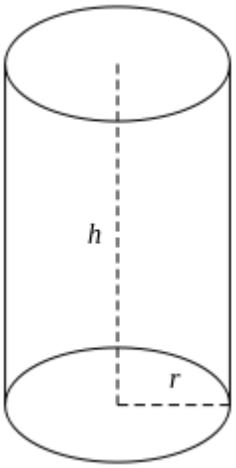
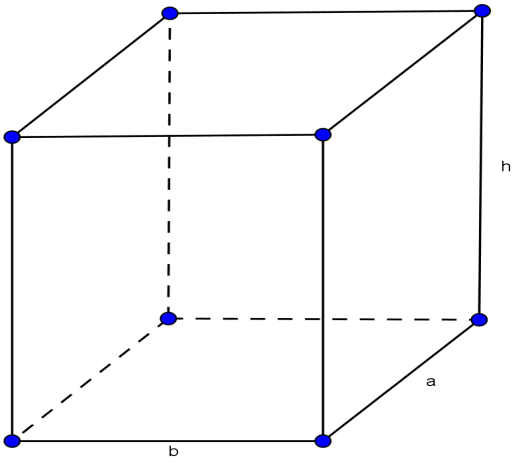
Câu 1. [2H2-4] Một nhà sản xuất sữa có hai phương án làm hộp sữa. Hộp sữa có dạng khối hộp chữ nhật hoặc hộp sữa có dạng khối trụ. Nhà sản xuất muốn chi phí bao bì càng thấp càng tốt(tức diện tích toàn phần của hộp nhỏ nhất), nhưng vẫn phải chứa được một thể tích xác định là V cho trước. Khi đó diện tích toàn phần của hộp sữa bé nhất trong hai phương án là

A. $\sqrt[3]{2\pi V^2}$. **B.** $6\sqrt[3]{V^2}$. **C.** $3\sqrt[3]{6V^2}$. **D.** $3\sqrt[3]{2\pi V^2}$

Lời giải.

Chọn D.





Trường hợp 1: Hộp sữa hình trụ.

Thể tích không đổi $V=\pi r^2 h \Rightarrow h=\dfrac{V}{\pi r^2}$, $S_{tp}=2\pi r^2+2\pi rh=2\pi r^2+\dfrac{2V}{r}$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho bộ ba số dương $2\pi r^2, \dfrac{V}{r}, \dfrac{V}{r}$.

Ta có $S_{tp}=2\pi r^2+\dfrac{V}{r}+\dfrac{V}{r}\geq 3\sqrt[3]{2\pi r^2.\dfrac{V}{r}.\dfrac{V}{r}}=3\sqrt[3]{2\pi V^2}, \quad (*)$.

Trường hợp 2: Hộp sữa hình hộp chữ nhật.

Thể tích không đổi

$V=abh\Rightarrow h=\dfrac{V}{ab}$, $S_{tp}=2ab+2(a+b)h=2ab+2a.\dfrac{V}{ab}+2b\dfrac{V}{ab}=2\left(ab+\dfrac{V}{a}+\dfrac{V}{b}\right)$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho bộ ba số dương $ab;\dfrac{V}{a};\dfrac{V}{b}$.

Ta có $S_{tp}\geq 2.3.\sqrt[3]{ab.\dfrac{V}{a}.\dfrac{V}{b}}=6\sqrt[3]{V^2}, \quad (**)$.

So sánh hai kết quả ta thấy $(*)$ nhỏ hơn.

Vậy diện tích toàn phần của hộp sữa bé nhất là: $S_{tp}=3\sqrt[3]{2\pi V^2}$.

Câu 2. [2H2-3] Một cốc nước có dạng hình trụ chiều cao là 15 cm, đường kính đáy là 6 cm, lượng nước ban đầu trong cốc cao 10 cm. Thả vào cốc nước 5 viên bi hình cầu có cùng đường kính là

2 cm. Hỏi sau khi thả 5 viên bi, mực nước trong cốc cách miệng bao nhiêu cm? (Kết quả làm trong sau dấu phảy 2 chữ số).

A. $4,81$ cm. **B.** $4,25$ cm. **C.** $4,26$ cm. **D.** $3,52$ cm.

Lời giải.

Chọn C.

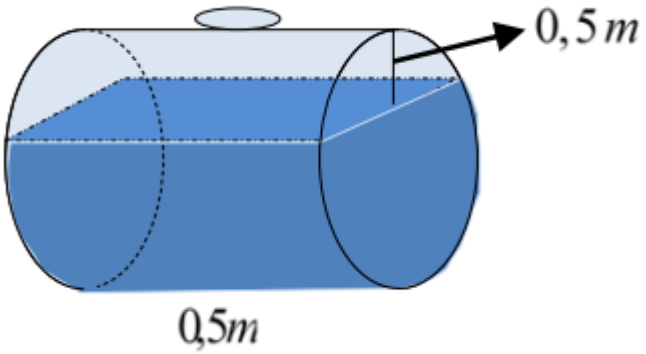
$r=3;$ Thể tích cốc nước là: $V_{cn}=\pi r^2 h=\pi.15.3^2=135\pi$.

Thể tích sau khi thả 5 viên bi: $V_1=\pi.10.3^2+5\dfrac{4}{3}\pi.1^3=\dfrac{290\pi}{3}$.

Gọi h_1 là khoảng cách từ mực nước tỏng cốc đến miệng cốc.

$\pi.3^2.h_1=\dfrac{115\pi}{3}\Rightarrow h_1=\dfrac{115}{27}\approx 4,26cm$.

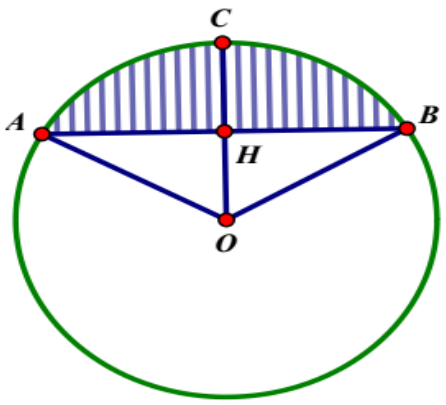
Câu 3. [2H2-3] Một bồn hình trụ đang chứa dầu, được đặt nằm ngang, có chiều dài bồn là 5 m, có bán kính đáy là 1 m, với nắp bồn đặt trên mặt nằm ngang của mặt trụ. Người ta đã rút dầu trong bồn tương ứng với $0,5$ m của đường kính đáy. Tính thể tích gần đúng của khối dầu còn lại trong bồn (theo đơn vị m^3).



A. $12,637\ m^3$. **B.** $11,923\ m^3$. **C.** $11,781\ m^3$. **D.** $8,307\ m^3$.

Lời giải.

Chọn A.



