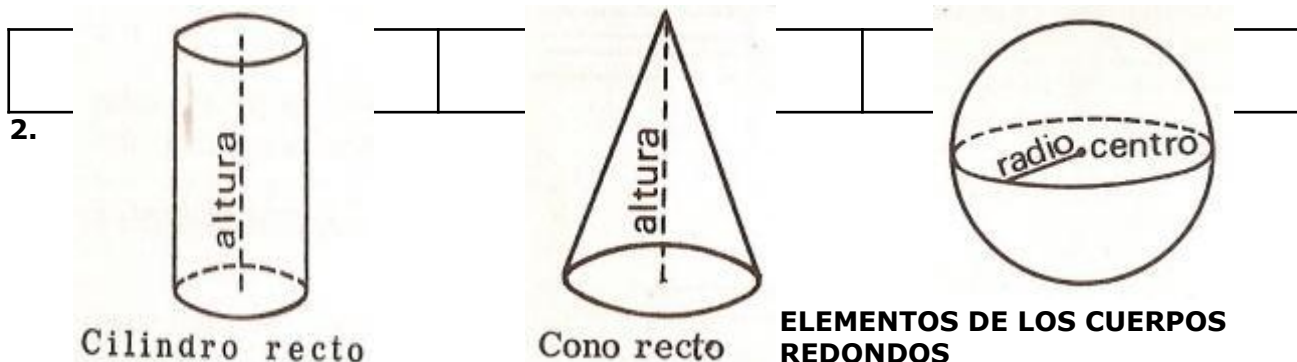


POLIEDROS Y CUERPOS REDONDOS

1. LOS CUERPOS REDONDOS

La geometría del espacio estudia los cuerpos que tienen tres dimensiones: longitud, ancho y altura.

Los cuerpos que tienen sus caras planas se llaman poliedros.



El cilindro tiene siempre dos bases. La distancia de una base a la otra, medida sobre una recta que ha de ser perpendicular a las bases, se llama altura.

El cono tiene una base circular y una punta que se llama vértice. La distancia desde el vértice, medida sobre una recta perpendicular a la base se llama altura. La distancia que hay desde el vértice a un punto cualquiera de la circunferencia de la base se llama lado del cono.

La esfera tiene un punto llamado centro que está a la misma distancia de todos los puntos de la superficie. La esfera también tiene radio y diámetro.

3. EL PRISMA

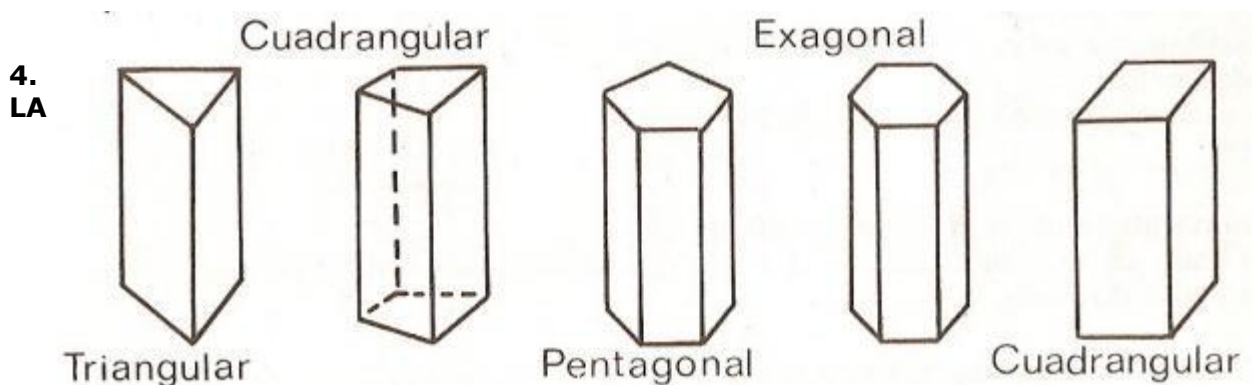
Los cuerpos geométricos que tienen las caras planas se llaman poliedros.

