مديرية التربية لولاية تيزي وز ثانوية تيزي غنيف	الإمتحان التجربي في مادة الرياضيات المستوى: 3 رياضيات	المدة : 4 ساو 30 د ماي 2008

أجب على أحد الموضوعين

الموضوع الأول

(التمرين الأول (5 ن

1) أنشر $(4+4i)^2$

2) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة

$$z^3-2z^2+2(2-3i)z-20=0$$

أ- أثبت أن العدد $z_0=2i$ حل لهذه المعادلة

ب- عين الحلين الآخرين z_1 و z_2 لهذه المعادلة

3) في المستوي المركب P المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ نعتبر النقط $A;B;C$ التي لواحقها بهذا الترتيب $z_0;z_1;z_2$

أ- عين المرجح G للنقط $A;B;C$ المرفقة على الترتيب بالمعاملات $-1,1,1$

ب- عين مجموعة النقط M من المستوي P التي تحقق: $-MA^2+MB^2+MC^2=36$

4) هل يوجد عدد طبيعي n حيث : $|z_0|^n+|z_1z_2|^n\equiv 0[7]$ ؟

التمرين الثاني (3 ن)

نعتبر المتتالية U المعرفة بإعطاء $u_0=1;u_1=2$ و العلاقة

$u_{n+2}=\frac{3}{2}u_{n+1}-\frac{1}{2}u_n$: من أجل كل عدد طبيعي n

لتكن V المتتالية المعرفة على IN كما يلي: $v_n=u_{n+1}-u_n$

1) برهن أن V متتالية هندسية،أحسب الحد العام v_n بدلالة n

2) استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n

ما هي نهاية المتتالية U لما يؤول n إلى $+\infty$ ؟

3) عين أصغر عدد طبيعي n_0 بحيث :

من أجل كل عدد طبيعي n أكبر أو يساوي n_0 يكون $|u_n-3|<10^{-5}$

التمرين الثالث (8 ن)

لتكن الدالة f المعرفة على $\Re$ كما يلي: $f(x)=x-1+(x^2+2)e^{-x}$.نسمي (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الرسم $=2cm$)

الجزء أ. دراسة دالة مساعدة

لتكن g الدالة المعرفة على $\Re$ بـ : $g(x)=1-(x^2-2x+2)e^{-x}$

1- أدرس نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$

2- أحسب الدالة المشتقة g' و عين إشارتها ثم ضع جدول تغيرات الدالة g

3) برهن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α في $\Re$ ثم علل أن $0,35 \le \alpha \le 0,36$

4) استنتج إشارة g على $\Re$

الجزء ب.دراسة الدالة f

1) عين نهايات الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$

2) من أجل كل عدد حقيقي x أحسب $f'(x)$

3) استنتج باستعمال **الجزء أ** تغيرات f ثم ضع جدول تغيراتها

4) أ- برهن أن $f(\alpha)=\alpha(1+2e^{-\alpha})$

ب- باستعمال حصر العدد α عين حصر لـ $f(\alpha)$ في مجال طوله 4×10^{-2}

5) برهن أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=x-1$ مستقيم مقارب للمنحنى (C) في جوار $+\infty$
حدد وضعية (C) بالنسبة لـ Δ

6) أعط معادلة المماس T للمنحنى (C) في النقطة التي فاصلتها 0

7) أرسم Δ ، T ثم (C)

8) أ- عين الأعداد الحقيقية a,b,c بحيث تكون الدالة P المعرفة على $\Re$ بـ $P(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$ دالة أصلية للدالة $x \to (x^2+2)e^{-x}$

ب- أحسب بدلالة α المساحة $A(\alpha)$ بـ cm^2 للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) ، المستقيم Δ و المستقيمين $x=-\alpha$ و $x=0$

ج) علل أن $A(\alpha)=4e^{2\alpha}+8e^{\alpha}-16$

التمرين الرابع(4 ن)

الفضاء (E) منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

نعتبر النقطتين $A(1;-1;1)$ و $B(-1;1-1)$ و (S_1) مجموعة النقط M من الفضاء (E) حيث $AM.BM=1$

1) أ- حدد معادلة ديكارتية للمجموعة (S_1)

ب- بين أن (S_1) كرة مركزها O و نصف قطرها $R=1$

2) نعتبر المستوي (P) الذي معادلته : $x+\sqrt{2}y+3z-4\sqrt{3}=0$

بين أن (P) مماس لـ (S_1) ثم حدد نقطة التماس

3) نعتبر المستقيم (Δ) المعرف بـ : $\Delta:\begin{cases}x+y+\sqrt{2}z-4=0\\x-y=0\end{cases}$

أ- أحسب المسافة $d(O;(\Delta))$ من O إلى (Δ)