Nhận xét $OH = CH = 0,5 = \dfrac{R}{2} = \dfrac{OB}{2} \Rightarrow \Delta OHB$ là tam giác nửa đều

$\Rightarrow \widehat{HOB} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{AOB} = 120^\circ$.

Suy ra diện tích hình quạt OAB là $S = \dfrac{1}{3}\pi.R^2 = \dfrac{1}{3}\pi$.

Mặt khác $S_{\Delta AOB} = 2S_{\Delta HOB} = S_{\Delta BOC} = \dfrac{OB^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$ (ΔBOC đều).

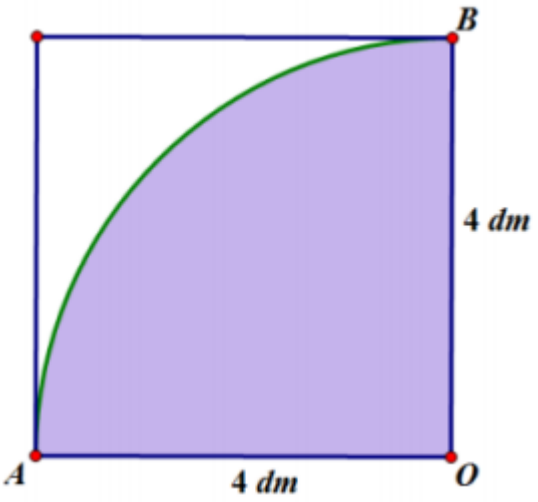
Vậy diện tích hình viên phân cung AB là $\dfrac{1}{3}\pi - \dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Suy ra thể tích dầu được rút ra là: $V_1 = 5.\left(\dfrac{1}{3}\pi - \dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)$.

Thể tích ban đầu: $V = 5.\pi.1^2 = 5\pi.$

Vậy thể tích còn lại là: $V_2 = V - V_1 = 12,637m^3$.

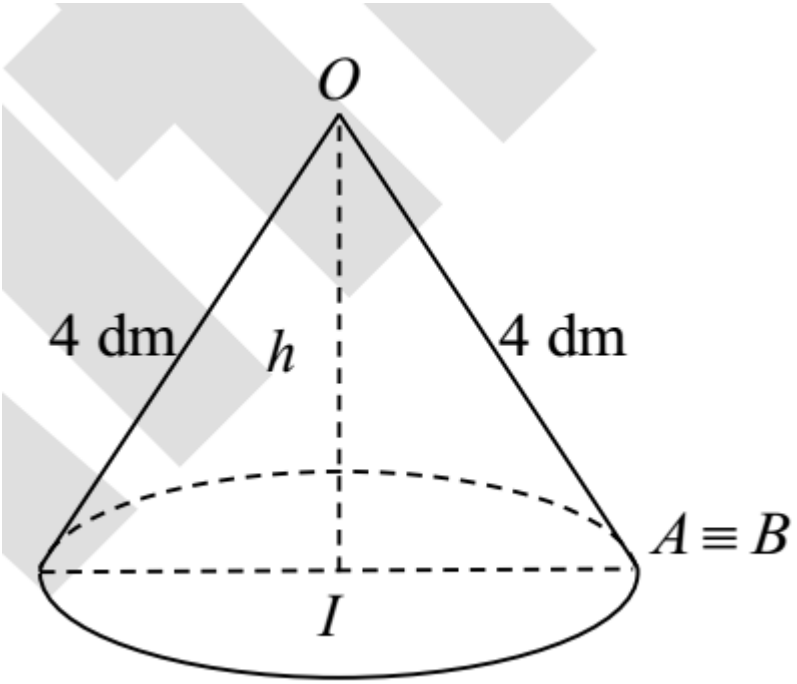
Câu 4. [2H2-3] Từ miếng tôn hình vuông cạnh bằng $4dm$, người ta cắt ra hình quạt tâm O bán kính $OA = 4dm$ (xem hình) để cuộn lại thành một chiếc phễu hình nón (khi đó OA trùng với OB). Chiều cao của chiếc phễu có số đo gần đúng (làm tròn đến 3 chữ số thập phân) là



A. $3,872\ dm$. **B.** $3,874\ dm$. **C.** $3,871\ dm$. **D.** $3,873\ dm$.

Lời giải.

Chọn D.



Ta có cung AB có độ dài bằng $\frac{\pi}{2}.4=2\pi$.

Dựa vào đề bài ta thấy có thể tạo thành hình nón đỉnh O, đường sinh OA.

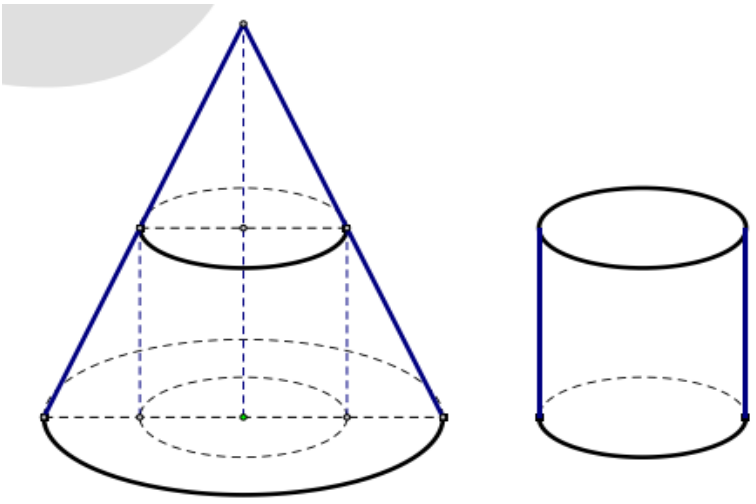
Để cuộn lại thành một chiếc phễu hình nón (khi đó OA trùng với OB) thì chi vidduowfng tròn đáy bằng độ dài cung AB bằng 2π. Khi đó bán kính đáy là $C=2\pi R=2\pi \Rightarrow R=1$.

Xét tam giác OIA vuông tại I có $OA=4\ dm$, $IA=R=1\ dm$.

$h=OI$ trong đó $OI^2=OA^2-IA^2=4^2-1^2=15\Rightarrow OI=\sqrt{15}\approx 3,873\ dm$.

Vậy $h=3,873\ dm$.

