الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

ثانوية الكفيف أحمد- مفتاح- العام الدراسي :2008/2009

التمرين الأول :05ن

في مجموعة الأعداد المركبة نعتبر كثير الحدود $p(z)$ المعرف كما يلي :

$$p(z) = z^3 - 4z^2 + z - 4$$

1. برهن أنه إذا كان α جذر لـ $p(z)$ فإن $\overline{\alpha}$ مرافق α جذر لـ $p(z)$.
2. تحقق من أن i هو جذر لـ $p(z)$.
3. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $p(z) = 0$
4. أكتب الحلول على الشكل الأسي.

2. لتكن الأعداد المركبة التالية التي تمثل الجذور التربيعية لحلول للمعادلة $p(z) = 0$.

$$z_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i, z_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i, z_3 = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i, z_4 = -\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}, 2, -2$$

زهرة نرد متجانسة الأوجه كل وجه فيها يحمل جذرا تربيعيا من الجذور المعطاة.

نرمي زهرة النرد هذه مرتين متتاليتين.

1. ما إحتمال الحصول على جذرين مربع كل منهما يساوي الآخر.
2. ليكن x المتغير العشوائي الذي يرفق كل عمليتي رمي بطويلة جداء العددين المركبين المحصل عليهما.

عرف قانون الإحتمال x ،أحسب أمله الرياضياتي.

التمرين الثاني :04ن

نعتبر الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن النقط $A(0,2,1), B(-1,1,-3), C(1,0,-1)$

1. أكتب المعادلة الديكارتية لسطح الكرة (S) التي مركزها C و تشمل A.
2. ليكن المستقيم (Δ) المعرف بالتمثيل الوسيطي :

$$\begin{cases} x = -1 - h \\ y = 1 + 2h \\ z = -3 + 2h \end{cases}$$

1. أكتب معادلة للمستوي (p) الذي يشمل النقطة C و يعامد المستقيم (Δ).
2. أحسب المسافة بين النقطة C و المستقيم (Δ).
3. ماذا تستنتج فيما يتعلق الوضع النسبي لكل من (Δ) و سطح الكرة (S)

التمرين الثالث :04ن

$(u_n)_{n\in N^*}$ متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n كما يلي: $U_{n+1}=\ln(2e^{u_n})$

حيث $\ln$ يرمز إلى اللوغارتم النبيري الذي أساسه e.

1. أثبت أن (U_n) متتالية حسابية و أحسب أساسها.
2. أحسب U_n بدلالة n.
3. أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن : $U_1+.....+U_n=(\frac{\ln 2}{2})n^2+(3-\frac{\ln 2}{2})n$

2) $(V_n)_{n\in N^*}$ المتتالية العددية المعرفة كما يلي من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $V_n=e^{U_n}$

أ. أحسب V_1,V_2,V_3 ثم V_n بدلالة n.

ب. أثبت أن (V_n) متتالية هندسية عين أساسها.

ج. أحسب الجداء $\pi=V_1V_2V_3....V_n$

التمرين الرابع :07ن

f الدالة العددية المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}-\{\ln 2\}$ كما يلي : $f(x)=x+\ln|e^x-2|$

(C) التمثيل البياني الممثل للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ة و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1)أ. أدرس تغيرات f.

ب. بين انه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f فإن : $f(x)=2x+\ln|1-2e^{-x}|$

2)أ. بين أن المنحنى (C) يقبل مستقيمين مقاربين (Δ) و (Δ') معادلتهما على التوالي $y=2x;y=x+\ln 2$

ب) عين نقط تقاطع (C) مع حامل محور الفواصل.

ج) أنشئ (C).

II) نعتبر التحويل S للمستوي (P) في نفسه و الذي يرفق بكل نقطة η لاحقتها Z بالنقطة η' لاحقتها Z' حيث :

$$Z'=(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i)Z$$

1) عين طبيعة التحويل S و عناصره المميزة.

2) نضع $Z=x+yi$ و $Z'=x'+y'i$ عبر عن $x';y'$ بدلالة $x;y$.