Los prismas son cuerpos poliédricos que tienen por bases dos polígonos iguales y sus caras laterales son paralelogramos.

Observando el dibujo verás que el prisma triangular tiene como base un triángulo; el cuadrangular, un cuadrilátero; el prisma pentagonal, un pentágono; el exagonal, un exágono y el cuadrangular, un cuadrado.

Sólo hay un bien, el conocimiento, y sólo hay un mal, la ignorancia

SÓCRATES

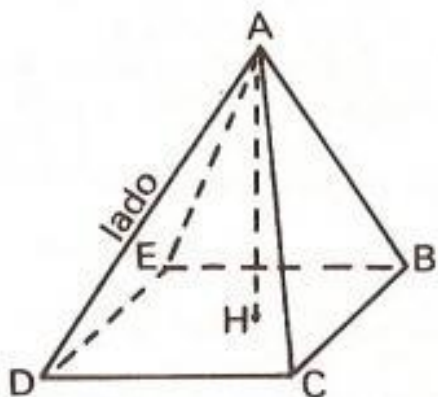


PIRÁMIDE

La pirámide es un cuerpo poliedro que tiene por base un polígono cualquiera y sus caras laterales son triángulos que van a parar a un punto llamado vértice.

En el dibujo de la izquierda el punto B es el vértice y la altura es el segmento BK. En el de la derecha el vértice es el punto A y la altura AH.

El tetraedro es una pirámide que todas sus caras son triángulos equiláteros.



5. POLIEDROS REGULARES.

Los poliedros se llaman regulares cuando tienen todas sus caras iguales, sus lados iguales y también sus ángulos.

regulares cuando tienen todas iguales y también sus

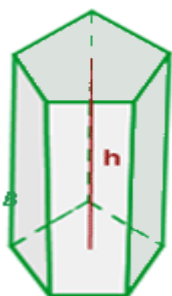
Ya hemos visto que el tetraedro tiene 4 caras que son triángulos equiláteros. También hemos visto el cubo, con 6 caras cuadradas. Los otros polígonos regulares son el octaedro, el dodecaedro y el icosaedro.