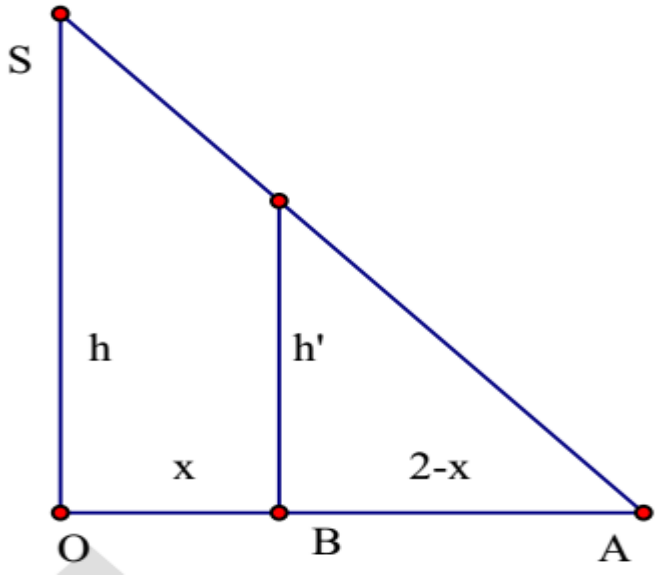
Câu 5. [2H2-3] Một khúc gỗ có dạng hình khối nón có bán kính đáy bằng $r=2m$, chiều cao $h=6m$. Bác thợ mộc chế tác khúc gỗ đó có dạng hình khối trụ như hình vẽ. Gọi V là thể tích lớn nhất của khúc gỗ hình trị sau khi chế tác. Tính V.



A. $V=\frac{32\pi}{9}\left(m^3\right)$. **B.** $V=\frac{32\pi}{3}\left(m^3\right)$. **C.** $V=\frac{32}{3}\left(m^3\right)$. **D.** $V=\frac{32\pi}{9}\left(m^2\right)$.

Lời giải.

Chọn A.



Giả sử khối trụ có bán kính đáy và đường cao lần lượt là r, h'.

$(0 < x < 2; 0 < h' < 6)$.

Ta có: $\frac{h'}{6} = \frac{2-x}{2} \Leftrightarrow h' = 6 - 3x$.

Thể tích khối trụ: $V = \pi x^2 . h' = \pi x^2 (6 - 3x) = 6\pi x^2 - 3\pi x^3$.

$$\Rightarrow V'(x) = 12\pi x - 9\pi x^2 \Rightarrow V'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \frac{4}{3} \end{array}\right.$$

Khi đó ta có thể suy ra được với $x = \frac{4}{3}$ thì V đạt giá trị lớn nhất bằng $V = \frac{32\pi}{9}(m^3)$.

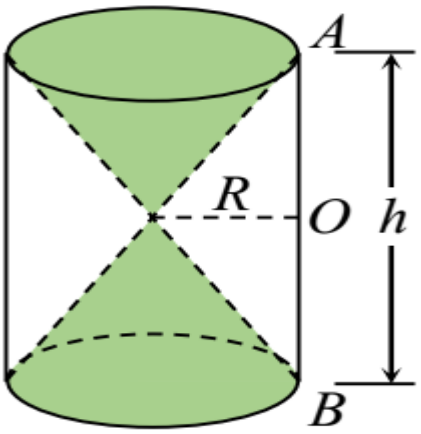
Câu 6. [2H2-3] Hình bên cho ta hình ảnh của một đồng hồ cát với các kích thước kèm theo $OA = OB$.

Khi đó tỉ số tổng thể tích của hai hình nón (V_n) và thể tích hình trụ (V_1) bằng

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Chọn D.



Thể tích của mỗi khối nón là $V_1 = \frac{1}{3}\frac{h}{2}\pi R^2 = \frac{\pi R^2 h}{6}$.

Tổng thể tích của hai khối nón là $V_n = 2.\frac{\pi R^2 h}{6} = \frac{\pi R^2 h}{3}$

Thể tích của khối trụ là $V = \pi R^2 h$.

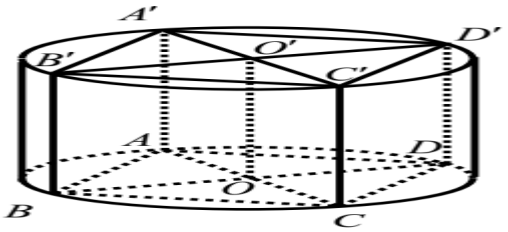
Vậy $\frac{V_n}{V} = \frac{1}{3}$.

Câu 7. [2H2-3] Cần xẻ một khúc gỗ hình trục so đường kính $d = 40\ cm$ và chiều dài $h = 3\ cm$ thành một cái xà hình chữ nhật có cùng chiều dài. Lượng gỗ bỏ đi tối thiểu xấp xỉ là:

A. $1,4\ m^3$. **B.** $0,014\ m^3$. **C.** $0,14\ m^3$. **D.** $0,4\ m^3$.

Lời giải.

Chọn C.



Lượng gỗ bỏ đi tối thiểu $\Leftrightarrow$ thể tích xà lớn nhất.

$\Leftrightarrow$ diện tích đáy của cái xà lớn nhất.

$\Leftrightarrow$ đáy là hình vuông nội tiếp đường tròn đáy.

Hình vuông này có đường chéo bằng đường kính đường tròn đáy.

$V_{tru} = \pi R^2 h = \pi\left(\frac{0,4}{2}\right)^2.3;\ S_{hh} = \frac{1}{2}(0,4)^2.$

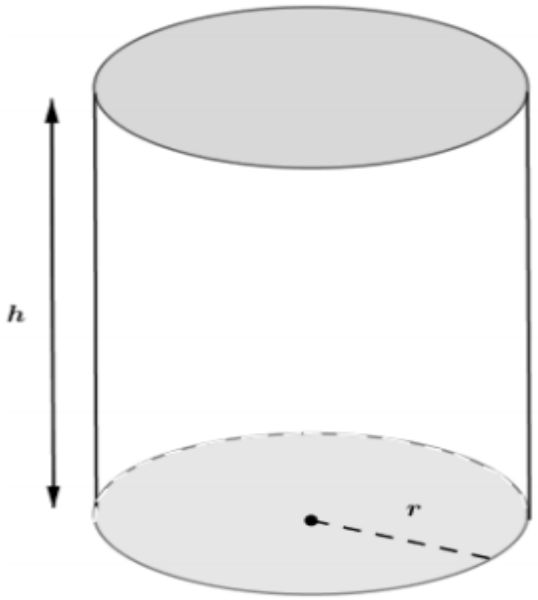
$V_{hh} = S_{hh}.h = \frac{1}{2}(0,4)^2.3; V_{go\ bo\ di} = V_{tru} - V_{hh} \approx 0,14\ m^3$

Câu 8. [2H2-3] Người ta thiết kế một thùng chứa hình trụ (như hình vẽ) có thể tích V nhất định. Biết rằng giá của vật liệu làm mặt đáy và nắp của thùng bằng nhau và đắt gấp 3 lần so với giá vật liệu để làm mặt xung quanh của thùng

A. $\frac{h}{r}=2$. **B.** $\frac{h}{r}=3\sqrt{2}$. **C.** $\frac{h}{r}=\sqrt{2}$. **D.** $\frac{h}{r}=6$.

Lời giải.

Chọn D.



Không mất tính tổng quát, giả sử thể tích của hình trụ là $V=1$ và giá cho mỗi đơn vị diện tích bằng 1.

