

Question préalable :

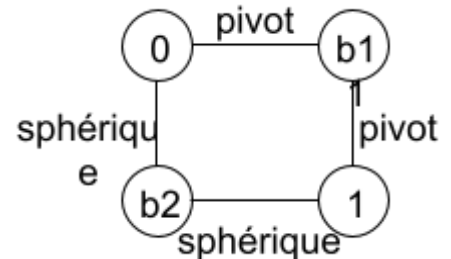
F1	La structure mécanique	F4	Les capteurs d'élongation
F2	La centrale hydraulique	F5	Les servodistributeurs
F3	Le vérin de compensation de hauteur	F6	Le calculateur central

1. Analyse de la conception du simulateur

1.1. $m_c = m_u + m_i = 1 + 1 = 2$ $m_u = 1$ (rotation de b_1 par rapport à 0)
 $m_i = 1$ (rotation de b_2 sur lui même)

1.2. $h_s = m_c + 6 \cdot \gamma - I_c$
 $= 2 + 6 - 8$
 $h_s = 0$

le système est isostatique.

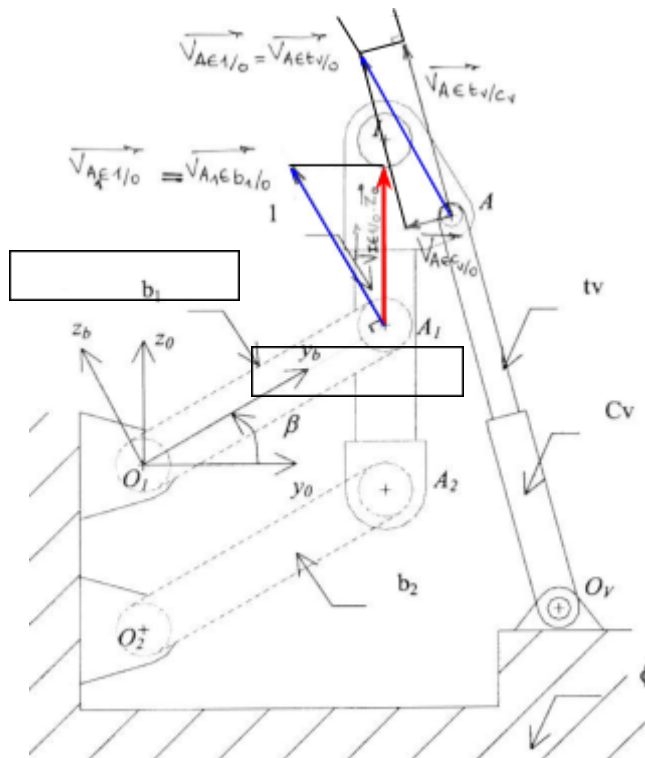


1.3. Si L_{1-b2} devient une pivot d'axe $(A_2, \vec{x}_0)$ alors la mobilité interne de b_2 n'est plus possible.
Donc : $m_c = 1 + 0 = 1$ et $I_c = 1 + 1 + 1 + 3 = 6$
 $h_s = 1 + 6 - 6 = 1$
le système devient hyperstatique de degré 1, sa rigidité augmente et il devient plus délicat à assembler.

2. Validation du modèle cinématique relatif au positionnement en hauteur

2.1. Le bras 1 a un mouvement de translation circulaire par rapport au bâti 0 donc : $\vec{\Omega}_{1/0} = 0$
 $\vec{V}_{A,1/0} = \vec{V}_{A2,1/0} = \vec{V}_{A2,b2/0}$ car L_{1-b2} liaison sphérique de centre A_2 .
 $= \vec{V}_{O2,b2/0} + \vec{A_2O_2} \wedge \vec{\Omega}_{b2/0}$ car L_{0-b2} liaison sphérique de centre O_2 .
 $\vec{V}_{A,1/0} = \beta \cdot \vec{x}_0 \wedge \vec{y}_b = 1 \cdot \beta \cdot \vec{z}_b$
d'où son module : $\|\vec{V}_{A,1/0}\| = 1 \cdot \beta$
Or $\vec{z}_b = \cos \beta \cdot \vec{z}_0 - \sin \beta \cdot \vec{y}_0$
donc : $\vec{V}_{A,1/0} = 1 \cdot \beta \cdot (\cos \beta \cdot \vec{z}_0 - \sin \beta \cdot \vec{y}_0)$