Quien comete un error y no lo corrige, está cometiendo otro error

CONFUCIO



ÁREA Y VOLUMEN DEL PRISMA



P_B = Perímetro de la base

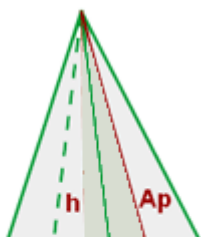
$$A_L = P_B \cdot h$$

$$= A_L + 2 \cdot A_B$$

$$= A_B \cdot h$$

ÁREA Y VOLUMEN DE LA PIRÁMIDE

P_B = Perímetro de la base



pirámide

a base

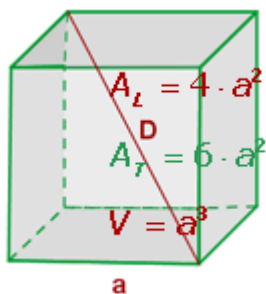
$$A_T = A_L + A_B$$

$$V = \frac{A_B \cdot h}{3}$$

Si lo puedes imaginar lo puedes lograr

WALT DISNEY

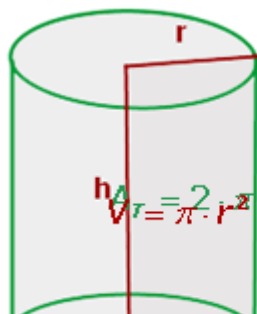
ÁREA Y VOLUMEN DEL CUBO



$$D = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2}$$

$$D = \sqrt{3} \cdot a$$

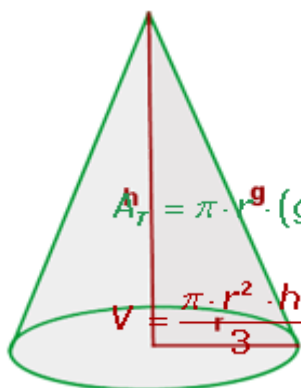
ÁREA Y VOLUMEN DEL CILINDRO



$$g = h$$

$$A_L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

ÁREA Y VOLUMEN DEL CONO



$$g^2 = r^2 + h^2$$

$$A_L = \pi \cdot r \cdot g$$

La tenacidad, la inteligencia y la humildad son la base de la grandeza de los hombres

PROBLEMAS

Recuerda que para resolver problemas, hay que seguir ciertos pasos que a continuación mencionamos:

- **COMPRESIÓN DEL PROBLEMA** ¿Has comprendido el problema? Lectura / relectura

- **CONCEPCIÓN DE UN PLAN** ¿Qué relación hay entre los datos? / Graficar el problema si se puede
- **EJECUCIÓN DEL PLAN** Sigue una estrategia / Si hay dificultades prueba otro camino, se persistente
- **COMPROBACIÓN DE LA SOLUCIÓN OBTENIDA** Pon las unidades en el resultado. ¿Es lógica la solución?

Soluciona los siguientes problemas y envíalos al correo proporcionado: mcgaragatti@gmail.com

- 1) La altura de una pirámide de base cuadrada es igual a 16 m y el área de una sección paralela al plano de la base y a 6 m de ésta, es de 56.25 m². Hallar el área de la base de la pirámide.
- 2) Encontrar el área lateral y el área total de un prisma recto de 7.5 cm de alto, que tiene por base un pentágono cuyos lados miden 3 cm.
- 3) Encontrar el área lateral de una pirámide regular si el perímetro de la base mide 108 m y la altura de una de las caras laterales es igual a 11 m.
- 4) ¿Cuál es el área lateral de una pirámide triangular regular si el lado del triángulo mide 14 m y la apotema de la pirámide 17 m?
- 5) Calcula el área y el volumen de un tetraedro de 5 cm de arista.
- 6) Calcular la diagonal, el área lateral, el área total y el volumen de un cubo de 5 cm de arista.
- 7) Calcula el área lateral, el área total y el volumen de un prisma cuya base es un rombo de diagonales 12 y 18 cm.
- 8) Calcula el área lateral, total y el volumen de un cono cuya generatriz mide 13 cm y el radio de la base es de 5 cm.
- 9) Calcular el área y el volumen de una esfera inscrita en un cilindro de 2 m de altura.
- 10) Calcular el volumen de una semiesfera de 10 cm de radio.

Ejercicios resueltos de áreas y volúmenes II

1

Calcula el área y el volumen de un tetraedro de 5 cm de arista.

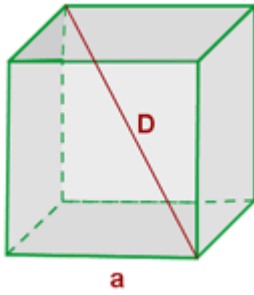
$$A_r = \sqrt{3} \cdot 5^2 = 43.30 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{\sqrt{3}}{12} \cdot 5^3 = 23.29 \text{ cm}^3$$

Ejercicios resueltos de áreas y volúmenes II

2

Calcular la diagonal, el área lateral, el área total y el volumen de un cubo de 5 cm de arista.



$$D = 5^2 + 5^2 + 5^2$$

$$D = \sqrt{5^2 + 5^2 + 5^2} = \sqrt{75} = 8.66 \text{ cm}$$

$$A_L = 4 \cdot 5^2 = 100 \text{ cm}^2$$

$$A_T = 6 \cdot 5^2 = 150 \text{ cm}^2$$

$$V = 5^3 = 125 \text{ cm}^3$$

Ejercicios resueltos de áreas y volúmenes II

3

Calcula el área y el volumen de un octaedro de 5 cm de arista.

