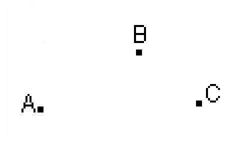
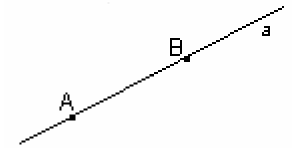
ТЕМА: Аксиомы стереометрии. Параллельность прямой и плоскости

Основные фигуры в пространстве: точки, прямые и плоскости.





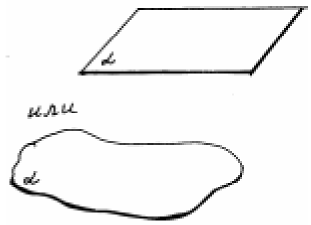
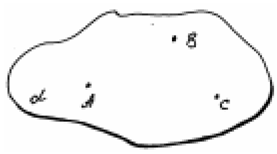


рис. 1 рис. 2 рис. 3

Основные свойства точек, прямых и плоскостей, касающиеся их взаимного расположения, выражены в аксиомах.

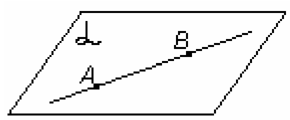
А1. Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.



$A \in \alpha$
$B \in \alpha$ (точки A, B, C лежат в плоскости α)
$C \in \alpha$

рис. 4

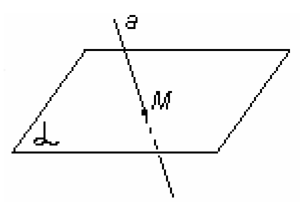
А2. Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости



$AB \subset \alpha$
Прямая АВ лежит в плоскости α

рис. 5

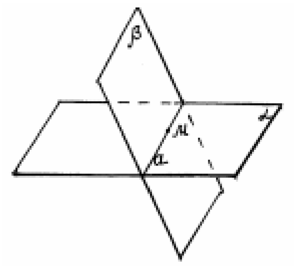
Замечание. Если прямая и плоскость имеют только одну общую точку, то говорят, что они пересекаются.



$a \cap \alpha = M$
Прямая а и плоскость α пересекаются в точке М.

рис. 6

А3. Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.



$\alpha \cap \beta = a$
α и β пересекаются по прямой а.

рис. 7

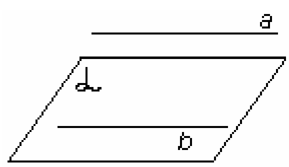
Следствие 1. Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость, и притом только одна.

Следствие 2. Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна.

Определение. Прямая и плоскость называются параллельными, если они не имеют общих точек ($a \parallel \alpha$)

Признак параллельности прямой и плоскости.

Теорема. Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна самой плоскости.



$$\left.\begin{array}{l} a \parallel b \\ b \subset \alpha \\ a \not\subset \alpha \end{array}\right| \Rightarrow a \parallel \alpha$$

рис. 21

Замечания.

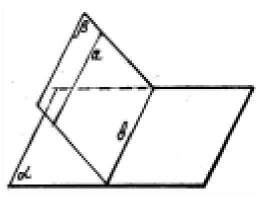


рис. 22

1. Если плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то линия пересечения плоскостей параллельна данной прямой.

2. Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, а другая прямая имеет с плоскостью общую точку, то эта прямая лежит в данной плоскости.

Выводы.

Случаи взаимного расположения прямой и плоскости:

а) прямая лежит в плоскости;
б) прямая и плоскость имеют только одну общую точку;
в) прямая и плоскость не имеют ни одной общей точки.

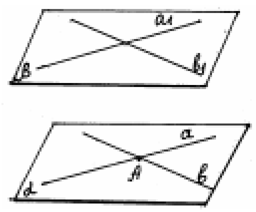


рис. 23

Определение. Две плоскости называются параллельными, если они не имеют общих точек.

Параллельность плоскостей α и β обозначается так: $\alpha \parallel \beta$. Рассмотрим признак параллельности двух плоскостей.

Теорема. Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.

Случаи взаимного расположения плоскостей:

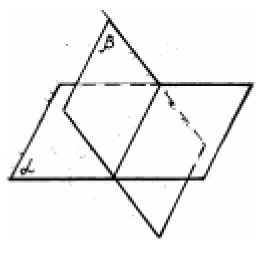


рис. 24

плоскости α и β пересекаются.

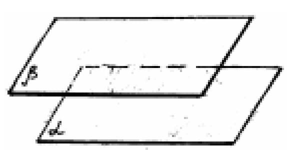


рис. 25

плоскости α и β параллельны.

Свойства параллельных плоскостей:

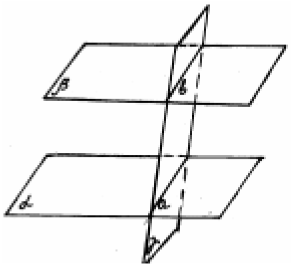


рис. 26

1. Если две параллельные плоскости пересечены третьей, то линии их пересечения параллельны.

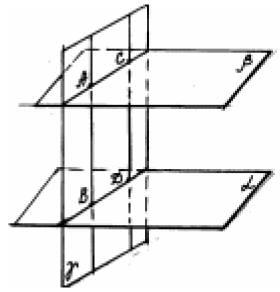


рис. 26а

2. Отрезки параллельных прямых, заключённые между параллельными плоскостями, равны.