitué du transistor, le bilan d'enthalpie donne

$$dH = CdT = \left( \Phi - \frac{T - T_R}{R} \right) dt \quad \text{soit} \quad C \frac{dT}{dt} = \Phi - \frac{T - T_R}{R} \quad (1)$$

Pour le système constitué du radiateur, le bilan d'enthalpie donne

$$dH = C_R dT_R = \left( \begin{array}{c} \text{Puisance reçue} \\ \text{Puisance cédée à l'extérieur} \end{array} - \frac{(T_R - T_a)}{R_{rad}} + \frac{(T - T_R)}{R} \right) dt \quad \text{donc} \quad C_R \frac{dT_R}{dt} = - \frac{(T_R - T_a)}{R_{rad}} + \frac{(T - T_R)}{R} \quad (2)$$

B.I.5.2. Comme  $\Phi \Leftrightarrow I$ ,  $C \frac{dT}{dt} \Leftrightarrow C \frac{dU_c}{dt}$  courant dans un condensateur, les équations précédentes sont équivalentes à la loi des nœuds en électricité en deux "nœuds" aux températures  $T$  et  $T_R$ , la "masse" étant la température  $T_a$ . Au premier nœud, les courants viennent d'une "source idéale de courant"  $\Phi$ , d'un condensateur de capacité  $C_1 = C$  et d'une résistance  $R_1 = R$ . Au second, les courants viennent d'un "condensateur"  $C_2 = C_R$  et de 2 résistances  $R_2 = R_{rad}$  et  $R_1 = R$ . D'où le schéma équivalent.

B.I.5.3. Nous allons utiliser la notion d'impédances et simplifier le montage : L'"impédance "

équivalente entre  $T$  et  $T_a$ . Nous avons  $Y_2 = \frac{1}{R_2} + jC_2\omega$  soit

$$Y_{eq} = jC_1\omega + \frac{1}{R_1 + \frac{R_2}{1 + jR_2C_2\omega}} = jC_1\omega + \frac{1 + jR_2C_2\omega}{R_1 + R_2 + jR_1R_2C_2\omega}$$

$$Y_{eq} = \frac{1 + j\omega(R_2C_2 + R_1C_1 + R_2C_1) - R_1R_2C_2C_1\omega^2}{R_1 + R_2 + jR_1R_2C_2\omega} \quad \text{alors} \quad \Phi = Y_{eq} (T - T_a)$$

$$H = \frac{1}{Y_{eq}} = \frac{R_1 + R_2 + jR_1R_2C_2\omega}{1 + j\omega(R_2C_2 + R_1C_1 + R_2C_1) - R_1R_2C_2C_1\omega^2}$$

La fonction de transfert est

$$H = \frac{1}{Y_{eq}} = \frac{R + R_{rad} + jRR_{rad}C_R\omega}{1 + j\omega(R_{rad}C_R + RC + R_{rad}C) - RR_{rad}C_RC\omega^2}$$

B.I.5.4. Si  $RR_{rad}C_RC\omega^2 \ll 1$ ,  $H = \frac{T - T_a}{\Phi} = \frac{R + R_{rad} + jRR_{rad}C_R\omega}{1 + j\omega(R_{rad}C_R + RC + R_{rad}C)}$  ce qui donne l'équation

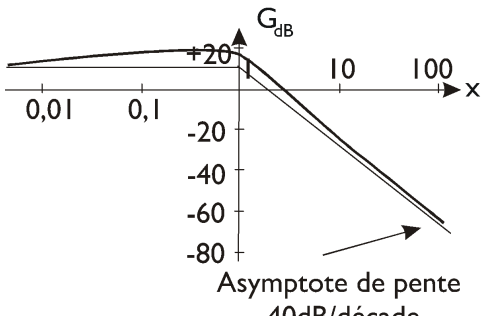
différentielle  $T - T_a + (R_{rad}C_R + RC + R_{rad}C) \frac{d(T - T_a)}{dt} = \Phi (R + R_{rad})$ . La constante de temps

caractéristique du circuit est  $\tau = R_{rad}C_R + RC + R_{rad}C = 2.5(200) + 0.5(100) + 2.5(100) = 800s$

B.I.5.5. La constante de temps étant très grande, les variations de température sont lentes et donc la dérivé seconde est quasiment nulle.

## B.II. RÉGULATION DE TEMPÉRATURE

B.II.1. Nous allons utiliser les loi des nœuds en termes de températures :  $\theta_1 = \frac{P + \theta/R_1}{jC_1\omega + 1/R_1}$  et