$$A = 2\sqrt{3} \cdot 5^2 = 86.60 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{\sqrt{2}}{3} 5^3 = 58.92 \text{ cm}^3$$

Ejercicios resueltos de áreas y volúmenes II

4

Calcula el área y el volumen de un dodecaedro de 10 cm de arista, sabiendo que la apotema de una de sus caras mide 6.88 cm.

$$A = 30 \cdot 10 \cdot 6.88 = 2064 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{4} (15 + 7\sqrt{5}) 10^3 = 7663.12 \text{ cm}^3$$

Ejercicios resueltos de áreas y volúmenes II

5

Calcula el área y el volumen de un icosaedro de 5 cm de arista.

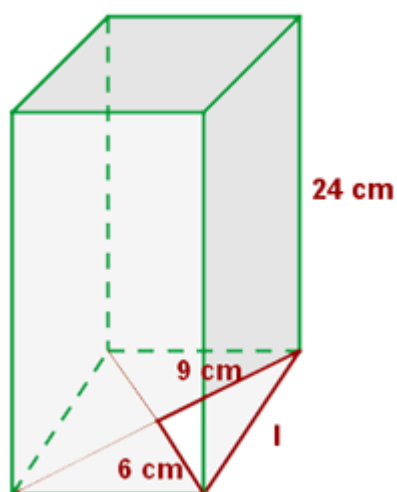
$$A = 5 \cdot \sqrt{3} \cdot 5^2 = 206.51 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{5}{12} (3 + \sqrt{5}) 5^3 = 272.71 \text{ cm}^3$$

Ejercicios resueltos de áreas y volúmenes II

6

Calcula el área lateral, el área total y el volumen de un prisma cuya base es un rombo de diagonales 12 y 18 cm.



$$l^2 = 9^2 + 6^2$$

$$l = \sqrt{9^2 + 6^2} = 10.82 \text{ cm}$$

$$A_l = 4 \cdot (24 \cdot 10.82) = 1038.72 \text{ cm}^2$$

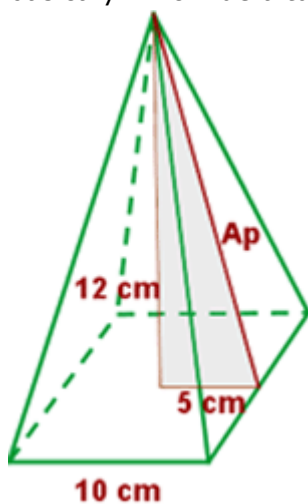
$$A_T = 1038.72 + 2 \cdot \frac{18 \cdot 12}{2} = 1254.72 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{18 \cdot 12}{2} \cdot 24 = 1592 \text{ cm}^3$$

Ejercicios resueltos de áreas y volúmenes II

7

Calcula el área lateral, total y el volumen de una pirámide cuadrangular de 10 cm de arista básica y 12 cm de altura.



$$Ap^2 = 12^2 + 5^2$$

$$Ap = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13 \text{ cm}$$

$$P_b = 4 \cdot 10 = 40 \text{ cm}$$

$$A_l = \frac{40 \cdot 13}{2} = 260 \text{ cm}^2$$

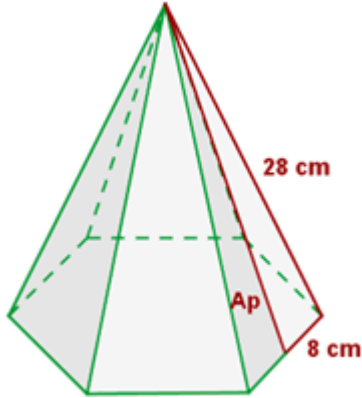
$$A_T = 260 + 10^2 = 360 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{100 \cdot 12}{3} = 400 \text{ cm}^3$$