2.2. $\vec{V}_{A,tv/Cv}$ est connue (norme : 1m/s, direction : $\vec{O_vA}$ car translation de tv/Cv , sens : sortie de tv).
D'après la composition des mouvements : $\vec{V}_{A,tv/Cv} = \vec{V}_{A,tv/0} + \vec{V}_{A,Cv/0}$
Or : $\vec{V}_{A,Cv/0}$ a pour support (O_v, A) car L_{0-Cv} pivot d'axe $(O_v, \vec{x}_0)$.
 $\vec{V}_{A,tv/0} = \vec{V}_{A,1/0}$
car L_{1-tv} liaison sphérique de centre A , donc $\vec{V}_{A,tv/0}$ a pour support $(A, \vec{z}_b)$.
On construit le triangle des vitesses d'après la relation [1] et on en déduit : $\|\vec{V}_{A,1/0}\| = \frac{3,1 \text{ cm}}{3 \text{ cm/m.s}^{-1}} = 1,03 \text{ m/s}$



D'après 2.1. on a : $\|\vec{V}_{A,1/0}\| = l\dot{\beta}$ avec $l = 1,22\text{m}$ donc :
 $\dot{\beta} = \frac{1,03}{1,22} = 0,847 \text{ rad/s} \approx 0,851 \text{ rad/s}$ (cf. graphe 1)

2.3. Le bras 1 positionne verticalement la cabine par une liaison en I avec le croisillon 2. La vitesse verticale de la cabine est donc :

$$\vec{V}_{I,1/0 \cdot Z_0} = \vec{V}_{A,1/0 \cdot Z_0} = l\dot{\beta} \vec{z}_b \cdot \vec{z}_0 = l\dot{\beta} \cos \beta$$

$$\vec{V}_{I,1/0 \cdot Z_0} = 0,89 \text{ m/s}$$

Résultat graphique :

$$\vec{V}_{I,1/0 \cdot Z_0} = 2,7 \text{ cm} \Rightarrow \vec{V}_{I,1/0 \cdot Z_0} = 0,9 \text{ m/s}$$

3. Spécifications cinématiques du servovérin de hauteur de la nacelle

3.1. $\vec{\Omega}_{21} = \dot{\theta} \vec{x}_1$ et $\vec{\Omega}_{32} = \dot{\psi} \vec{y}_2$

3.2. $\vec{V}_{G,3/0} = \vec{V}_{I,3/0} + \vec{GI} \wedge \vec{\Omega}_{3/0}$ avec $\vec{V}_{I,3/0} = \vec{V}_{I,3/2} + \vec{V}_{I,2/1} + \vec{V}_{I,1/0} =$
 $l\dot{\beta}(\cos \beta \vec{z}_0 - \sin \beta \vec{y}_0)$

En effet : $\begin{cases} \vec{\omega}_{I,3/2} = 0 & \text{car } L_{2-3} \text{ liaison pivot d'axe } (I, \vec{y}_2), \\ \vec{V}_{I,2/1} = 0 & \text{car } L_{1-2} \text{ liaison pivot d'axe } (I, \vec{x}_1), \end{cases}$

$\vec{V}_{I,1/0} = \vec{V}_{A,1/0}$ car translation circulaire de 1/0 et

$\vec{V}_{A,1/0}$ calculée au 2.1.