ب- حدد تقاطع (S_1) و (Δ)

ج) حدد إحداثيتي H المسقط العمودي لـ A على (P)

الموضوع الثاني

التمرين الأول (5ن)

الجزء 1

1) أعط نص مبرهنة بيزو و غوص

2) برهن باستعمال مبرهنة بيزو على مبرهنة غوص

الجزء 2

$(S)\begin{cases} n \equiv 13[19] \\ n \equiv 6[12] \end{cases}$ نريد حل في مجموعة الأعداد الطبيعية N الجملة

1) برهن أنه توجد ثنائية (u,v) من الأعداد الصحيحة حيث $19u+12v=1$

تحقق أنه من أجل مثل هذه الثنائية العدد $N=13\times 12v+6\times 19u$ حل للجملة (S)

2) ليكن n_0 حل للجملة (S) . تحقق أن الجملة (S) تكافئ $\begin{cases} n \equiv n_0[19] \\ n \equiv n_0[12] \end{cases}$

برهن أن الجملة $\begin{cases} n \equiv n_0[19] \\ n \equiv n_0[12] \end{cases}$ تكافئ $n \equiv n_0[12\times 19]$

3) أ) عين ثنائية (u,v) حل للمعادلة $19u+12v=1$ و أحسب قيمة العدد N الموافقة لهذه الثنائية

ب) عين مجمعة حلول (S)

4) باقي قسمة العدد الطبيعي n على 12 هو 6 و باقي قسمته على 19 هو 13 .ما هو باقي قسمته على العدد $228=12\times 19$

التمرين الثاني (5 ن)

لتكن $a;b;c$ 3 أعداد حقيقية .نسمي f الدالة المعرفة على R كما يلي :

$$f(x)=a\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)+b\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)+c$$

نسمي $f^{(n)}$ المشتق ذات الرتبة n حيث n عدد طبيعي أكبر تماما من الصفر

1 أ- أثبت باستعمال البرهان بالتراجع أن:

من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم و كل عدد حقيقي x

$$f^{(n)}(x)=\left(\frac{\pi}{2}\right)^n\left[a\cos\left(\frac{\pi}{2}x+n\frac{\pi}{2}\right)+b\sin\left(\frac{\pi}{2}x+n\frac{\pi}{2}\right)\right]$$

ب- من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n نضع : $u_n = \frac{1}{4^n} f^{(2n)}(0)$

أحسب u_1 . برهن أن المتتالية $(u_n)_{n\in N^*}$ متتالية هندسية أساسها $-\frac{\pi}{16}$

ج) نضع $S_n = u_1 + u_2 + ...u_n$ أحسب بدلالة a : $\lim S_n$ $n \to +\infty$

2) نضع $a = 4\alpha; b = 7\beta; c = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

عين الأعداد الصحيحة $\alpha;\beta$ حيث $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$

التمرين الثالث (6 ن)

نعتبر الدالة f المعرفة على R كما يلي : $f(x) = x - (x+1)e^{-x}$

1) أحسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$

2) نسمي C منحنى الدالة f في معلم متعامد و متجانس (و حدة الرسم = 2cm)
أدرس الفروع لانهائية للمنحنى C

3) أ- أحسب الدالة المشتقة f' للدالة f ثم أدرس تغيراتها

ب – استنتج أن المعادلة $f'(x) = 0$ تقبل حل و حيد α و أن $-0,57 \square \alpha \square -0,56$

ج- حدد إشارة $f'(x)$ على R

4) أ- ضع جدول تغيرات الدالة f
ب- أرسم المنحنى C

5)أ- λ عدد حقيقي أكبر تماما من 1 .أحسب المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى C محور الفواصل و المستقيمين $x = 1; x = \lambda$

ب- هل تقبل $A(\lambda)$ نهاية لما $\lambda \to +\infty$

التمرين الرابع (4 ن)

نعتبر الجملة $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ ax - by = c \end{cases}$ x و y هما المجهولان و a,b,c ثلاثة أعداد من المجموعة $\{1,2,3,4,5,6\}$

للحصول على الأعداد a,b,c نرمي 3 مرات حجر نرد مكعب متوازن أوجهه مرقمة من 1 إلى 6
نتيجة الرمية الأولى تعطي a ،نتيجة الرمية الثانية تعطي b و الرقم المتحصل عليه في الرمية الأخيرة هو c
أحسب الاحتمالات التالية

1) p_1 حتى تقبل الجملة عدد غير منتهي من الحلول

2) p_2 حتى لا تقبل الجملة حلول

3) p_3 حتى تقبل الجملة حل و حيد

4) p_4 حتى تكون الثنائية $(3,0)$ الحل و الوحيد للجملة
تعطى النتائج على شكل كسور مقامها هو 108

انتهى بالتوفيق