Theo bài ta có $h=\frac{1}{\pi r^2}\Rightarrow\frac{h}{r}=\frac{1}{\pi r^3}$.

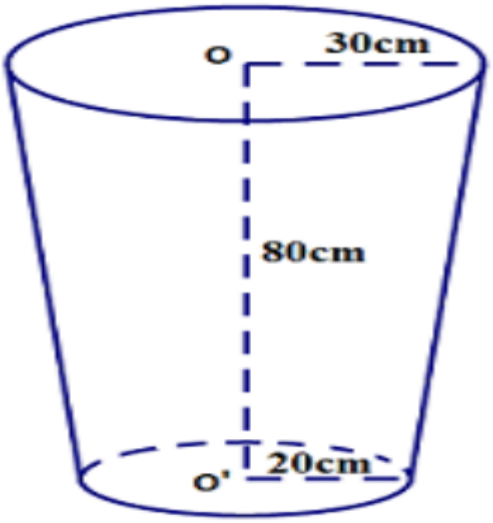
Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_1=2\pi r.h=2\pi r.\frac{1}{\pi r^2}=\frac{2}{r}$.

Diện tích mặt đáy là $S_2=\pi r^2$.

Suy ra giá vật liệu để làm hình trụ là $f=\frac{2}{r}.1+3.1.2\pi r^2=\frac{1}{r}+\frac{1}{r}+6\pi r^2\geq 3\sqrt[3]{12\pi}$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\frac{1}{r}=6\pi r^2\Leftrightarrow r^3=\frac{1}{6\pi}\Rightarrow\frac{h}{r}=\frac{1}{\pi r^3}=\frac{1}{\pi.\frac{1}{6\pi}}=6$.

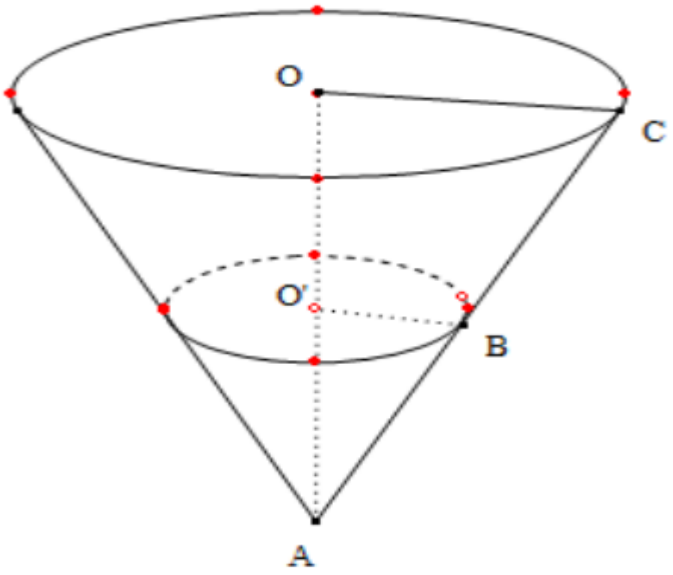
Câu 9. [2H2-3] Học sinh A sử dụng 1 xô đựng nước có hình dạng và kích thước giống như hình vẽ, trong đó đáy xô là hình tròn có bán kính $20\ cm$, miệng xô là đường tròn bán kính $30\ cm$, chiều cao xô là $80\ cm$. Mỗi tháng A dùng hết 10 xô nước. Hỏi A phải trả bao nhiêu tiền nước mỗi tháng, biết giá nước là 20000 đồng $/1\ m^3$ (số tiền được làm tròn đến đơn vị đồng)?



A. 35279 đồng. **B.** 38905 đồng. **C.** 42116 đồng. **D.** 31835 đồng.

Lời giải.

Chọn D.



Ta xét hình nón đỉnh A, đường cao $h > 80\ cm$, đát là đường tròn tâm O, bán kính bằng $30\ cm$. Mặt phẳng (α) cách mặt đáy $80\ cm$ cắt hình nón theo giao tuyến là đường tròn tâm O' có bán kính bằng $20\ cm$. Mặt phẳng (α) chia hình nón thành 2 phần. Phần I là phần chứa đỉnh A, phần II là phần không chứa đỉnh A (như hình vẽ).

Ta có $\dfrac{OB'}{OC} = \dfrac{AO'}{AO} \Leftrightarrow \dfrac{AO'}{AO' + \mathrm{OO'}} = \dfrac{2}{3} \Leftrightarrow AO' = 160\ cm$.

Thể tích hình nón $V = \dfrac{1}{3} AO.\pi.30^2 = 72000\pi\ cm^3$.

Thể tích phần I là $V_1 = \dfrac{1}{3}.AO'.\pi.20^2 = \dfrac{64000}{3}\pi\ cm^3$.

Vậy thể tích cái xô là thể tích phần II là: $V_2 = V - V_1 = \dfrac{152000}{3}\pi\ cm^3 = \dfrac{19}{375}\pi\ (m^3)$.

Vậy số tiền phải trả là $T = \dfrac{19\pi}{375}.10.20000 \approx 31835$ đồng.

Câu 10. [2H2-4] Một công ty dự kiến chi 1 tỉ đồng để sản xuất các thùng đựng sơn hình trụ có dung tích 5 lít. Biết rằng chi phí để làm mặt xung quanh của thùng đó là 100.000 đ $/m^2$, chi phí để làm mặt đáy là 120.000 đ $/m^2$. Hãy tính số thùng sơn tối đa mà công ty đó sản xuất được. (giả sử chi phí cho các mối nối là không đáng kể).

A. 57582 thùng. **B.** 58135 thùng. **C.** 18209 thùng. **D.** 12525 thùng.

Lời giải.

Chọn B.

Gọi chiều cao hình trụ là $h\ (h>0)\ (m)$.

Bán kính đáy hình trụ là $x\ (x>0)\ (m)$.

Thể tích khối trụ là: $V = \pi x^2 h = \dfrac{5}{1000} \Rightarrow h = \dfrac{5}{1000\pi x^2}\ (m)$.

Diện tích xung quanh là: $S_{xq} = 2\pi xh = \dfrac{1}{100x}$.

Diện tích hai đáy là: $S_d = 2\pi x^2$.

Số tiền cần làm một thùng sơn là: $f(x) = \dfrac{1000}{x} + 240000\pi x^2\ \ (x>0)$.

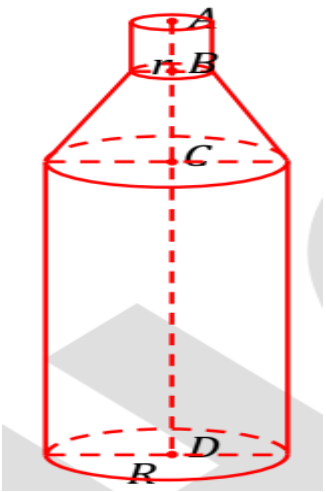
Ta có: $f'(x) = -\dfrac{1000}{x^2} + 480000\pi x \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{\sqrt[3]{480\pi}}$.