De plus :

$$\vec{\Omega}_{30} = \vec{\Omega}_{32} + \vec{\Omega}_{21} + \vec{\Omega}_{10} = \dot{\psi} \vec{y}_2 + \dot{\theta} \vec{x}_1 = \dot{\psi} \vec{y}_3 \quad \text{car } \theta=0, \forall t.$$

Donc : $\vec{V}_{G,3/0} = l\dot{\beta}(\cos \beta \vec{z}_0 - \sin \beta \vec{y}_0) + \dot{\psi} \vec{y}_3 \wedge (Y \vec{y}_3 + Z \vec{z}_3)$

$$\vec{V}_{G,3/0} = l\dot{\beta}(\cos \beta \vec{z}_0 - \sin \beta \vec{y}_0) + \dot{\psi} Z \vec{x}_3$$

$$\vec{y}_0 = \vec{y}_3$$

or

et $\vec{z}_0 = \vec{z}_1 = \cos \psi \vec{z}_3 - \sin \psi \vec{x}_3$

D'où :

$$\vec{V}_{G,3/0} =$$

$$(Z \dot{\psi} - l\dot{\beta} \cos \beta \sin \psi) \vec{x}_3 - l\dot{\beta} \sin \beta \vec{y}_3 + l\dot{\beta} \cos \beta \cos \psi \vec{z}_3$$

[2]

3.3.
$$\vec{a}_{G,3/0} = \frac{d\vec{V}_{G,3/0}}{dt} \Big|_{R_0} = \frac{d}{dt} \left(l\beta (\cos\beta \vec{z}_0 - \sin\beta \vec{y}_0) + \psi \cdot Z \vec{x}_3 \right)_{R_0}$$

$$\vec{a}_{G,3/0} = -l(\beta^2 \cos\beta + \beta \sin\beta) \vec{y}_0 + l(\beta^2 \cos\beta - \beta^2 \sin\beta) \vec{z}_0 + \ddot{\psi} \cdot Z \vec{x}_3 + \dot{\psi} \cdot Z \frac{d\vec{x}_3}{dt} \Big|_{R_0} \text{ or } \frac{d\vec{x}_3}{dt} \Big|_{R_0} = \vec{\Omega}_{3/0} \wedge \vec{x}_3 = \dot{\psi} \cdot \vec{y}_3 \wedge \vec{x}_3 = -\dot{\psi} \cdot \vec{z}_3$$

Donc :

$$\vec{a}_{G,3/0} = [\ddot{\psi} \cdot Z - l \sin\psi (\beta^2 \cos\beta - \beta^2 \sin\beta)] \vec{x}_3 - l(\beta^2 \cos\beta + \beta \sin\beta) \vec{y}_3 + [l \cos\psi (\beta^2 \cos\beta - \beta^2 \sin\beta) - \dot{\psi}^2 \cdot Z] \vec{z}_3 \quad [3]$$

3.4. On applique le principe fondamental de la dynamique au pilote dans son mouvement par rapport à 0 :

$$m \vec{a}_{G,3/0} = (X_{3P} \vec{x}_3 + Y_{3P} \vec{y}_3 + Z_{3P} \vec{z}_3) - m \cdot g \vec{z}_0$$

D'où on tire :

$$X_{3P} = m [\ddot{\psi} \cdot Z - l \sin\psi (\beta^2 \cos\beta - \beta^2 \sin\beta) - g \sin\psi]$$

$$Y_{3P} = -m \cdot l (\beta^2 \cos\beta + \beta \sin\beta)$$

$$Z_{3P} = m [l \cos\psi (\beta^2 \cos\beta - \beta^2 \sin\beta) - \dot{\psi}^2 \cdot Z + g \cos\psi]$$

3.5. Vérification numérique des expressions [2] et [3] avec le tableau 1 :

		Valeurs calculées aux dates :	
		t = 0,3 s	t = 0,6 s
$\vec{V}_{G,3/0}$ (m/s)	V _x	-0,897	0,006
	V _y	0	-1,516
	V _z	0	3,264
$\vec{a}_{G,3/0}$ (m/s ²)	a _x	0	0,013
	a _y	0	-14,76
	a _z	-0,804	6,589

