§ 6. РІВНОПРИСКОРЕНИЙ ПРЯМОЛІНІЙНИЙ РУХ. ПРИСКОРЕННЯ



Існують автомобілі — їх називають драгстери, — які мають потужність більшу, ніж літак «Боїнг». Уявляєте, яку швидкість драгстер може розвинути за дуже короткий час? Ось показники одного з драгстерів: за 0,5 с він розвинув швидкість 32 м/с, за 1,0 с — 51 м/с, за 3,8 с досяг максимальної швидкості — 143 м/с! Згадаємо, як за цими показниками знайти відстань, яку подолав драгстер.

1 Згадуємо рівноприскорений прямолінійний рух тіла

Якщо тіло рухається нерівномірно, швидкість його руху безперервно змінюється.

Векторну фізичну величину, яка характеризує швидкість зміни швидкості руху тіла й дорівнює відношенню зміни швидкості руху тіла до інтервалу часу, за який ця зміна відбулася, називають **прискоренням руху тіла:**

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

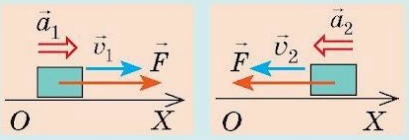
Із курсу фізики 9 класу ви знаєте, що **рівноприскорений прямолінійний рух** — це рух із незмінним прискоренням, тобто рух, під час якого швидкість руху тіла змінюється однаково за будь-які рівні інтервали часу.

Прискорення рівноприскореного прямолінійного руху визначають за формулою:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t},$$

де $\vec{v}_0$ — швидкість руху тіла в момент початку відліку часу (початкова швидкість); $\vec{v}$ — швидкість руху тіла через деякий інтервал часу t.

Якщо прискорення напрямлене в бік руху тіла, швидкість руху тіла збільшується (рівнодійна $\vec{F}$ «підштовхує» та розганяє тіло).



Якщо прискорення напрямлене протилежно до руху тіла, швидкість руху тіла зменшується (рівнодійна $\vec{F}$ «заважає» рухові та сповільнює його).

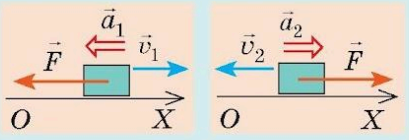


Рис. 6.1. Збільшення або зменшення швидкості руху тіла не залежить від вибору напрямку осі OX, а залежить від напрямку дії сили

Ми використовуватимемо дану формулу, записану в проекціях на вісь координат, наприклад на вісь OX:

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t}$$

Одиниця прискорення в СІ — **метр на секунду в квадраті:** $[a] = 1\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ $\left(1\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$.

• *Напрямок прискорення руху* тіла збігається *з напрямком рівнодійної сил*, які діють на тіло (див. рис. 6.1).

Право для безоплатного розміщення підручника в мережі Інтернет має Міністерство освіти і науки України http://mon.gov.ua/ та Інститут модернізації змісту освіти https://imzo.gov.ua

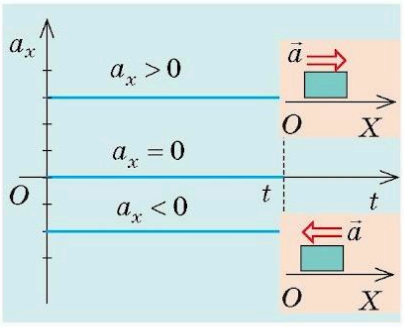


Рис. 6.2. Графік залежності $a_x(t)$ для рівноприскореного прямолінійного руху

• *Якщо прискорення дорівнює нулю*, швидкість руху тіла не змінюється ані за значенням, ані за напрямком: $\frac{\vec{v}-\vec{v}_0}{t}=0 \Rightarrow \vec{v}=\vec{v}_0$, тобто *тіло рухається рівномірно прямолінійно.* Таким чином, рівномірний прямолінійний рух — це окремий випадок рівноприскореного прямолінійного руху.

• У разі рівноприскореного руху прискорення є незмінним, тому *графік проекції прискорення* (графік залежності $a_x(t)$) — *відрізок прямої, паралельної осі часу* (рис. 6.2).

