

8 клас

1. Остання цифра трицифрового числа дорівнює 2. Якщо переставити останню цифру на початок числа, то отримане число зменшиться на 36. Яка сума цифр цього числа?

Вказівка. Нехай задане число $\overline{ab2} = \overline{ab} \cdot 10 + 2$. Тоді число після перестановки $\overline{2ab} = 200 + \overline{ab}$. За умовою $\overline{ab} \cdot 10 + 2 - 36 = 200 + \overline{ab}$. Звідси $\overline{ab} = 26$ і сума цифр шуканого числа $2+2+6=10$.

Відповідь. 10.

2. Знайдіть усі натуральні значення n , при яких є цілим числом значення виразу $\frac{n^2 + 2n - 8}{n}$.

Вказівка. Подамо даний дріб у вигляді $n + 2 - \frac{8}{n}$. Вираз $n + 2$ набуває натурального значення при будь-якому натуральному n . Тому вираз $n + 2 - \frac{8}{n}$ набуває цілого значення, якщо значення виразу $\frac{8}{n}$ є цілим числом. Це можливо лише при натуральних значеннях n : 1, 2, 4, 8.

Відповідь. 1, 2, 4, 8.

3. Розв'яжіть рівняння $\left(\frac{37}{21}x\right)^3 = p$, де p – середнє арифметичне чисел $A = \frac{158^2 + 158 \cdot 185 + 185^2}{158 + 185}$ і $B = \frac{158^2 - 158 \cdot 185 + 185^2}{185 - 158}$.

Вказівка. $p = \frac{A + B}{2} = \frac{185^3}{21^3}$. Отже, $\frac{37}{21}x = \frac{185}{21}$, $x = 5$.

Відповідь. $x=5$.

4. У рівнобічній трапеції $ABCD$ ($AB=CD$, $BC < AD$) проведені висота BH та діагональ BD . З'ясувалося, що ця діагональ є бісектрисою кута CDA . Доведіть, що величина кута HBD дорівнює сумі величин кутів ABH і CBD .

Вказівка. Нехай $\angle HBD = \alpha$, $\angle ABH = \beta$, $\angle CBD = \gamma$. Оскільки DB – бісектриса кута CDA , то $\angle CDB = \angle BDA$, а враховуючи паралельність BC і AD , маємо, що $\angle CDB = \angle CBD = \gamma$. Отже, $\angle BAD = \angle CDA = 2\gamma$ (бо трапеція рівнобічна). Тому $2\gamma + \beta = 90^\circ = \alpha + \gamma$, і $\alpha = \beta + \gamma$.

5. Є 40 зовні однакових монет, серед яких 2 фальшиві, причому вони легші від справжніх і важать однаково. Як за допомогою двох зважувань на шалькових терезах без гир відібрати 20 справжніх монет?

Вказівка. Розіб'ємо монети на три купки: A , B і C , що містять по 10, 10 і 20 монет відповідно. Перше зважування: порівняємо вагу A і B . Можливі два випадки. Якщо $A=B$,

то порівнюємо вагу $A+B$ і C . Якщо $A>B$ (другий випадок аналогічний), то розіб'ємо C на дві купки по 10 монет і порівняємо їхню вагу.