3.6. Je ne vois pas quoi répondre.

4. Dimensionnement en puissance de la commande de hauteur

4.1.
$$F_m = \frac{2}{3} \cdot F_{\max} = 22 \text{ kN} \quad \text{donc}$$

$$F_{\max} = \frac{3}{2} \cdot 22 = 33 \text{ kN}$$

En prenant une marge de 20 % sur S pour considérer les pertes par frottement, on a :

$$P_a \left(\frac{100-20}{100} \right) S \geq F_{\max}$$

Soit :

donc :

$$S \geq \frac{33 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 210 \cdot 10^5}$$

$$S \geq 1,96 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$D = \sqrt{\frac{4 \cdot S}{\pi}}$$

$$\text{Et : } D \geq 50 \text{ mm}$$

donc :

Ce diamètre de piston correspond au vérin CKP 50/36 figurant dans le tableau 2.

4.2 Si l'actionneur est capable de satisfaire le point de fonctionnement nominal (F_n ; V_n) alors on peut écrire :

$$V_m = \pm \frac{Q_{n0}}{S} \sqrt{\frac{P_a - |F_m/S|}{P_n \cdot (1 + (\frac{s}{S})^3)}} \quad Q_{n0} = \pm S \cdot V_m \sqrt{\frac{P_n (1 + (\frac{s}{S})^3)}{P_a - |F_m/S|}} = \pm 1,96 \cdot 10^{-3} \cdot 1,3 \cdot \sqrt{\frac{70 \cdot 10^5 (1 + 0,52^3)}{210 \cdot 10^5 - (\frac{22 \cdot 10^3}{1,96 \cdot 10^{-3}})}}$$

donc $Q_{n0} = 2,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 / \text{s}$

On considère une marge de 10% sur Q_n donc $Q_n \geq 1,1 \cdot Q_{n0}$ soit $Q_n \geq 152 \text{ l/min}$.

Référence servodistributeur choisi : Moog 72-102

4.3 Vérifions si V_{r0} et F_{r0} sont satisfaits.

$$V_m = \pm \frac{Q_{n0}}{S} \sqrt{\frac{P_a}{P_n \cdot (1 + (\frac{s}{S})^3)}} = \frac{160 \cdot 10^{-3}}{60} \cdot \frac{1}{1,96 \cdot 10^{-3}} \sqrt{\frac{210}{70 \cdot (1 + 0,52^3)}} = 2,2 \text{ m/s} > 2 \text{ m/s}$$

- Vitesse à vide $\Rightarrow F_r = 0 \text{ N}$:
La vitesse à vide est satisfaite.

$$V_m = \pm \frac{Q_{n0}}{S} \sqrt{\frac{P_a - |F_{r0}/S|}{P_n \cdot (1 + (\frac{s}{S})^3)}} \Rightarrow P_a = \left| \frac{F_{r0}}{S} \right|$$

- Effort bloqué $\Rightarrow V_r = 0 \text{ m/s}$:

$$F_{r0} = P_a \cdot S = 210 \cdot 10^5 \cdot 1,96 \cdot 10^{-3} = 41000 \text{ N} > 30000 \text{ N}$$

L'effort bloqué est plus grand que celui prévu, il est donc suffisant.

5.1 On applique le PFD à la masse mobile en mouvement par rapport à un repère galiléen autour de la position d'équilibre avec les conditions initiales nulles :

$$m \ddot{z}(t) = -F(t) - r_h \dot{z}(t) - f z(t)$$

On obtient dans le domaine de Laplace : $Z(p) \cdot [r_h + fp + mp^2] = -F(p)$

$$\frac{Z(p)}{F(p)} = \frac{-1}{r_h + fp + mp^2}$$

D'où la fonction de transfert :