2 Швидкість рівноприскореного прямолінійного руху

Із формули для визначення проекції прискорення $\left(a_x=\frac{v_x-v_{0x}}{t}\right)$ маємо для *рівноприскореного прямолінійного руху* **рівняння проекції швидкості:**

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$

Якщо задано рівняння проекції швидкості руху тіла, то задано й початкову швидкість $(\vec{v}_0)$, й прискорення $(\vec{a})$ руху цього тіла. Наприклад, рівняння проекції швидкості руху тіла має вигляд: $v_x = -5 + 3t$. Це означає: $v_{0x} = -5$ м/с (початкова швидкість руху дорівнює 5 м/с, а її напрямок протилежний напрямку осі OX); $a_x = 3$ м/с^2 (прискорення руху дорівнює 3 м/с^2, а його напрямок збігається з напрямком осі OX).

Залежність $v_x = v_{0x} + a_x t$ є лінійною, тому графік проекції швидкості — графік залежності $v_x(t)$ — це відрізок прямої, нахиленої під певним кутом до осі часу (рис. 6.3, 6.4).

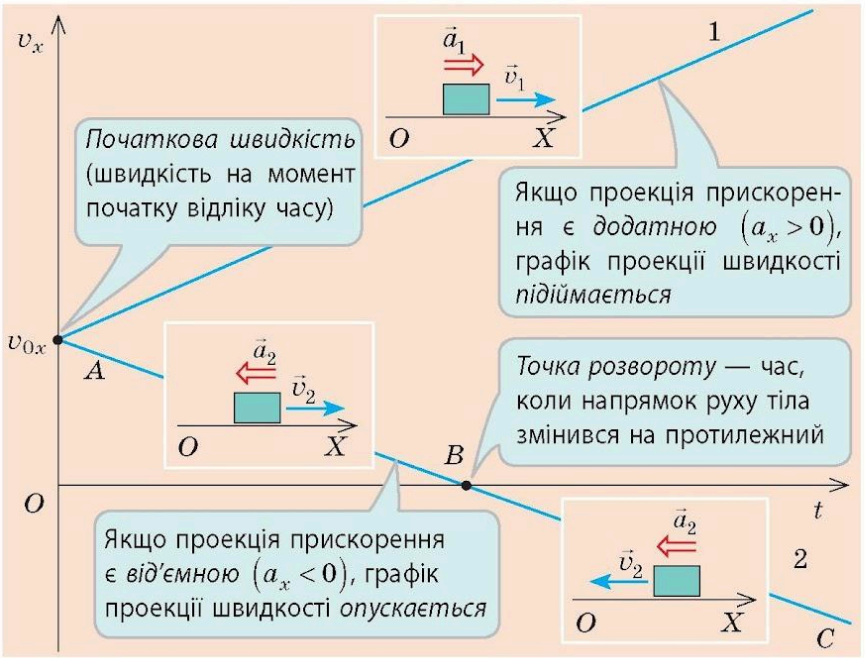


Рис. 6.3. Графіки залежності $v_x(t)$ для рівноприскореного прямолінійного руху. Тіло 1 весь час набирає швидкість, оскільки $\vec{a}_1 \uparrow\uparrow \vec{v}_1$. Тіло 2 спочатку сповільнює свій рух: $\vec{a}_2 \uparrow\downarrow \vec{v}_2$ (ділянка AB), потім зупиняється (точка B), після чого набирає швидкість $(\vec{a}_2 \uparrow\uparrow \vec{v}_2)$, рухаючись у протилежному напрямку (ділянка BC)

Право для безоплатного розміщення підручника в мережі Інтернет має Міністерство освіти і науки України http://mon.gov.ua/ та Інститут модернізації змісту освіти https://imzo.gov.ua

Чим більшим є прискорення руху тіла, тим більший кут α нахилу графіка проекції швидкості до осі часу (див. рис. 6.4).

