

الموضوع التجريبي الثاني

التمرين الأول: (3.5 نقطة)

ليكن α عددا حقيقيا حيث $\alpha \in]0, 1[$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n نعرف المتتالية (u_n) كما يلي :

$$\{u_0 = 2, u_{n+1} = \alpha + 1 - \frac{\alpha}{u_n}\}$$

1. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n \geq 1$

2. بين أن (u_n) متتالية متناقصة .

3. استنتج أن (u_n) متتالية متقاربة ، ثم عين نهايتها l .

4. من أجل كل عدد طبيعي n نعرف المتتالية (v_n) كما يلي : $v_n = \frac{\alpha v_{n-1} - 1}{v_{n-1} - 1}$

عين من بين الإجابات التالية الإجابة الصحيحة مع التبرير :

1. من أجل كل عدد طبيعي n لدينا :

$$v_n = \frac{u_n - 1}{u_n - \alpha} \quad (\text{ج})$$

$$v_n = \frac{u_n - \alpha}{u_n + 1} \quad (\text{ب})$$

$$v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + \alpha} \quad (\text{أ})$$

2. المتتالية (v_n) هندسية أساسها هو :

$$\alpha^2 \quad (\text{أ}) \quad \alpha \quad (\text{ب}) \quad \frac{1}{\alpha} \quad (\text{ج})$$

3. عبارة الحد العام للمتتالية (v_n) هو :

$$v_n = \frac{\alpha^{2n}}{2 - \alpha} \quad (\text{ج})$$

$$v_n = \frac{\alpha^n}{2 - \alpha} \quad (\text{ب})$$

$$v_n = \frac{\alpha^n}{2 + \alpha} \quad (\text{أ})$$

التمرين الثاني: (5.5 نقطة) المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. لتكن g دالة عددية معرفة على R كما يلي : $g(x) = (a - 2x)e^x + b$ ، a و b أعداد حقيقية ، (C_g) تمثيلها البياني

1. عين العددين a و b حتى تكون g حلا للمعادلة التفاضلية : $y' - y = -2e^x - 2$

و المنحني (C_g) يقبل مماس عند النقطة ذات الفاصلة 0 معامل توجيهه 1 .

2. نأخذ الآن $a = 3$ و $b = 2$.

1. أدرس تغيرات الدالة g

2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $\alpha \in]1.68, 1.69[$

يعطي : $g(1.68) \approx 0.068$ ، $g(1.69) \approx -0.059$

3. استنتج إشارة $g(x)$

4. باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب مساحة الحيز المحدد بـ (C_g) ومحور الفواصل والمستقيمين ذوي المعادلتين

$$x = \alpha \text{ و } x = 2 .$$

2. f دالة عددية معرفة على R كما يلي : $f(x) = 1 + \frac{4x-2}{e^x+1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني .

1. أحسب $f'(x)$ ثم بين أن : $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x+1)^2}$

2. استنتج إشارة $f'(x)$ على R ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3. بين أنه يمكن كتابة $f(x)$ بالشكل : $f(x) = 4x - 1 + \frac{(2-4x)e^x}{e^x+1}$

واستنتج أن (C_f) يقبل مقارب مائل (Δ) عند ∞ - يطلب تعيين معادلته .

الصفحة: 1/2

4. أدرس وضعية (C_f) و (Δ)

5. بين أن : $f(\alpha) = 4\alpha - 5$ ، عين حصر $f(\alpha)$.

6. ارسم المنحني (C_f) في المستوي السابق

التمرين الثالث: (3.5 نقاط)

نعتبر في C المعادلة: $z^3 + 2z^2 - 16 = 0 \dots (E)$

1. تحقق أن 2 حل للمعادلة ثم أكتب (E) على الشكل $(z^2 + az + b = 0)$ حيث a و b عدنان حقيقيان يطلب تعيينها

2. استنتج حلول المعادلة (E) على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسّي

3. المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

نضع A, B, C لواحقتها على الترتيب $Z_A = -2 - 2i, Z_B = 2, Z_C = -2 + 2i$

• عين لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي $ABDC$ متوازي أضلاع .

• عين Z_E لاحقة النقطة E صورة D بالدوران الذي مركزه B وزاويته $-\frac{\pi}{2}$.

• عين Z_F لاحقة النقطة F صورة D بالدوران الذي مركزه C وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

• تحقق أن : $i = \frac{Z_F - Z_A}{Z_E - Z_A}$ ثم استنتج طبيعة المثلث AEF .

التمرين الرابع: (3.5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم $M(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، ونعتبر النقط $A(2; 1; 3), B(-3; -1; 7), C(3; 2; 4)$

1. بين أن النقط A, B, C ليست على استقامية

2. ليكن (Δ) مستقيم ذو التمثيل الوسيط $x = -7 + 2t, y = -3t, z = 4 + t$ مع $t \in R$

• بين أن (Δ) عمودي على (ABC) .

• أوجد معادلة المستوي (ABC) .

3. لتكن D نقطة تقاطع (Δ) و (ABC) .

• بين أن D مرجح الجملة $\{(C, 2); (B, -1); (A, -2)\}$.

• عين طبيعة والعناصر المميزة لكل من S_1 و S_2 لمجموعة النقط M من المستوي التي تحقق على الترتيب :

1. $\| -2\vec{AM} - \vec{BM} + 2\vec{CM} \| = \sqrt{29}$

2. $(-2\vec{AM} - \vec{BM} + 2\vec{CM})(\vec{BM} - \vec{CM}) = 0$

التمرين الخامس: 4 نقاط

(1) حل في Z^2 المعادلة : $3x - 2y = 1 \dots (E)$

(2) ليكن n عددا صحيحا طبيعيا غير معدوم

• بين أن الثنائية $(4, 21n + 3, 14n + 3)$ حل للمعادلة (E) .

• استنتج أن العددين $4 + 21n$ و $3 + 14n$ أوليان فيما بينهما.

(3) ليكن d هو القاسم المشترك الأكبر للعددين $4 + 21n$ و $1 + 2n$

• بين أن $d = 1$ أو $d = 13$.

• ب/ بين أنه إذا كان : $n \equiv 6 [13]$ فإن $d = 13$.

(4) من أجل كل عدد طبيعي n بحيث $n \geq 2$ نضع : $A = 21n^2 - 17n - 4$ و

$$B = 28n^3 - 8n^2 - 17n - 3$$

• بين أن العددين A و B قابلين للقسمة على $1 - n$ في المجموعة Z .

• جد حسب قيم القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B .

الصفحة: 2/2