

高師大附中107學年度第二學期高一第一次段考數學試題

(考試時間:80分鐘, 高一仁~和)

一、多重選擇題:每題6分, 共24分

(每題均有五個選項, 其中至少有一個選項是正確的。答錯一個選項給4分, 答錯兩個選項得2分, 錯二個以上的選項不給分)

1.等差數列 $\langle a_n \rangle$ 的前 n 項和 S_n 的最大值為 S_7 ,且 $S_6 < S_7$,又 $|a_7| < |a_8|$,則

(1) 數列 $\langle a_n \rangle$ 為遞減數列 (2) 數列 $\langle S_n \rangle$ 為遞減數列 (3) $|a_6| < |a_8|$

(4)使 $S_n > 0$ 的 n 的最大值為13 (5) 0可能為數列 $\langle a_n \rangle$ 中之一項。

2.下列敘述何者正確?(1)若數列 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列,則數列 $\langle 2^{a_n} \rangle$ 為等比數列 (2)若數

列 $\langle a_n \rangle$ 為等比數列,則數列 $\langle \log a_n^2 \rangle$ 為等比數列(3)數列 $\langle a_n \rangle$ 、 $\langle b_n \rangle$ 均為等比數列,

則數列 $\langle a_n + b_n \rangle$ 亦為等比數列 (4) 若數列 $\langle a_n \rangle$ 為公比為負之等比數列,數列 $\langle b_n \rangle$ 為

首項為30的等差數列,且已知 $a_{99} > b_{99}$, $a_{100} > b_{100}$,則 $a_{98} > b_{98}$ (5)若

$\sum_{k=1}^n a_k = n^2 + n + 1$,則數列 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列。

3.小蕊自108年1月起,每月1日均存入銀行10000元,言明以月利率0.2%按月複利計息,到109年1月1日提出,小蓁則於108年1月起,每單月(一月、三月、五月、...)1日均存入銀行20000元,亦以月利率0.2%按月複利計息,到109年1月1日提出。一整年中,兩人都存入本金120000元,提出時,小蕊得本利和 A 元,小蓁得本利和 B 元,問下列選項何者為

真? (1) $A=B$ (2) $A = 10000 \left(1 + \frac{2}{1000}\right)^{12}$ (3) $B = 20000 \left[\sum_{k=1}^6 \left(\frac{1002}{1000}\right)^{2k}\right]$ (4) $A < 120000 \left(\frac{1002}{1000}\right)^{12}$ (5) $B < 120000 \left(\frac{1002}{1000}\right)^{12}$ 。

4.某班級50位學生,段考國文、英文、數學及格的人數分別為42人、36人、30人,且英文及格的學生國文也都及格,現假設英文和數學都及格的人數有 x 人,數學及格但英文不及格的有 y 人,則下列哪些選項是正確的? (1) $x+y=30$ (2)三科中至少有一科不及格的有 $42+y-x$ 人 (3) y 的最小值為0,最大值為14 (4)三科中至少有一科不及格的學生最少有20人 (5)三科中至少有一科不及格的學生最多有34人。

二、填充題:配分表

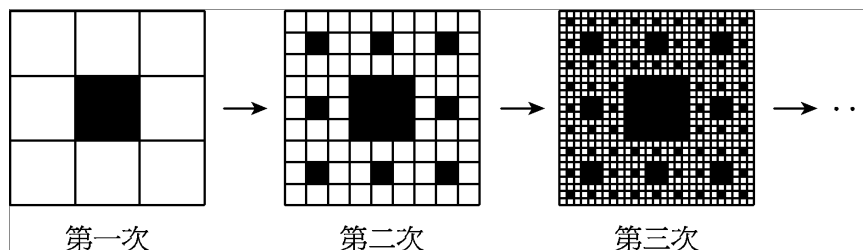
格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
分數	8	16	24	30	36	42	48	54	58	62	66	68

1.在-6.54之間插入兩整數 a, b ,使前三數成等差,後三數成等比,求 $a+b=$ (1)。

2. 設等差數列 $\langle a_n \rangle$ 與 $\langle b_n \rangle$ 滿足 $\frac{a_n}{b_n} = \frac{2n+3}{6n+4}$ ，且前 n 項和分別為 S_n 與 S'_n ，則 $\frac{S_{11}}{S'_{11}} =$ _____ (2)
(請化簡為最簡分數)。

3. 如圖，邊長為單位長的白色正方形，第一次將其平分成9塊(九宮格形)，然後挖去中間一塊，第二次再將剩餘各塊平分成9塊，然後去掉中間一塊。設挖去 n 次正方形後，

所剩下的白色面積開始小於 $\frac{2}{3}$ ，則 n 的最小值為 = _____ (3)。($\log 2 = 0.3010$ ， $\log 3 = 0.4771$)