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| $\underline{\theta} = \frac{\theta_1/R_1}{jC_1\omega + 1/R_1 + 1/R_2} \quad \text{alors} \quad \underline{\theta}_1 = \frac{R_1 \underline{P} + \underline{\theta}}{jR_1 C_1 \omega + 1} \quad \text{et} \quad \underline{\theta} = \frac{R_2 \underline{\theta}_1}{jR_1 R_2 C_1 \omega + R_1 + R_2}$ <p>En éliminant <math>\underline{\theta}_1</math> entre les équations, il vient</p> $\underline{\theta} (jR_1 R_2 C_1 \omega + R_1 + R_2) (jR_1 C_1 \omega + 1) = R_2 R_1 \underline{P} + R_2 \underline{\theta}$ $\underline{\theta} [(jR_1 R_2 C_1 \omega + R_1 + R_2) (jR_1 C_1 \omega + 1) - R_2] = R_2 R_1 \underline{P}$ $\underline{\theta} [R_1 + jR_1 (R_1 + 2R_2) C_1 \omega - R_1^2 R_2 C_1^2 \omega^2] = R_2 R_1 \underline{P} \quad \text{ou} \quad \underline{\theta} [1 + j(R_1 + 2R_2) C_1 \omega - R_1 R_2 C_1^2 \omega^2] = R_2 \underline{P}$ $\underline{B}(j\omega) = \frac{\underline{\theta}}{\underline{P}} = \frac{R_2}{1 + j(R_1 + 2R_2) C_1 \omega - R_1 R_2 C_1^2 \omega^2}$ <p>La fonction de transfert s'écrit donc</p> $\underline{B}(p) = \frac{\underline{\theta}}{\underline{P}} = \frac{R_2}{1 + (R_1 + 2R_2) C_1 p - R_1 R_2 C_1^2 p^2}$ <p>La transformée de Laplace est</p>                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |  |
| <p>B.II.2</p>  <p>Asymptote de pente -40dB/décade</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | <p>Par identification, <math>B_0 = R_2</math> ; <math>\omega_0^2 = \frac{1}{R_1 R_2 C_1^2}</math> soit</p> $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1}} \quad \text{et} \quad \frac{2m}{\omega_0} = (R_1 + 2R_2) C_1 \quad \text{donc}$ $m_0 = \frac{(R_1 + 2R_2)}{2\sqrt{R_1 R_2}}$ <p>Application numérique : <math>B_0 = 4,0 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1}</math>, <math>\omega_0 = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}</math> et <math>m = 2,25</math></p> |  |
| <p>B.II.3.1. <math>[C(p)] = \frac{[Puissance]}{[\Theta]}</math> donc <math>\Gamma</math> est en <math>\text{W} \cdot \text{K}^{-1}</math> : c'est homogène à une conductance thermique.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |  |
| <p>B.II.3.2. Nous avons <math>\underline{\theta} = \underline{B}(p) \underline{C}(p) (\underline{\theta}_c - \underline{\theta})</math> alors <math>\underline{\theta} (1 + \underline{B}(p) \underline{C}(p)) = \underline{B}(p) \underline{C}(p) \underline{\theta}_c</math></p> $\underline{H} = \frac{\underline{\theta}}{\underline{\theta}_c} = \frac{\underline{B}(p) \underline{C}(p)}{1 + \underline{B}(p) \underline{C}(p)} = \frac{\frac{R_2 \Gamma}{1 + (R_1 + 2R_2) C_1 p - R_1 R_2 C_1^2 p^2}}{1 + \frac{R_2 \Gamma}{1 + (R_1 + 2R_2) C_1 p - R_1 R_2 C_1^2 p^2}}$ <p>La fonction de transfert est</p> $\underline{H} = \frac{R_2 \Gamma}{1 + R_2 \Gamma + (R_1 + 2R_2) C_1 p - R_1 R_2 C_1^2 p^2} = \frac{R_2 \Gamma / (1 + R_2 \Gamma)}{1 + \frac{(R_1 + 2R_2) C_1}{1 + R_2 \Gamma} p - \frac{R_1 R_2 C_1^2}{1 + R_2 \Gamma} p^2}$ <p>Par identification, <math>H_0 = R_2 \Gamma / (1 + R_2 \Gamma)</math> ; <math>\omega_1^2 = \frac{1 + R_2 \Gamma}{R_1 R_2 C_1^2}</math> soit <math>\omega_1 = \frac{\sqrt{1 + R_2 \Gamma}}{\sqrt{R_1 R_2 C_1}}</math> et</p> $\frac{2m}{\omega_1} = \frac{(R_1 + 2R_2) C_1}{1 + R_2 \Gamma} \quad \text{donc} \quad m = \frac{(R_1 + 2R_2)}{2\sqrt{1 + R_2 \Gamma} \sqrt{R_1 R_2}} = \frac{m_0}{\sqrt{1 + R_2 \Gamma}}$ |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |  |
| <p>B.II.3.3. On veut <math>m=0,7</math> soit <math>\Gamma = \frac{1}{R_2} \left[ \left( \frac{m_0}{m} \right)^2 - 1 \right] = 2.33 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1}</math>. Cela évite d'avoir un passe bas avec une résonance au voisinage de <math>\omega_0</math> donc en transitoire un régime pseudo-périodique.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |  |
| <p>B.II.3.4.1 En régime permanent, <math>\theta_\infty = H_0 \theta_0 = R_2 \Gamma / (1 + R_2 \Gamma) \theta_0 = 90,3 \text{ K}</math> donc <math>\varepsilon_\infty = -9,7 \text{ K}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |  |
| <p>B.II.3.4.3 Comme <math>\omega_1 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}</math>, <math>t_r = 760 \text{ s}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |  |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |  |  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| B.II.3.4.3 $D = 4,6$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |  |  |
| <p>B.II.3.5.1. <math>\varepsilon_{\infty} = \theta_{\infty} - \theta_0 = (H_0 - 1)\theta_0 = \left[ R_2\Gamma / (1 + R_2\Gamma) - 1 \right] \theta_0</math> soit</p> <p><math>\varepsilon_{\infty} = \theta_{\infty} - \theta_0 = (H_0 - 1)\theta_0 = -1 / (1 + R_2\Gamma) \theta_0</math>. Comme <math>\varepsilon_{\infty} = -1\text{K}</math>, il vient <math>1 + R_2\Gamma = 100</math> soit</p> <p><math>\Gamma = 24,7 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1}</math></p> |  |  |
| B.II.3.5.2. alors $m=0.225$ : nous retrouvons un régime pseudo périodique et donc la possibilité d'avoir une température au dessus de la valeur limite ce qui risque d'entraîner une destruction du composant.                                                                                                                                                                                                                                                       |  |  |