3) بين أن معادلة (c) بالتحويل S هي : $x'=y'+\ln(e^{2y'}+2)$

	2/2	إنتهى

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

ثانوية الكفيف أحمد- مفتاح- العام الدراسي :2008/2009

[redacted]

التمرين الأول :04ن

نعتبر في مجموعة نقط الفضاء (F) المزود بمعلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ المستقيمين :

$$(\Delta):\begin{cases}x=2-2\lambda\\ y=1+\lambda\\ z=-1+2\lambda\end{cases}./(\lambda\in\mathbb{R});(\Delta'):\begin{cases}x=2t\\ y=1\\ z=-1\end{cases}./(t\in\mathbb{R})$$

و المستوي : $(P):-2x+y+2z+1=0$

1. أنقل الجدول الآتي و أكمله بنعم أو لا مع التبرير

هل ؟	$(\Delta)//(\Delta')$	$(\Delta)\perp(\Delta')$	$(\Delta)\cap(\Delta')=\varnothing$	$(\Delta)\perp(P)$	$(\Delta')//(P)$
نعم أو لا					
التبرير					

2) لتكن النقطة $A(2,1,-1)$ من (F). أحسب المسافة $d(A,(P))$ ، ثم عين إحداثيات النقـــــطة B تقاطع (D) و (P)

و أكتب معادلة (T) سطح الكرة التي هي مماس لكل من (P) و (Δ') .

3) عين تمثيلا وسيطيا للمستوي (π) الذي يشمل $(\Delta'),(\Delta)$ ثم أكتب معادلة ديكارتية له ثم عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم

$$(\Delta)=(P)\cap(\pi)$$

التمرين الثاني :04ن

نسحب 03 كريات على التوالي دون إرجاع من صندوق به كريات زرقاء و 03 بيضاء

1) احسب إحتمال وقوع الحادثة : E : الكرية الأولى بيضاء

- ماهو إحتمال الحصول على كرية بيضاء على الأقل.
- أحسب الإحتمال Pe(A) حيث A الحادثة : الكرية الثانية المسحوبة زرقاء. هل A و E حادثتان مستقلتان؟

2) نسحب 3 كريات في آن واحد من الصندوق

و نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل إمكانية عدد الكريات البيضاء.

- عين قانون إحتمال X و أحسب أمله الرياضياتي E(X) و التباين V(X).

التمرين الثالث :04ن

1. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية إذا علمت أن لها حلا حقيقيا z_0 .

$$Z^3+2Z^2-16=0.....(1)$$

2. أكتب حلول المعادلة (1) على الشكل الأسي .

3. في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد و متجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$. لتكن

$$Z_A=-2-2i, B=2, Z_D=-2+2i$$

1. عين اللاحقة Z_C للنقطة C بحيث يكون ABCD متوازي أضلاع.

2. لتكن النقطة E صورة النقطة C بالدوران الذي مركزه B و زاويته $\frac{-\pi}{2}$ و النقطة F صورة النقطة C بالدوران الذي مركزه D و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

- أحسب Z_E, Z_F لاحقتي النقطتين Eو F على الترتيب.

3. تحقق أن : $i=\frac{Z_F-Z_A}{Z_E-Z_A}$ ثم إستنتج طبيعة المثلث AEF .

4. عين صورة المثلث EBA بالدوران الذي مركزه I منتصف القطعة $[EF]$ و زاويته $\frac{-\pi}{2}$

التمرين الرابع :08ن

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty,-2[\cup[0,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\frac{x-1}{x+2}+\ln(\frac{x}{x+2})$ و ليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) أدرس تغيرات الدالة f.

2) بين أن (C) يقبل مماسين معامل توجيه كل منهما يساوي 1 و أوجدهما .

3) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا x_0 حيث $x_0\in]\frac{13}{4},\frac{7}{2}[$.

4) أحسب $f(-3), f(5), f(2)$ ثم أنشئ (C) .

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية :

$$(x+2)\ln(\frac{x}{x+2})-mx-2m-3=0$$

6) أحسب المساحة $S(\lambda)$ للحيز المحدد بالمنحني (φ) و المستقيمات التي معادلاتها $y=1, x=\lambda, x=4$ حيث λ عدد حقيقي و $\lambda>4$.