5.2 Il s'agit d'un système du 2nd ordre. De gain statique $-1/r_h$, de pulsation propre non amortie $\omega_0 = \sqrt{\frac{r_h}{m}} = 96,8 \text{ rad/s}$ et

$$\xi = \frac{f \cdot \omega_0}{2 \cdot r_h} = \frac{f}{2 \sqrt{m \cdot r_h}}$$

de coefficient d'amortissement

$$\text{Si } \xi = 0,5 \text{ alors } f = 2 \cdot 0,5 \cdot \sqrt{800 \cdot 7,5 \cdot 10^6} = 77479 \text{ N/ms}^{-1}$$

6. Commande proportionnelle pure

$$FTBO(p) = \frac{Z(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{k_a k_v}{p \cdot (1 + \tau_c p) \cdot \left(1 + \frac{2\xi_s}{\omega_s} p + \frac{p^2}{\omega_s^2}\right) \cdot \left(1 + \frac{2\xi_h}{\omega_h} p + \frac{p^2}{\omega_h^2}\right)}$$

6.1

Fonction de transfert d'ordre 6, de classe 1, et de gain statique $k_a k_v$.

$$FTBO'(p) = \frac{Z(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{k}{p \cdot \left(1 + \frac{2\xi_h}{\omega_h} p + \frac{p^2}{\omega_h^2}\right)}$$

6.2 Après simplifications

Attention $\xi_h = 0.05 \Rightarrow$ forte résonance.

La mesure de la marge de gain s'effectue au déphasage de -180° , soit à la pulsation $\omega_h = 94$ rad/s (voir tableau 4)

Comme l'amplitude à cette pulsation est de -19.5 dB, la marge de gain pour $k = 1 \text{ s}^{-1}$ est de 19.5 dB.

Pour obtenir une nouvelle marge de gain de 10 dB, il faut traduire la courbe de gain de 9.5 dB vers le haut, c'est à dire augmenter k de $\Delta k = 10^{9.5/20} = 2.98$.

$k' = k \cdot \Delta k = 2.98 \text{ s}^{-1}$, est le gain pour obtenir une marge de 10 dB.

Nouvelle valeur de

$$k_a = \frac{k'}{K_v} = \frac{2.98}{40} = 0.075 \text{ A/m.}$$

6.3 Le calcul des erreurs s'effectuent en boucle fermée :

$$\varepsilon_s = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{Z(p)}{1 + FTBO(p)}$$

(théorème de la valeur finale)

L'erreur statique de position se calcule pour

$$Z(p) = \frac{Z_0}{p}$$

une entrée échelon

La FTBO étant de classe 1 $\varepsilon_p = 0$.

L'erreur statique de vitesse (erreur de traînage) se calcule pour une entrée en rampe

$$Z(p) = \frac{Z_1}{p^2}$$

$$\text{Soit } \varepsilon_v = \frac{Z_1}{k} \text{ ou } \varepsilon_v \% = \frac{1}{k} = \frac{1}{3.5} = 28.5\%$$

Pour $k = 3.5 \text{ s}^{-1}$ Vérifications / aux spécifications : $\varepsilon_p < 1 \text{ mm} \Rightarrow \text{OK}$