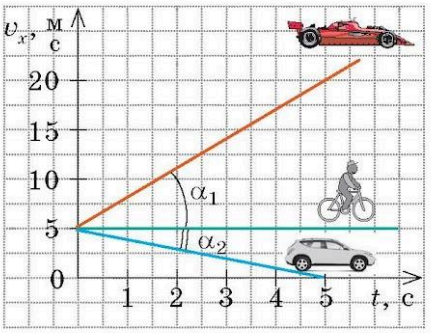
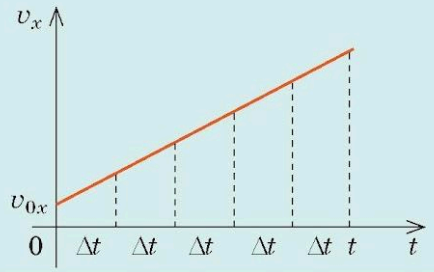


Рис. 6.4. Болід рухається з більшим прискоренням, ніж автомобіль, тому $\alpha_1 > \alpha_2$. Прискорення руху велосипедиста дорівнює нулю

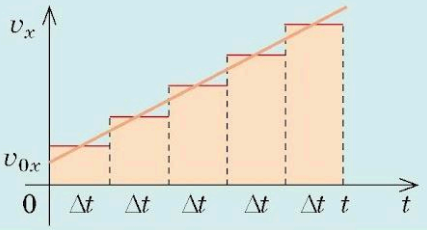
3 Переміщення під час рівноприскореного прямолінійного руху

Ви вже знаєте про **геометричний зміст проекції переміщення:** *переміщення тіла чисельно дорівнює площі фігури під графіком залежності проекції швидкості руху тіла від часу.* Ми доводили це твердження для рівномірного руху. Розглянемо приклад рівноприскореного руху:

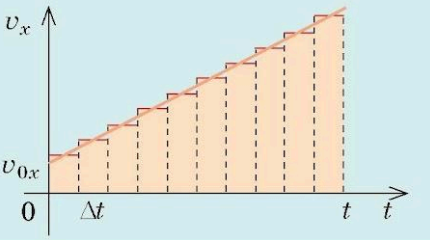
1 Розіб'ємо весь час руху тіла на невеликі інтервали часу Δt.



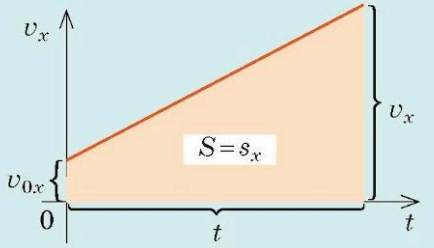
2 Припустимо, що протягом кожного інтервалу часу швидкість руху тіла залишалася незмінною. Загальне переміщення під час такого уявного руху дорівнює сумі площ смужок шириною Δt, які разом утворюють східчасту фігуру.



3 Якщо зменшити інтервали часу Δt, то переміщення, як і раніше, дорівнюватиме площі східчастої фігури, яка поступово набуває вигляду трапеції.



4 У результаті нескінченного зменшення інтервалів часу ($\Delta t \to 0$) східчаста фігура «перетвориться» на трапецію, а переміщення чисельно дорівнюватиме площі цієї трапеції.



Бачимо, що в разі рівноприскореного руху проекція переміщення чисельно дорівнює площі трапеції (формулу для визначення площі трапеції ви знаєте з курсу геометрії):

$$s_x = \frac{v_x + v_{0x}}{2} t$$

Право для безоплатного розміщення підручника в мережі Інтернет має Міністерство освіти і науки України http://mon.gov.ua/ та Інститут модернізації змісту освіти https://imzo.gov.ua

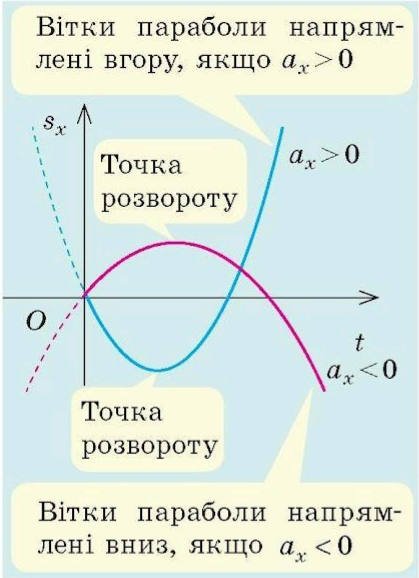


Рис. 6.5. У разі рівноприскореного прямолінійного руху графік залежності $s_x(t)$ — парабола, яка проходить через початок координат