Bảng biến thiên:

x	0		$\dfrac{1}{\sqrt[3]{480\pi}}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y		↘	$\approx 17201,05$	↗	$+\infty$

Vậy với số tiền 1 tỷ đồng thì công ty có thể sản xuất tối đa là: $\dfrac{10^9}{17201.05} \approx 58135$ thùng.

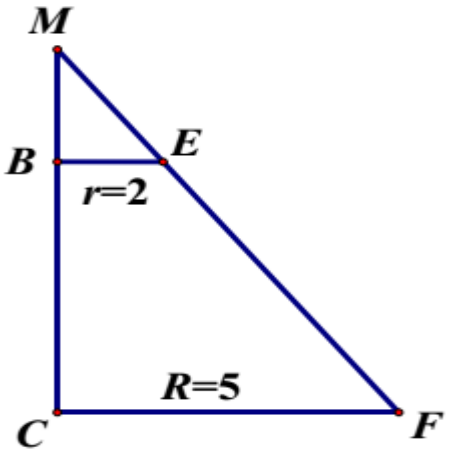
Câu 11. [2H2-3] Phần không gian bên trong của chai nước ngọt có dạng như hình bên. Biết bán kính đáy bằng $R = 5\ cm$, bán kính cổ $r = 2\ cm, AB = 3\ cm$, $BC = 6\ cm$, $CD = 16\ cm$. Thể tích phần không gian bên trong của chai nước ngọt đó bằng:



A. $495\pi\left(cm^3\right)$. **B.** $462\pi\left(cm^3\right)$. **C.** $490\pi\left(cm^3\right)$. **D.** $412\pi\left(cm^3\right)$.

Lời giải.

Chọn C.



Thể tích khối trụ có đường cao CD: $V_1=\pi R^2.CD=400\pi\left(cm^3\right)$.

Thể tích khối trụ có đường cao AB: $V_2=\pi r^2.AB=12\pi\left(cm^3\right)$.

Ta có $\dfrac{MC}{MB}=\dfrac{CF}{BE}=\dfrac{5}{2}\Rightarrow MB=4$.

Thể tích phần giới hạn giữa BC: $V_3=\dfrac{\pi}{3}\left(R^2MC-r^2MB\right)=78\pi\ \left(cm^3\right)$.

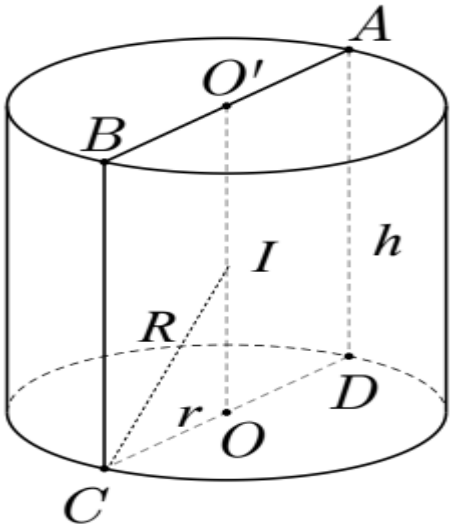
Thể tích không gian bên trong là: $V=V_1+V_2+V_3=490\pi\ \left(cm^3\right)$.

Câu 12. [2H2-3] Cho hình trị có chiều cao bằng 4 nội tiếp trong hình cầu bán kính bằng 3. Tính thể tích khối trụ này

A. 40π. **B.** 20π. **C.** $\dfrac{20}{3}\pi$. **D.** 36π.

Lời giải.

Chọn B.



Gọi $R,\ r$ lần lượt là bán kính của hình cầu và bán kính đường tròn đáy của hình trụ. Gọi h là chiều cao của hình trụ.

Theo bài ta có $r=\sqrt{R^2-\left(\frac{h}{2}\right)^2}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$.

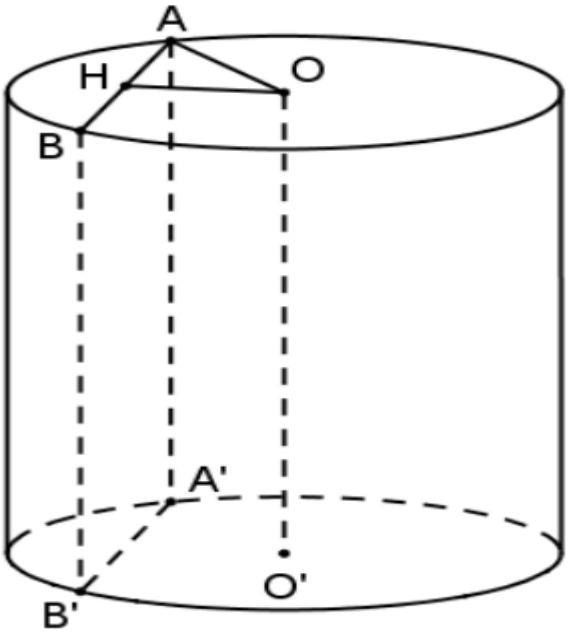
Suy ra thể tích của khối trụ là $V=\pi r^2 h=\pi.5.4=20\pi$.

Câu 13. [2H2-3] Cho hình trị có đường cao $h=5\ cm$, bán kính đáy $r=3\ cm$. Xét mặt phẳng (P) song song với trục của hình trụ, cách trụ $2\ cm$. Tính diện tích S của thiết diện của hình trụ với mặt phẳng (P).

A. $S=5\sqrt{5}\ cm^2$. **B.** $S=6\sqrt{5}\ cm^2$. **C.** $S=3\sqrt{5}\ cm^2$. **D.** $S=10\sqrt{5}\ cm^2$.

Lời giải.

Chọn D.



Giả sử mặt phẳng (P) cắt hình trụ theo thiết diện là hình chữ nhật $ABB'A'$ như hình vẽ.

Gọi $OH \perp AB$ tại H, khi đó $OH = 2\ cm$.

Trong đó ΔOHA có $HA = \sqrt{OA^2 - OH^2} = \sqrt{5}$.

Khi đó $AB = 2HA = 2\sqrt{5}$.