$\varepsilon_v < 4\% \Rightarrow \text{PB}$

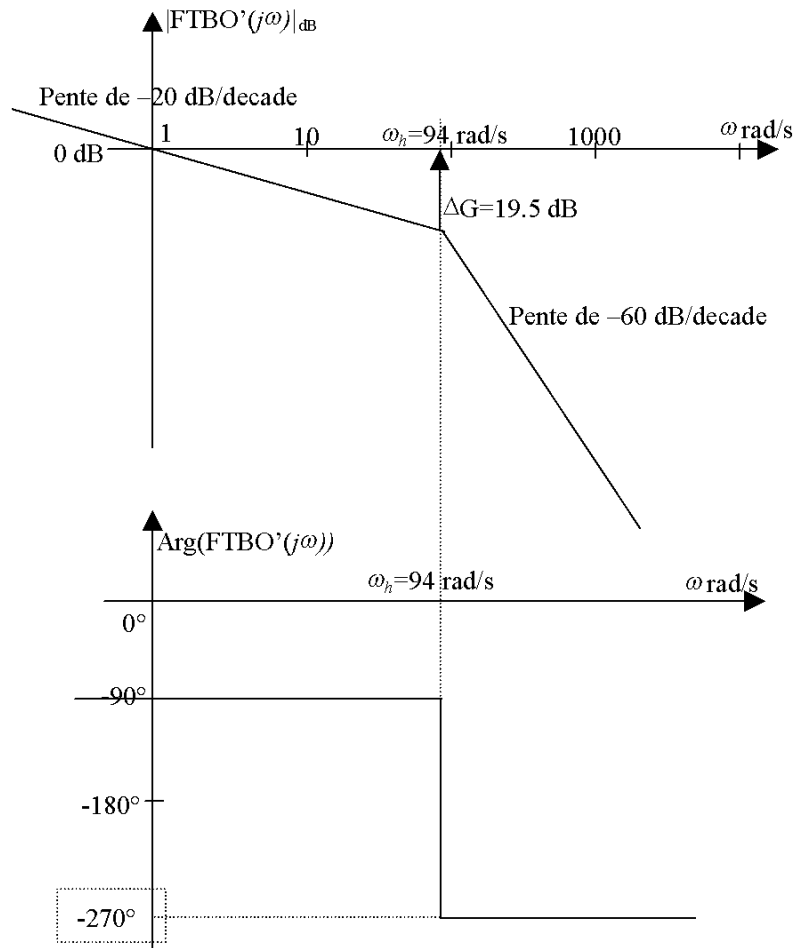
marge de gain $> 10 \text{ dB} \Rightarrow \text{PB}$ pour $k = 3.5$ la marge n'est que de 8.6 dB

6.4 On désire $\omega_s > 3$. $\omega_h = 3 \cdot 94 = 282$ rad/s soit $f_s > \frac{\omega_s}{2\pi}$ soit $f_s > 44.8 \text{ Hz}$.

Le servodistributeur étant modélisé par un second ordre, la fréquence pour un déphasage de 90° est la fréquence propre non amortie du système. Le Moog 72-102 convient donc.

6.5 Le capteur est modélisé par un premier ordre de constante de temps τ_c . Son déphasage est donc de $-\arctan(\tau_c \cdot \omega)$.

Lieu de Bode asymptotique :



A 94 rad/s on souhaite un déphasage de $-10^\circ \Rightarrow \tan 10^\circ = \tau_c \cdot 94 \Rightarrow \tau_c = 1.87 \cdot 10^{-3} \text{ s.}$

La bande passante à -3dB pour un 1^{er} ordre de constante de temps τ_c correspond à la plage de pulsation

$$\left] 0; \frac{1}{\tau_c} \right] \text{ soit }]0; 534.7 \text{ rad/s}] \text{ ou encore }]0; 85 \text{ Hz}]$$

7. Correction

$$FTBO(p) = \frac{k}{p \cdot \left(1 + \frac{p}{94} + \frac{p^2}{94^2}\right)}$$

7.1 pour $\xi_h = 0.5$ on a

7.2 pour $\omega = \omega_h$: $\arg(FTBO(j\omega)) = -180^\circ$. (voir 6.2).

$$A(\omega_h) = |FTBO(j\omega_h)| = \frac{k}{\omega_h \sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega_h}{94}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{\omega_h}{94}\right)^2}} \quad \text{donc : } A(\omega_h) = \frac{k}{\omega_h}$$

7.3

7.4 $A(94) = \frac{k}{94}$. D'après le critère du Revers, on est à la limite de stabilité si $A(94) = 1$, soit $k = 94 \text{ s}^{-1}$ car $\omega = 94 \text{ rad/s}$ est la pulsation où l'on mesure la marge de gain.