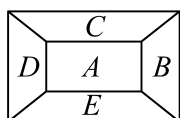


4. 數列 $\langle a_n \rangle$ 中，若 $a_1 = \frac{1}{2}$ 且 $a_n = a_{n-1} + \frac{1}{n(n+1)}$ ， $n \geq 2$ ， n 為自然數，求 $a_{20} =$ _____ (4)。

5. 試求 $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{2}{1 \times 2 + 2 \times 3} + \frac{3}{1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4} + \cdots + \frac{10}{1 \times 2 + 2 \times 3 + \cdots + 10 \times 11}$ 的和 = _____ (5)。

6. 已知兩集合 $A = \{x \mid x \in N, \sqrt{x} \in N, 1 \leq x \leq 10000\}$ ， $B = \{x \mid x = 12k, k \in N, 1 \leq x \leq 10000\}$ ，求 $A - B$ 的元素個數有 _____ (6) 個。

7. 如圖，以6種顏色塗入各區，每區限一色且相鄰不同色，同色可重複使用，則有 _____ (7) 種不同的塗法。

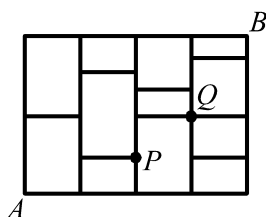


8. 由1到900之整數中，試求能被 3 整除，但不是2的倍數也不是5的倍數的數共有 _____ (8) 個。

9. 將數字1, 2, 3, ..., 1020逐一寫出，共寫了 _____ (9) 個2。

10. 數列1, 2, 3, 3, 4, 5, 4, 5, 6, 7, 5, 6, ... 可分組為(1), (2, 3), (3, 4, 5), (4, 5, 6, 7), (5, 6, ..., 9), ..., (k, k + 1, ..., 2k - 1), ... 其中第 k 組為從 k 開始的 k 個連續正整數， $k = 1, 2, \dots$ ，則此數列前108項的和為 _____ (10)。

11. 有一街道圖如圖所示，由 A 走到 B ，規定只許依「 $\rightarrow$ 」、「 $\uparrow$ 」、「 $\downarrow$ 」三種方向移動且所經路線不許重複，試求由 A 走到 B ，不經過 P 且不經過 Q 的走法有 _____ (11) 種。



12. 40周年校慶的紀念商品有：紀念T、短褲、棒球帽。其中棒球帽有紅、橘、黃、綠、灰五種

顏色,紀念T有藍、粉紅、紫三種顏色,短褲有黑、白、紅三種顏色。小寰很喜歡這些紀念商品,決定每種商品每種顏色通通各買一件回去,讓自己可以每天有不同的打扮。已知小寰每次出門必戴棒球帽、穿紀念T和短褲,而且他的穿衣哲學是:橘色的帽子不能搭配白色的褲子,而且只要一穿藍色紀念T,就一定要戴灰色的棒球帽,則小寰 (12) 天才可以把所有的搭配都穿過一遍。

三、計算及證明題(8分)

設 n 為任意正整數,而 $3^{2n+1} + 2^{n+2}$ 必為正質數 p 的倍數,(1)試推測出 p 的值(2 分)
(2)並以數學歸納法證明你的推測是對的。(6 分)

【本試題結束】

高師大附中107學年度第二學期高一第一次段考數學答案卷

班級:___座號:___姓名:___

一、多重選擇題:每題6分,共24分

(每題均有五個選項,其中至少有一個選項是正確的。答錯一個選項給4分,答錯兩個選項得2分,錯二個以上的選項不給分)

1.	2.	3.	4.
----	----	----	----

二、填充題:配分表

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
分數	8	16	24	30	36	42	48	54	58	62	66	68

(1)	(2)	(3)	(4)
-----	-----	-----	-----

(5)	(6)	(7)	(8)
(9)	(10)	(11)	(12)

三、計算及證明題(8分)

高師大附中107學年度第二學期高一第一次段考數學答案卷

班級：___座號：___姓名：___

一、多重選擇題：每題6分，共24分

(每題均有五個選項，其中至少有一個選項是正確的。答錯一個選項給4分，答錯兩個選項得2分，錯二個以上的選項不給分)

1. 134	2. 1	3. 345	4. 135
-----------	---------	-----------	-----------

二、填充題：

配分表

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
分數	8	16	24	30	36	42	48	54	58	62	66	68

(1) 24	(2) $\frac{3}{8}$	(3) 4	(4) $\frac{20}{21}$
(5) $\frac{5}{4}$	(6) 84	(7) 1560	(8) 120

(9)	(10)	(11)	(12)
303	1518	30	31

三、計算及證明題(8分)

(1)7