Рис. 6.6. У разі рівноприскореного прямолінійного руху графік залежності $x(t)$ — парабола

Узявши до уваги, що $v_x = v_{0x} + a_x t$, отримаємо **рівняння залежності проекції переміщення від часу** *для рівноприскореного прямолінійного руху*:

$$s_x = v_{0x} t + \frac{a_x}{2} t^2$$

Під час рівноприскореного прямолінійного руху початкова швидкість $(\vec{v}_0)$ і прискорення $(\vec{a})$ руху тіла не змінюються, тому залежність проекції переміщення s_x від часу t є *квадратичною*, а графік цієї залежності — *парабола* (рис. 6.5), вершина якої відповідає точці розвороту (див. ще розв'язання задачі 2 у п. 4).

У багатьох задачах не йдеться про час руху тіла й не потрібно його визначати. У таких випадках для розрахунку невідомих величин використовують формулу:

$$s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$$

Отримайте останню формулу самостійно, скориставшись формулою $s_x = \frac{v_x + v_{0x}}{2} t$ і означенням прискорення.

Координату тіла за будь-якого руху визначають за формулою $x = x_0 + s_x$, тому *для рівноприскореного прямолінійного руху* **рівняння координати** має вигляд:

$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x}{2} t^2$$

Тобто залежність $x(t)$, як і залежність $s_x(t)$, є *квадратичною*, а графік цієї залежності — *парабола* (рис. 6.6).

ПРОФЕСІЇ МАЙБУТНЬОГО



Диспетчер автономного транспорту

конструює, планує і координує рух автономних транспортних засобів, здійснює моніторинг їх руху

Зараз ДТП відбуваються здебільшого через людські похибки. Застосування автономного транспорту (керування яким автоматизоване та здійснюється без водія) може знизити кількість аварій, зменшити затори, зекономити пальне.

Знання фізики допоможе диспетчерові спланувати рух автотранспорту з автопілотами, обрати найкращий комп'ютерний алгоритм, подбати про безпеку руху тощо.

Право для безоплатного розміщення підручника в мережі Інтернет має Міністерство освіти і науки України http://mon.gov.ua/ та Інститут модернізації змісту освіти https://imzo.gov.ua

Алгоритм розв'язування задач із кінематики

1. Уважно прочитайте умову задачі. З'ясуйте, які тіла беруть участь у русі, яким є характер руху тіл, які параметри руху відомі.

2. Запишіть коротку умову задачі. У разі необхідності подайте значення фізичних величин в одиницях СІ.

3. Виконайте пояснювальний рисунок, на якому позначте вісь координат, напрямки швидкості руху, переміщення, початкової швидкості та прискорення руху тіла.

4. Із формул, що описують прямолінійний рівноприскорений рух, виберіть ті, які найбільше відповідають умові задачі.

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t};\ v_x = v_{0x} + a_x t;$$

$$s_x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2};$$

$$s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x};$$

$$s_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2}t.$$

Обрані формули конкретизуйте для задачі.

5. Розв'яжіть задачу в загальному вигляді.

6. Перевірте одиницю, знайдіть значення шуканої величини.

7. Проаналізуйте результат.

8. Запишіть відповідь.

4 Учимося розв'язувати задачі

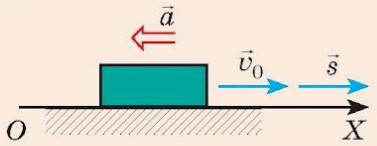
Задача 1. Гальмо легкового автомобіля є справним, якщо на сухому асфальті за швидкості 28 м/с гальмівний шлях автомобіля становить 49 м. Визначте час гальмування та прискорення руху автомобіля.

$v_0 = 28$ м/с
$s = 49$ м
$v = 0$

t — ?
a — ?

Розв'язання

На пояснювальному рисунку спрямуємо вісь OX у напрямку руху автомобіля. Автомобіль гальмує, тому $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{v}_0$.



Оскільки в задачі подано v_0, v і s, для визначення часу гальмування найзручнішою є формула $s_x = \frac{v_x + v_{0x}}{2}t$ (1), а для визначення прискорення — формула $s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$ (2).