$$A(94) = \frac{1}{3} = -9.5 \text{ dB}$$

7.5 On choisit un gain $k/3 \Rightarrow$ La marge pour ce gain est donc de $9.5 \text{ dB} < 10 \text{ dB}$.

7.6 L'erreur statique de position est inchangée et est toujours nulle.

$$\varepsilon_v \% = \frac{1}{k} = \frac{1}{(94/3)} = 3.2\% < 4\%$$

L'erreur statique de vitesse vaut

Pour $k = (94/3) \text{ s}^{-1}$ Vérifications / aux spécifications : $\varepsilon < 1 \text{ mm} \Rightarrow \text{OK}$

$$\varepsilon_v < 4\% \Rightarrow \text{OK}$$

marge de gain $> 10 \text{ dB} \Rightarrow \text{PB}$ la marge n'est que de 9.5 dB

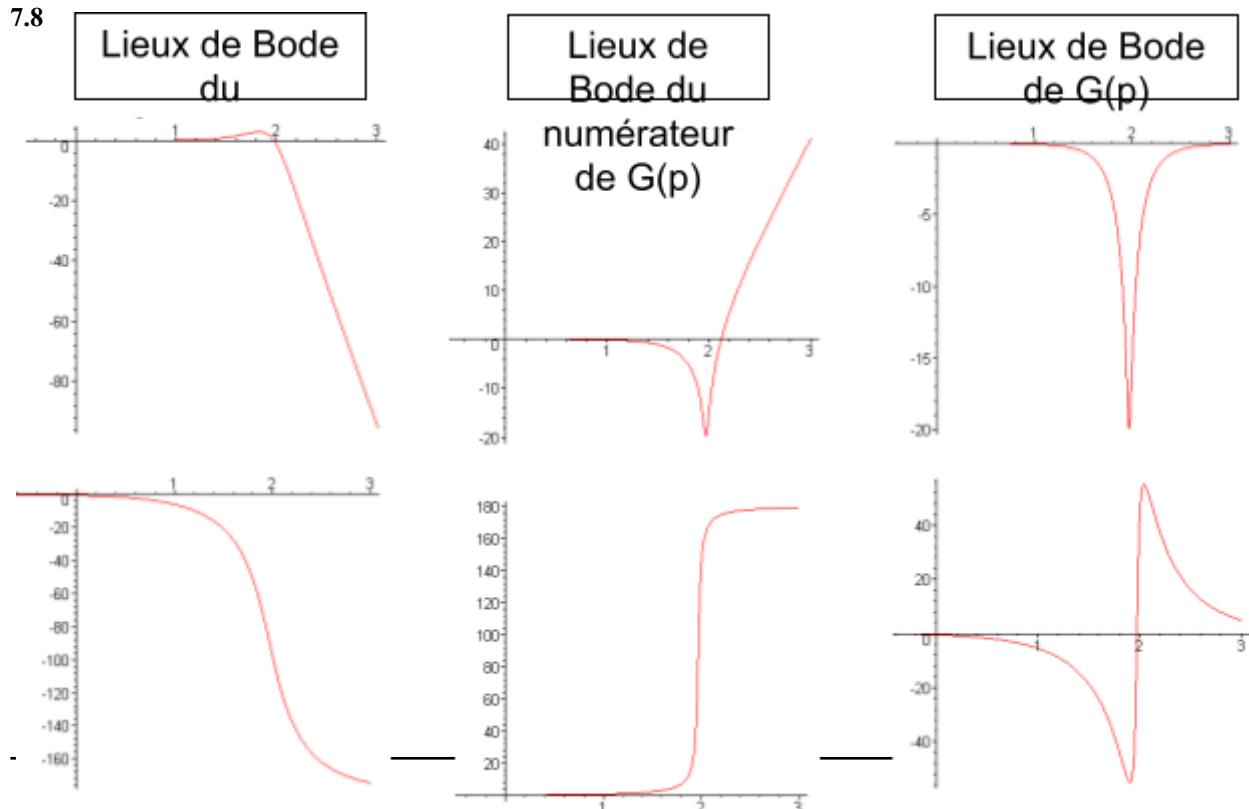
$$7.7 \quad \varepsilon(p) = -B \cdot [A \cdot \varepsilon(p) - F(p)] \Rightarrow \varepsilon(p) = \frac{B}{1 + AB} F(p)$$

$$\varepsilon_F = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{F_0}{p} \cdot \frac{B}{1 + AB} = F_0 \cdot \frac{1.2 \cdot 10^{-5}}{30}$$

erreur permanente due aux perturbations :