Ejercicios resueltos de áreas y volúmenes II

8

Calcula el área lateral, total y el volumen de una pirámide hexagonal de 16 cm de arista básica y 28 cm de arista lateral.



$$28^2 = Ap^2 + 8^2$$

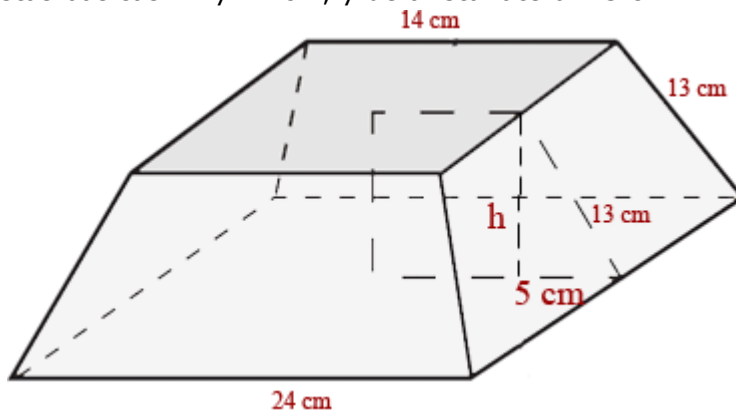
$$Ap = \sqrt{28^2 - 8^2} = 26.83 \text{ cm}$$

$$A_l = \frac{6 \cdot 16 \cdot 26.83}{2} = 1287.84 \text{ cm}^2$$

Ejercicios resueltos de áreas y volúmenes II

9

Calcular el área lateral, el área total y el volumen de un tronco de pirámide cuadrangular de aristas básicas 24 y 14 cm, y de arista lateral 13 cm.



$$13^2 = h^2 + 5^2$$

$$h = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ cm}$$

$$P = 24 \cdot 4 = 96 \text{ cm}$$

$$P' = 14 \cdot 4 = 56 \text{ cm}$$

$$A_l = \frac{96 + 56}{2} \cdot 12 = 912 \text{ cm}^2$$

$$A = 24^2 = 576 \text{ cm}^2$$

$$A' = 14^2 = 196 \text{ cm}^2$$

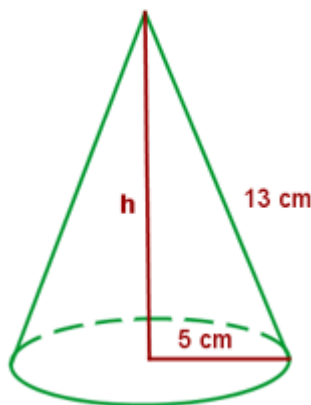
$$A_r = 912 + 576 + 196 = 1684 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{12}{3} \cdot (576 + 196 + \sqrt{576 \cdot 196}) = 4432 \text{ cm}^3$$

Ejercicios resueltos de áreas y volúmenes II

10

Calcula el área lateral, total y el volumen de un cono cuya generatriz mide 13 cm y el radio de la base es de 5 cm.



$$A_l = \pi \cdot 13 \cdot 5 = 204.20 \text{ cm}^2$$

$$A_r = \pi \cdot 13 \cdot 5 + \pi \cdot 5^2 = 282.74 \text{ cm}^2$$

$$13^2 = h^2 + 5^2$$

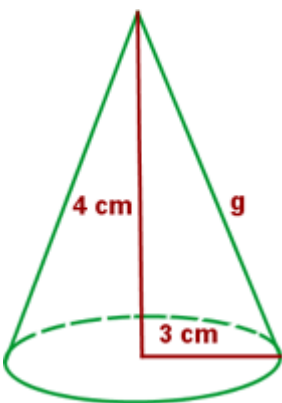
$$h = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ cm}$$

$$V = \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot 12}{3} = 314.159 \text{ cm}^3$$