Конкретизуємо ці формули (перейдемо від проекцій до модулів):

- напрямок переміщення та напрямок початкової швидкості збігаються з напрямком осі OX, тому $v_{0x} = v_0$, $s_x = s$;
- кінцева швидкість дорівнює нулю: $v_x = 0$;
- напрямок прискорення протилежний напрямку осі OX, тому $a_x = -a$.

Отже, з формули (1): $s = \frac{0 + v_0}{2}t = \frac{v_0}{2}t \Rightarrow t = \frac{2s}{v_0}$;

з формули (2): $s = \frac{-v_0^2}{-2a} \Rightarrow a = \frac{v_0^2}{2s}$.

Перевіримо одиниці, знайдемо значення шуканих величин:

$$[t] = \frac{\text{м}}{\text{м/с}} = \text{с},\ t = \frac{2 \cdot 49}{28} = 3{,}5\ (\text{с});$$

$$[a] = \frac{\text{м}^2/\text{с}^2}{\text{м}} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2},\ a = \frac{28^2}{2 \cdot 49} = 8\ (\text{м/с}^2).$$

Відповідь: $t = 3{,}5$ с; $a = 8$ м/с^2.

Задача 2. На рис. 1 подано графік залежності $v_x(t)$ для руху тіла вздовж осі OX. 1) Опишіть характер руху тіла. 2) Запишіть рівняння залежності $s_x(t)$. 3) Побудуйте графік залежності $s_x(t)$.

Право для безоплатного розміщення підручника в мережі Інтернет має Міністерство освіти і науки України http://mon.gov.ua/ та Інститут модернізації змісту освіти https://imzo.gov.ua

Розв'язання

1) Графік залежності $v_x(t)$ — відрізок прямої, а тіло весь час рухалося вздовж осі OX, тому рух тіла є рівноприскореним прямолінійним. Перші 2 с швидкість руху тіла зменшувалася від 20 м/с до 0, потім тіло розвернулося і ще 4 с прискорювало свій рух, рухаючись у протилежному напрямку.

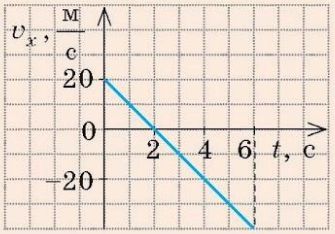


Рис. 1

2) Для рівноприскореного прямолінійного руху:

$s_x = v_{0x}t + \frac{a_x}{2}t^2$, де $v_{0x} = 20$ м/с; $a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t} = \frac{0 - 20\ \text{м/с}}{2\ \text{с}} = -10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Отже, $s_x = 20t - 5t^2$.

3) Графік залежності $s_x(t)$ — парабола, вершина якої відповідає точці розвороту. Таким чином, точка A з координатами $t = 2$ с, $s_x = 20t - 5t^2 = 20 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2 = 20$ м є вершиною параболи. Ця парабола проходить через точку O з координатами ($t = 0$, $s_x = 0$) і симетричну їй відносно прямої $t = 2$ с точку B з координатами ($t = 4$ с, $s_x = 0$). Наприкінці спостереження: $t = 6$ с, $s_x = 20t - 5t^2 = 20 \cdot 6 - 5 \cdot 6^2 = -60$ м (точка C).

За чотирма точками (O, A, B, C) можемо побудувати параболу (рис. 2).

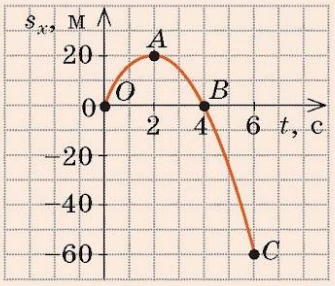


Рис. 2



Підбиваємо підсумки

- Рівноприскорений прямолінійний рух — це рух, під час якого тіло рухається прямолінійною траєкторією з незмінним прискоренням.
- Для рівноприскореного прямолінійного руху тіла:

— прискорення тіла не змінюється з часом, графік проекції прискорення (графік залежності $a_x(t)$) — пряма, паралельна осі часу;

— швидкість руху змінюється лінійно: $v_x = v_{0x} + a_x t$, графік залежності $v_x(t)$ — відрізок прямої, нахиленої під певним кутом до осі часу;

— рівняння проекції переміщення має вигляд: $s_x = v_{0x}t + \frac{a_x}{2}t^2$; графік залежності $s_x(t)$ — парабола, вершина якої відповідає точці розвороту;

— координату тіла визначають із рівняння $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x}{2}t^2$; графік координати — парабола.