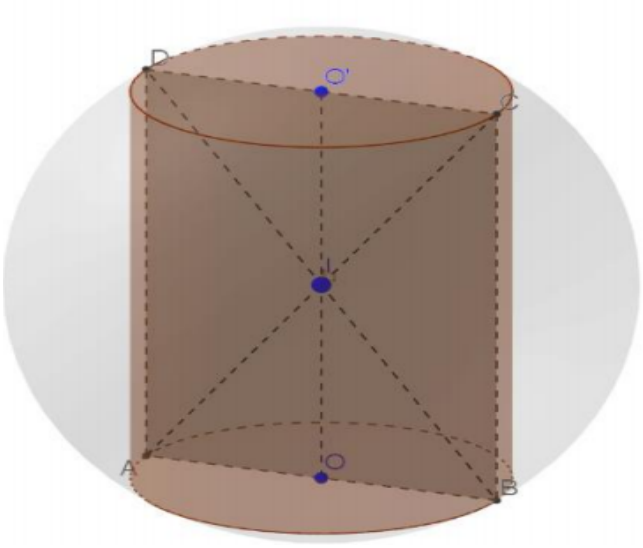
Diện tích của thiết diện tạo bởi hình trụ với mặt phẳng (P) là: $S_{ABB'A'} = AB.AA' = 2\sqrt{5}.5 = 10\sqrt{5}\ (cm^2)$.

Câu 14. [2H2-3] Cho mặt cầu (S) bán kính R. Một hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy r thay đổi nội tiếp mặt cầu. Tính chiều cao h theo bán kính R sao cho diện tích xung quanh hình trụ là lớn nhất.

A. $h = R\sqrt{2}$. **B.** $h = R$. **C.** $h = \dfrac{R}{2}$. **D.** $h = \dfrac{R\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $OO' = h;\ IA = R,\ AO = r \Rightarrow r^2 = R^2 - \dfrac{h^2}{4}$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S = 2\pi rh = \pi h\sqrt{4R^2 - h^2} \le \pi\dfrac{h^2 + 4R^2 - h^2}{2}$.

(Áp dụng BĐT $ab \le \dfrac{a^2 + b^2}{2}$).

Vậy $S_{\max} = 2\pi R^2 \Leftrightarrow h^2 = 4R^2 - h^2 \Leftrightarrow h = R\sqrt{2}$.

Câu 15. [2H2-3] Cho một hình trụ (T) có chiều cao và bán kinh đều bằng 3. Một hình vuông $ABCD$ có hai cạnh $AB,\ CD$ lần lượt là hai dây cung của hai đường tròn đáy. Cạnh $AD,\ BC$ không phải là đường sinh của hình trụ (T). Tính cạnh của hình vuông này?

A. 3. **B.** $3\sqrt{5}$. **C.** 6. **D.** $\dfrac{3\sqrt{10}}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi cạnh hình vuông là a.

Gọi A_1 là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng chứa DC, khi đó $AA_1 \perp CD$.

Lại có $CD \perp AD$ nên suy ra $CD \perp (AA_1D) \Rightarrow CD \perp A_1D$.

Vậy A_1C là đường kính.

Xét tam giác AA_1D vuông tại A_1 có: $a^2 = 9 + A_1D^2 \Rightarrow A_1D^2 = a^2 - 9$.

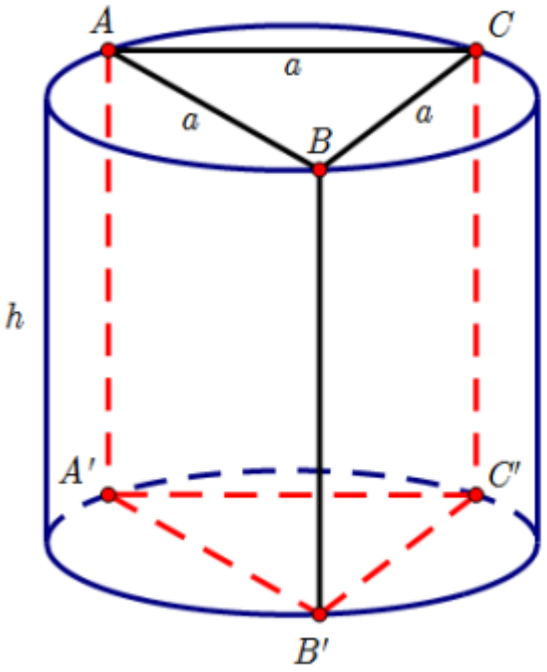
Xét tam giác A_1DC vuông tại D có: $36 = A_1D^2 + a^2 = a^2 - 9 + a^2 \Rightarrow a = \dfrac{3\sqrt{10}}{2}$.

Câu 16. [2H2-3] Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

A. $V = \dfrac{\pi a^2 h}{9}$. **B.** $V = \dfrac{\pi a^2 h}{3}$. **C.** $V = 3\pi a^2 h$. **D.** $V = \pi a^2 h$.

Lời giải.

Chọn B.

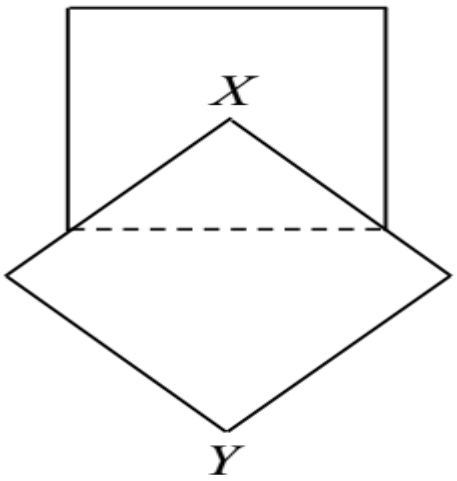


Khối trụ ngoại tiếp tam giác đều có hình tròn đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác đáy của lăng trụ và chiều cao bằng chiều cao lăng trụ.

Tam giác đều cạnh a có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng $\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$.

Vậy thể tích của khối trụ cần tìm là $V = hS = h\pi\left(\frac{\sqrt{3}a}{3}\right)^2 = \frac{\pi a^2 h}{3}$.

Câu 17. [2H2-3] Cho hai hình vuông có cùng cạnh bằng 5 được xếp chồng lên nhau sao cho đỉnh X của một hình vuông là tâm của hình vuông còn lại. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên xung quanh trục XY.



A. $V = \frac{125\left(1+\sqrt{2}\right)\pi}{6}$.

B. $V = \frac{125\left(5+2\sqrt{2}\right)\pi}{12}$.

C. $V = \frac{125\left(5+4\sqrt{2}\right)\pi}{24}$.

D. $V = \frac{125\left(2+\sqrt{2}\right)\pi}{4}$.

Lời giải.

Chọn C.

Cách 1

Khối tròn xoay gồm 3 phần:

Phần 1: Khối trụ có chiều cao bằng 5, bán kính đáy bằng $\frac{5}{2}$ có thể tích

$V_1 = \pi\left(\frac{5}{2}\right)^2 5 = \frac{125\pi}{4}$.

Phần 2: Khối nón có chiều cao và bán kính đáy bằng $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ có thể tích $V_2 = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{125\pi\sqrt{2}}{12}$.