Pour $F_0 = 8000 \text{ N} \Rightarrow \varepsilon_F = 3.2 \text{ mm} > 1 \text{ mm}$. La spécification n'est pas respectée.

7.8



Ce filtre diminue sensiblement le gain localement : ici de 20 dB à ω_h . S'il est bien réglé la marge de gain peut être nettement augmentée, sans influencer sur le gain en basses et hautes fréquences. Par contre le déphasage de -50° qu'il ajoute localement peut être préjudiciable pour la marge de phase.

8. Spécifications dynamiques du servovérin de roulis de la nacelle

8.1 Les produits centraux d'inertie E et F sont nuls ce qui prouve que le plan (G, y_3, z_3) est plan de symétrie matérielle.

8.2 On suppose que l'action du vérin est constamment porté par $\vec{z}_1$ qui est constant. Ce qui est faux car le vérin à un léger mouvement de rotation autour de l'axe y_1 .

8.3 $\vec{\sigma}(G, 3/\phi) = I(G, 3) \cdot \vec{\Omega}(3/\phi)$ car G centre d'inertie de 3

$$= \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & -D \\ 0 & -D & C \end{bmatrix}_{G, B_3} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\psi} \\ 0 \end{bmatrix}_{B_3}$$

$$\vec{\sigma}(G, 3/\phi) = B \dot{\psi} \vec{y}_3 - D \dot{\psi} \vec{z}_3$$

$$\vec{\delta}(G, 3/\phi) = \frac{d\vec{\sigma}(G, 3/\phi)}{dt}_{/R_0} \quad \text{car G est centre d'inertie de 3.}$$

$$= B \ddot{\psi} \vec{y}_3 - D \ddot{\psi} \vec{z}_3 - D \dot{\psi} (\vec{y}_3 \wedge \vec{z}_3)$$

$$\vec{\delta}(G, 3/\phi) = -D \dot{\psi}^2 \vec{x}_3 + B \ddot{\psi} \vec{y}_3 - D \ddot{\psi} \vec{z}_3$$

8.4 On applique le Principe Fondamental de la Dynamique à la nacelle 3 en mouvement par rapport à un repère galiléen ; théorème des moments en I projetés sur $\vec{y}_3$.

$$(\vec{M}(I, 2 \rightarrow 3) + \vec{M}(I, \text{pes} \rightarrow 3) + \vec{M}(I, \text{vérin} \rightarrow 3))_{y_3} = \vec{\delta}(I, 3/\phi)_{y_3}$$

$$0 + (\vec{IG} \wedge -Mg\vec{z}_1)_{y_3} + (\vec{IC} \wedge F_c \vec{z}_1)_{y_3} = (\vec{\delta}(G, 3/\phi) + \vec{IG} \wedge M\vec{a}(G, 3/\phi))_{y_3}$$

$$MgZ \sin \psi - F_c x_c \cos \psi = B \ddot{\psi} + MZ \cdot (Z \dot{\psi} - l \sin \psi \cdot (\beta \cos \beta - \beta^2 \sin \beta))$$

Car liaison 2/3 pivot parfaite
d'axe (I.)

$$F_c = \frac{ZM \tan \psi}{x_c} \cdot (g + l(\beta \cos \beta - \beta^2 \sin \beta)) - \frac{\dot{\psi}}{x_c \cos \psi} (B + MZ) \quad \text{pour } x_c \neq 0 \text{ et } \psi \neq \pm \frac{\pi}{2}$$