Ejercicios resueltos de áreas y volúmenes II

11

Calcula el área lateral, total y el volumen de un cono cuya altura mide 4 cm y el radio de la base es de 3 cm.



$$g^2 = 4^2 + 3^2$$

$$g = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ cm}$$

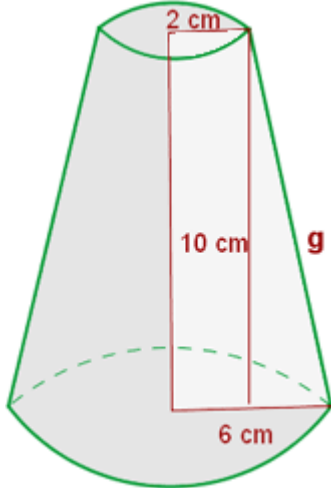
$$A_l = \pi \cdot 3 \cdot 5 = 204.20 \text{ cm}^2$$

$$A_r = \pi \cdot 3 \cdot 5 + \pi \cdot 3^2 = 28.26 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 4}{3} = 37.70 \text{ cm}^3$$

Ejercicios resueltos de áreas y volúmenes II
12

Calcular el área lateral, el área total y el volumen de un tronco de cono de radios 6 y 2 cm, y de altura 10 cm.



$$g^2 = 10^2 + (6 - 2)^2$$

$$g = \sqrt{10^2 + (6 - 2)^2} = 10.77 \text{ cm}$$

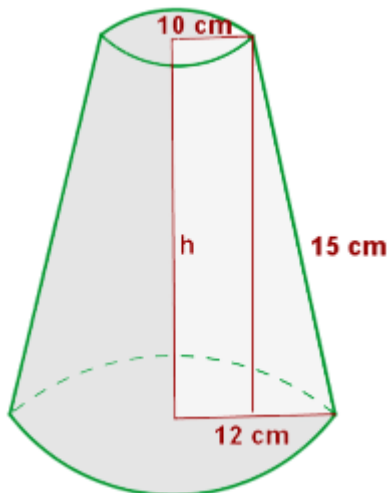
$$A_L = \pi \cdot (6 + 2) \cdot 10.77 = 270.69 \text{ cm}^2$$

$$A_T = 270.69 + \pi \cdot 6^2 + \pi \cdot 2^2 = 396.35 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot 10 \cdot (6^2 + 2^2 + \sqrt{6^2 \cdot 2^2}) = 544.54 \text{ cm}^3$$

Ejercicios resueltos de áreas y volúmenes II
13

Calcular el área lateral, el área total y el volumen del tronco de cono de radios 12 y 10 cm, y de generatriz 15 cm.



$$A_L = \pi \cdot (12 + 10) \cdot 15 = 1036.73 \text{ cm}^2$$

$$A_T = 1036.72 + \pi \cdot 12^2 + \pi \cdot 10^2 = 1803.27 \text{ cm}^2$$

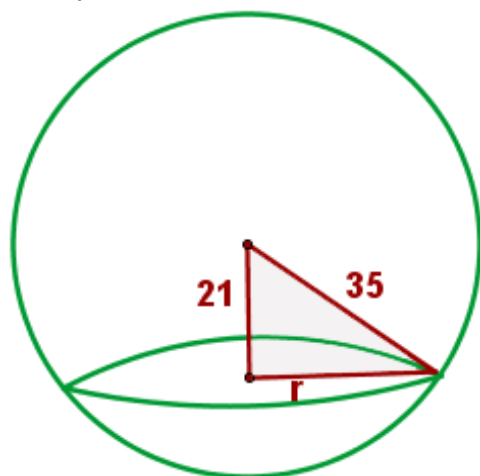
$$15^2 = h^2 + (12 - 10)^2$$

$$h = \sqrt{15^2 - 2^2} = 14.866 \text{ cm}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot 14.866 \cdot (12^2 + 10^2 + \sqrt{12^2 \cdot 10^2}) = 5666.65 \text{ cm}^3$$

Ejercicios resueltos de áreas y volúmenes II
14

Calcular el área del círculo resultante de cortar una esfera de 35 cm de radio mediante un plano cuya distancia al centro de la esfera es de 21 cm.