Контрольні запитання

1. Який рух називають рівноприскореним прямолінійним? **2.** Охарактеризуйте прискорення як фізичну величину. **3.** Як рухається тіло, якщо напрямок його прискорення: а) збігається з напрямком руху? б) протилежний напрямку руху? в) якщо прискорення тіла дорівнює нулю? **4.** Запишіть рівняння залежності $v_x(t)$ для рівноприскореного прямолінійного руху. Який вигляд має графік цієї залежності? **5.** За допомогою яких формул можна обчислити проекцію переміщення? Виведіть ці формули. **6.** Доведіть, що графіком залежності $s_x(t)$ є парабола. Як напрямлені її вітки? Якому моменту руху відповідає вершина? **7.** Запишіть рівняння координати для рівноприскореного прямолінійного руху. Назвіть фізичні величини, які пов'язує це рівняння.

Право для безоплатного розміщення підручника в мережі Інтернет має Міністерство освіти і науки України http://mon.gov.ua/ та Інститут модернізації змісту освіти https://imzo.gov.ua



Вправа № 6

Рух тіл вважайте рівноприскореним прямолінійним уздовж осі OX.

1. Рівняння проекції швидкості руху мотоцикла $\upsilon_x = 20 - 4t$ (усі величини задано в одиницях СІ). Визначте:

1) проекцію прискорення та початкову швидкість руху мотоцикла;

2) час, через який мотоцикл зупиниться.

2. Велосипедистка, що рухалася зі швидкістю 2,5 м/с, починає розганятися і, рухаючись із прискоренням 0,5 м/с^2, сягає швидкості 5 м/с.

1) Яким є переміщення велосипедистки за час розгону?

2) Скільки часу розганялася велосипедистка?

3) Запишіть рівняння проекції швидкості руху та проекції переміщення.

4) Якою була швидкість руху велосипедистки через 2 с після початку розгону? Через який інтервал часу швидкість її руху становила 4 м/с?

5) Побудуйте графіки залежності від часу проекції швидкості та проекції переміщення велосипедистки. Покажіть на графіку $\upsilon_x(t)$ переміщення велосипедистки за перші 3 с розгону; за останню 1 с розгону.

6) Через який час після початку розгону велосипедистка подолає відстань 14 м, якщо рухатиметься з незмінним прискоренням?

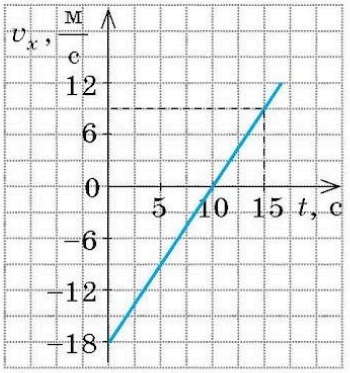


Рис. 1

3. На рис. 1 подано графік залежності $\upsilon_x(t)$ для руху тіла вздовж осі OX.

1) Опишіть характер руху тіла.

2) Запишіть рівняння залежності $s_x(t)$.

3) Побудуйте графік залежності $s_x(t)$.

4. Визначте час і координату зустрічі мотоциклістки і пішохода (рис. 2).

5. Складіть задачу за даними, наведними на початку § 6, і розв'яжіть її.

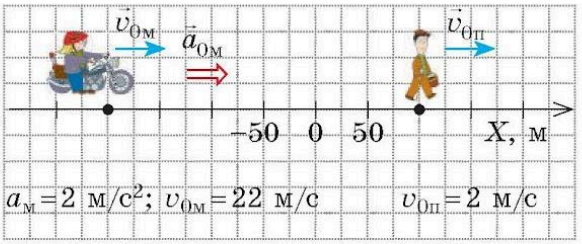


Рис. 2