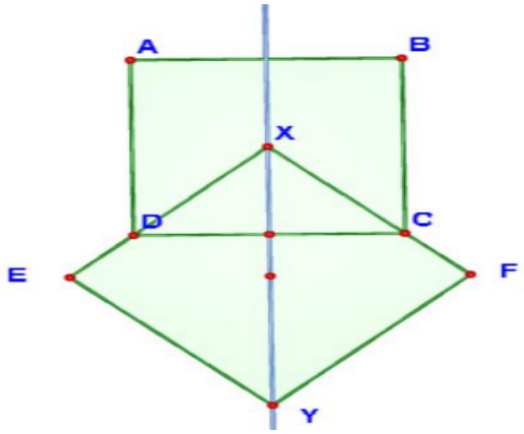
Khối 3: Khối nón cụt có thể tích là:

$V_3 = \frac{1}{3}\pi\frac{5\left(\sqrt{2}-1\right)}{2}\left(\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 + \frac{5\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{5}{2}\right) = \frac{125\left(2\sqrt{2}-1\right)\pi}{24}$.

Vậy thể tích khối tròn xoay là:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{125\pi}{4} + \frac{125\pi\sqrt{2}}{12} + \frac{125\left(2\sqrt{2}-1\right)\pi}{24} = \frac{125\left(5+4\sqrt{2}\right)\pi}{24}.$$

Cách 2.



Thể tích của khối trụ được tạo thành từ hình vuông $ABCD$ là

$$V_T = \pi R^2 h = \frac{125\pi}{4}$$

Thể tích khối tòn xoay được tạo thành từ hình vuông $XEYF$ là

$$V_{2N} = \frac{2}{3}\pi R^2 h = \frac{125\pi\sqrt{2}}{6}$$

Thể tích khối tròn xoay được tạo thành từ tam giác XDC là

$$V_{N'} = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{125\pi}{24}$$

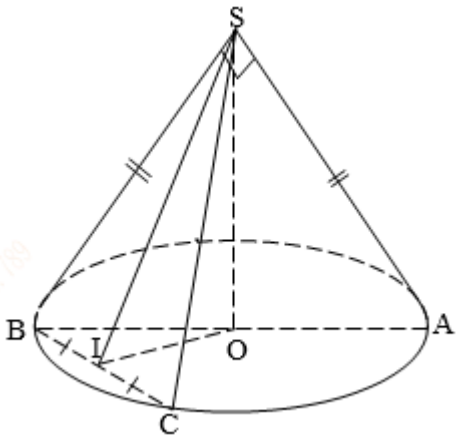
Thể tích cần tìm là $V = V_T + V_{2N} - V_{N'} = \frac{125\pi\left(5+4\sqrt{2}\right)}{24}$.

Câu 18. [2H2-3] Cắt hình nón đỉnh S bởi mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Gọi BC là dây cung của đường tròn đáy hình nón sao cho mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy một góc $60°$. Tính diện tích tam giác SBC.

A. $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $S = \frac{a^2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $S = \frac{a^2}{3}$. **D.** $S = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Chọn B.



ΔSAB vuông cân tại S, $AB = a\sqrt{2}$, $SA = SB = a$ $\Rightarrow OB = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} = SO$.

Gọi I là trung điểm BC, ΔSBC cân tại S $\Rightarrow SI \perp BC$.

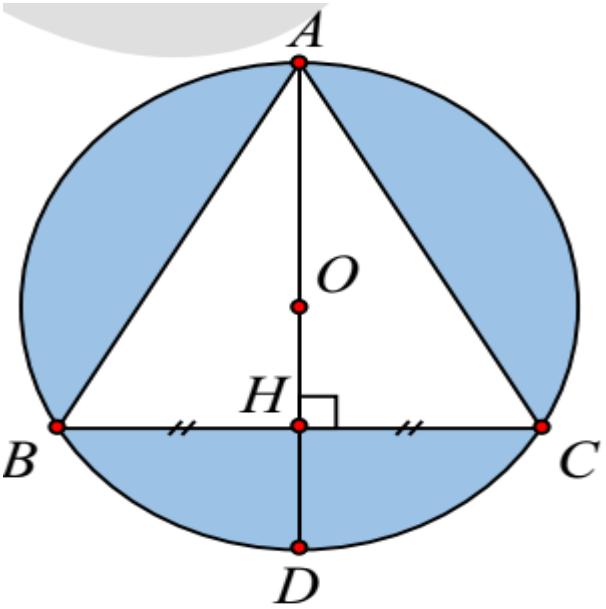
Góc tạo bởi (SBC) và đáy chính là $\widehat{SIO} = 60°$

$\sin \widehat{AOB} = \dfrac{SO}{SI} = \sin 60° \Rightarrow SI = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

$BC = 2BI = 2\sqrt{SB^2 - SI^2} = \dfrac{2\sqrt{3}a}{3}$

$\Rightarrow S_{\Delta SBC} = \dfrac{1}{2} SI.BC = \dfrac{a^2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 19. [2H2-3] Cho tam giác ABC đều cạnh a và nội tiếp trong đường tròn tâm O, AD là đường kính của đường tròn tâm O. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi cho phần tô đậm (hình vẽ bên) quay quanh đường thẳng AD bằng



A. $\dfrac{23\pi a^3\sqrt{3}}{126}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\dfrac{20\pi a^3\sqrt{3}}{217}$. **D.** $\dfrac{4\pi a^3\sqrt{3}}{27}$.

Lời giải.

Chọn A.

Khi quay tam giác ABC quanh trục AD được khối nón có thể tích là:

$$V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi HC^2.AH=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{24}$$

$$V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi AO^3=\frac{4}{3}\pi\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^3=\frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{27}.$$

Thể tích khối tròn xoay cần tìm: $V-N=\frac{23\sqrt{3}\pi a^3}{216}$.

Câu 20. [2H2-3] Xét một hộp bóng bàn có dạng hình chữ nhật. Biết rằng hộp chứa vừa khsit ba quả bóng bàn được xếp theo chiều dọc, các quả bóng bàn có kích thước như nhau. Phần không gian còn trống trong hộp chiếm

A. $65,09\%$. **B.** $47,64\%$. **C.** $82,55\%$. **D.** $83,3\%$.

Lời giải.

Chọn B.

Gọi đường kính quả bóng bàn là d. Khi đó kích thước của hình hộp chữ nhật là $d, d, 3d$.

Thể tích của hình hộp chữ nhật là $V_1=d.d.3d=3d^3$.

Thể tích của ba quả bóng bàn là $V_2=3.\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4\pi d^3}{8}=\frac{\pi d^3}{2}$.