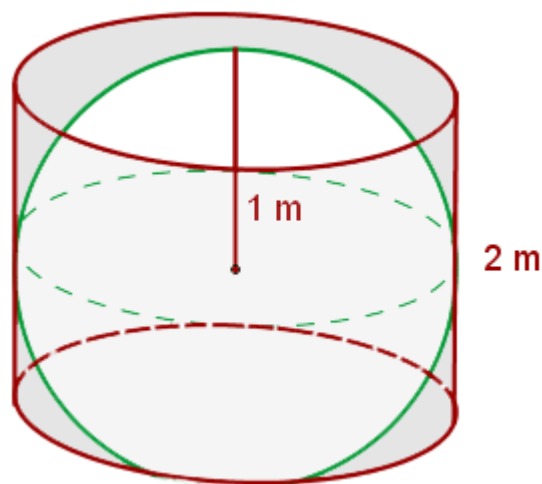


$$35^2 = 21^2 + r^2$$

$$A = \pi \cdot 28^2 = 2\,461.76 \text{ cm}^2$$

Ejercicios resueltos de áreas y volúmenes II
15

Calcular el área y el volumen de una esfera inscrita en un cilindro de 2 m de altura.



$$A = 4 \cdot \pi \cdot 1^2 = 12.57 \text{ m}^2$$

$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot 1^3 = 4.19 \text{ m}^3$$

Ejercicios resueltos de áreas y volúmenes II
16

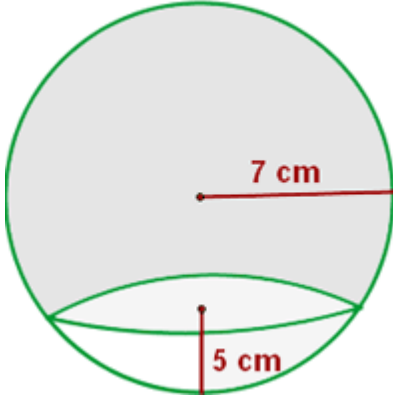
Calcular el volumen de una semiesfera de 10 cm de radio.

$$V = \frac{2}{3} \pi \cdot 10^3 = 209.44 \text{ cm}^3$$

Ejercicios resueltos de áreas y volúmenes II

17

Calcula el área y el volumen del siguiente casquete esférico.



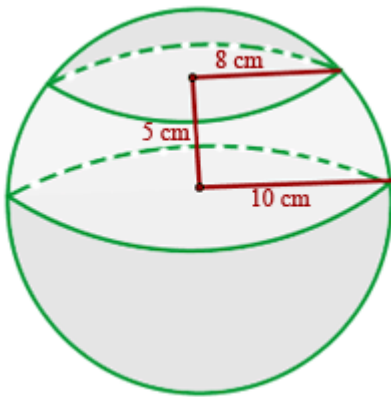
$$A = 2 \cdot \pi \cdot 7 \cdot 5 = 219.91 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot 5^2 \cdot (3 \cdot 7 - 5) = 418.88 \text{ cm}^3$$

Ejercicios resueltos de áreas y volúmenes II

18

Calcular el área y el volumen de una zona esférica cuyas circunferencias tienen de radio 10 y 8 cm, y la distancia entre ellas es de 5 cm.



$$A = 2 \cdot \pi \cdot 10 \cdot 5 = 314.16 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{6} \pi \cdot 5 \cdot (5^2 + 3 \cdot 10^2 + 3 \cdot 8^2) = 1353.50 \text{ cm}^3$$

Pensar es el trabajo más difícil que existe. Quizá sea esta la razón por la que haya tan pocas personas que lo practiquen

HENRY FORD