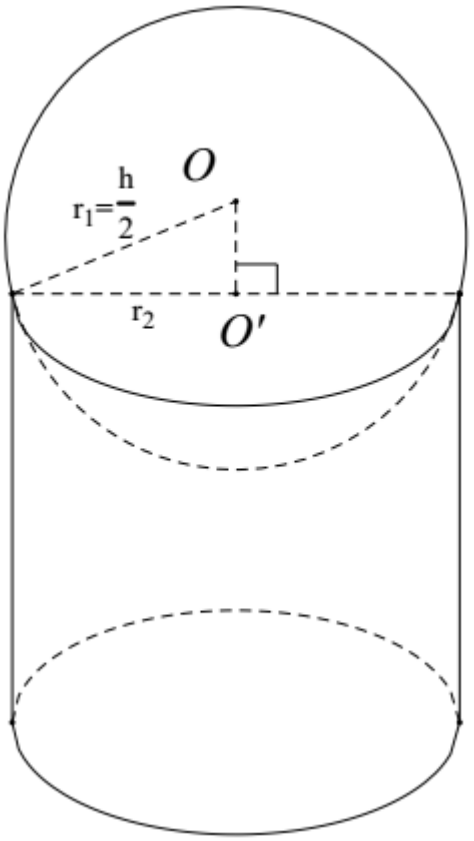
Phần không gian còn trống trong hộp chiếm: $\frac{V_2-V_1}{V_1}=\frac{3d^3-\frac{\pi d^3}{2}}{3d^3}=\frac{3-\frac{\pi}{2}}{3}=47,64\%$.

Câu 21. [2H2-3] Một quả bóng bàn và một chiếc chén hình trụ có cùng chiều cao. Người ta đặt quả bóng lên chiếc chén thấy phần ngoài của quả bóng có chiều cao bằng $\frac{3}{4}$ chiều cao của nó. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của quả bóng và chiếc chén, khi đó:

A. $9V_1=8V_2$. **B.** $3V_1=2V_2$. **C.** $16V_1=9V_2$. **D.** $27V_1=8V_2$.

Lời giải.

Chọn A.



Gọi r_1 là bán kính quả bóng, r_2 là bán kính chiếc chén, h là chiều cao chiếc chén.

Theo giả thiết ta có $h = 2r_1 \Rightarrow r_1 = \dfrac{h}{2}$ và $OO' = \dfrac{r_1}{2} = \dfrac{h}{4}$.

Ta có $r_2^{\,2} = \left(\dfrac{h}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{h}{4}\right)^2 = \dfrac{3h^2}{16}$.

Thể tích của quả bóng là $V_1 = \dfrac{4}{3}\pi r_1^3 = \dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{h}{2}\right)^3 = \dfrac{\pi h^3}{6}$.

Thể tích của chén nước là $V_2 = Bh = \pi r_2^{\,2} h = \dfrac{3}{16}\pi h^3 \Rightarrow \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{8}{9}$.

Câu 22. [2H2-3] Người ta bỏ 5 quả bóng bàn cùng kích thước vào một chiếc hộp hình trụ có đáy là hình tròn có bán kính bằng bán kính của quả bóng bàn và chiều cao bằng 5 lần đường kính của quả bón bàn. Gọi S_1 là tổng diện tích của 5 quả bóng bàn, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ là:

A. 2. **B.** $\dfrac{6}{5}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi bán kính của quả bóng bàn là $R\,(R>0)$.

Ta có chiều cao h của hình trụ bằng 5 lần đường kính của quả bóng bàn. $h = 5.2R = 10R$.

Khi đó: $S_1 = 5.4\pi R^2 = 20\pi R^2$.

$S_2 = 2\pi Rh = 2\pi R10R = 20\pi R^2$.

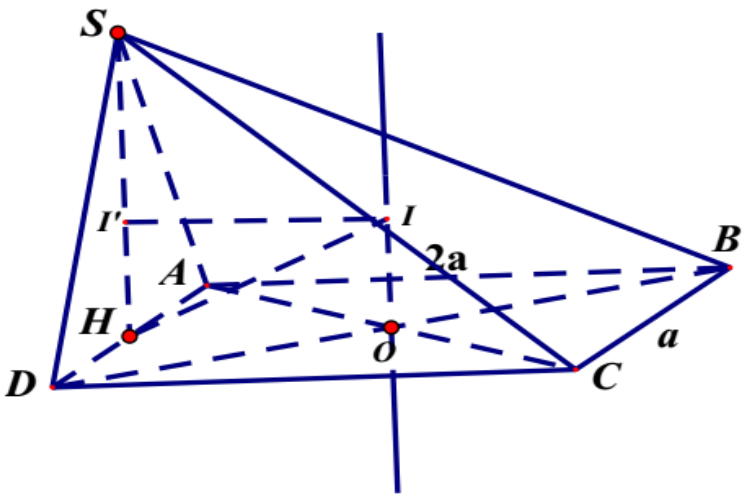
Vậy $\dfrac{S_1}{S_2} = 1$.

Câu 23. [2H2-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $BC = a$, hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là trung điểm H của AD, $SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

A. $\dfrac{16\pi a^2}{3}$. **B.** $\dfrac{16\pi a^2}{9}$. **C.** $\dfrac{4\pi a^2}{3}$. **D.** $\dfrac{2\pi a^2}{3}$.

Lời giải.

Chọn A.



Gọi I' là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔSAD.

O là tâm đường tròn ngoại tiếp $ABCD$.

I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

Ta có $SD = SA = \sqrt{SH^2 + AH^2} = a \Rightarrow \Delta SAD$ đều.

$\Rightarrow I'A = \dfrac{2}{3}\dfrac{\sqrt{3}}{2}a = \dfrac{\sqrt{3}}{3}a$.

$\Rightarrow R = IA = \sqrt{I'A^2 + I'I^2} = \sqrt{I'A^2 + HO^2} = \dfrac{2a}{\sqrt{3}}$

Vậy $S = 4\pi R^2 = \dfrac{16\pi a^2}{3}$.

Câu 24. [2H2-3] Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=2a$, $BC=3a$. Gọi M, N là các điểm trên cá cạnh AD, BC sao cho $MA=2MD$, $NB=2NC$. Khi quay quanh AB, các đường gấp khúc $AMNB$, $ADCB$ sinh ra các hình trụ có diện tích toàn phần lần lượt là S_1, S_2. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

A. $\frac{S_1}{S_2}=\frac{12}{21}$. **B.** $\frac{S_1}{S_2}=\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{S_1}{S_2}=\frac{4}{9}$. **D.** $\frac{S_1}{S_2}=\frac{8}{15}$.

Lời giải.

Chọn D.

Hình trụ có diện tích toàn phần S_1, đường sinh $MN=2a$ và bán kính đường tròn đáy là $AM=2a$.

Diện tích toàn phần $S_1=2\pi.AM.MN+2\pi AM^2=16\pi a^2$.

Hình trụ có diện tích toàn phần S_2 đường sinh $DC=2a$ và bán kính đường tròn đáy là $AD=3a$.

Diện tích toàn phần $S_2=2\pi AD.DC+2\pi AD^2=30\pi a^2$.

Vậy $\frac{S_1}{S_2}=\frac{16\pi a^2}{30\pi a^2}=\frac{8}{15}$.