

Лекція 23

Основні визначення та класифікація чотириполіусників

Чотириполіусник - частина електричного ланцюга, що розглядається по відношенню до будь-яких двох пар її затискачів (рис. 1, 2).

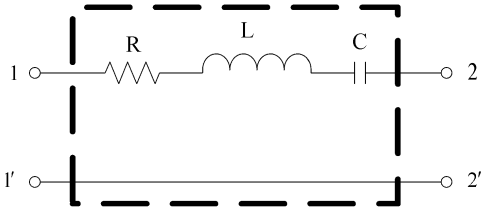
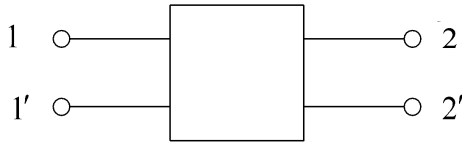


Рисунок 1

Рисунок 2

Використовують це поняття, коли інженера чи дослідника цікавить не те, що відбувається всередині схеми, яку замінили чотириполіусником, а лише те, що відбувається на вибраних парах затискачів (або у двох гілках електричного ланцюга). Тобто поняттям «Чотириполіусник» користуються коли предмет дослідження – напруги і струми на затискачах. Приклади ЧП: довга лінія, електричний фільтр, трансформатор, підсилювач.

Позначення «вх» і «вих» затискачів – умовні, оскільки практично можливі ситуації:

- якщо ЧП живиться від двох джерел (буде два входи).
- якщо ЧП містить незалежні джерела електричної енергії та навантажений з двох сторін (буде два виходи).

Існують різні класифікації ЧП:

1. За ознакою лінійності елементів, що входять до них:

- лінійні ($i_{вих} = k i_{вх}$, $U_{вих} = k U_{вх}$);
- нелінійні (випрямлячі, детектори).

2. За схемою внутрішніх з'єднань: «Г»-подібні, «Т»-подібні, «П»-подібний, «П»-подібний мостовий, «Т»-подібний мостовий, інші.

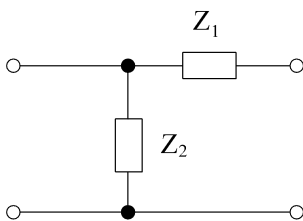


Рисунок 5

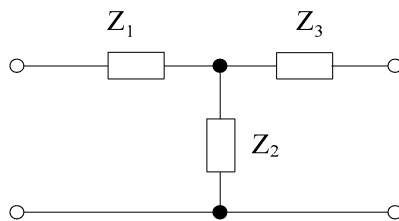


Рисунок 6

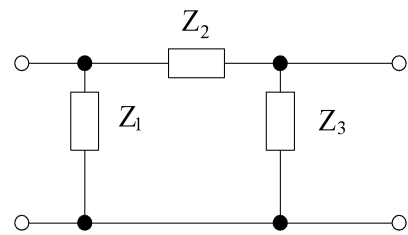


Рисунок 7

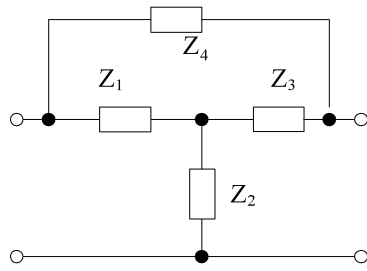


Рисунок 8

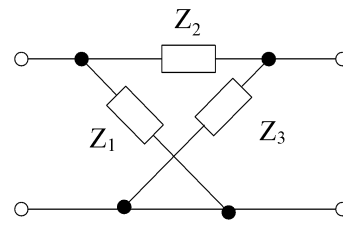


Рисунок 9

3. За наявністю внутрішніх джерел електричної енергії:

– активні (підсилювачі):

– автономні - внутрішні джерела електричної енергії незалежні і не компенсують один одного;

– неавтономні – внутрішні джерела електричної енергії залежні;

– пасивні (фільтри) - не містять джерел електричної енергії або містять, але вони компенсують один одного і $U_{вх} = U_{вих}$.

4. За виконанням теорії оборотності:

– оборотні;

– необоротні;

Оборотні чотириполіусники - це такі чотириполіусники, для яких справедливий принцип оборотності (відношення напруги на вході до струму на виході не залежить від того, яка пара затисків обрана в якості вхідних).

ЗАУВАЖЕННЯ! Пасивні лінійні ЧП – оборотні.

5. По симетрії:

– симетричні (наприклад, рис. 6) – ЧП у яких заміна вторинних затисків на первинні та первинних на вторинні не змінює властивостей НП, а так само струмів та напруг у ланцюгу, до якого приєднаний НП

– несиметричні (наприклад, рис. 5) – попередня умова не виконується.

ЗАУВАЖЕННЯ!

Симетричні ЧП завжди оборотні, несиметричні активні ЧП – необоротні.

Рівняння ЧП

Попередньо задаймо всі напрямки напруги і струмів. Передбачається, що ЧП не містить незалежних джерел електричної енергії.

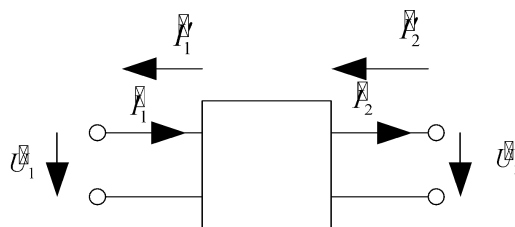


Рисунок 13

Співвідношення між напругами та струмами на вході та виході ЧП можуть бути записані у вигляді шести наступних форм рівнянь (6 форм, тому що існують лише 6 незалежних комбінацій I_1 I_2 U_1 U_2 , табл. 1, впливи u_1, u_2 , i_1, i_2 , u_2, i_2 , i_1, u_2 , u_1, i_2 , u_1, i_1 ; відповідні відгуки i_1, i_2 , u_1, u_2 , u_1, i_1 , u_1, i_2 , u_2, i_2).

Таблиця 1

1	2	3	4	5	6
u_1, u_2	i_1, i_2	u_2, i_2	i_1, u_2	u_1, i_2	u_1, i_1
i_1, i_2	u_1, u_2	u_1, i_1	u_1, i_2	i_1, u_2	u_2, i_2

Варіанти зі струмами

- $\dot{I}_1 \dot{I}_2$ - пряма передача (відповідає варіанту за формою $||A||$);
- $\dot{I}'_1 \dot{I}'_2$ - зворотна передача (рівняння за формою $||B||$);
- $\dot{I}_1 \dot{I}'_2$ - третій варіант (рівняння за формою $||Y||$, $||Z||$, $||H||$, $||G||$).

1) Форма $||Y||$: $\dot{I}_1 \dot{I}'_2$ виражаються залежно від $\dot{U}_1 \dot{U}_2$:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = Y_{11} \dot{U}_1 + Y_{12} \dot{U}_2 \\ \dot{I}'_2 = Y_{21} \dot{U}_1 + Y_{22} \dot{U}_2 \end{cases} \quad (1\phi)$$

2) Форма $||Z||$: $\dot{U}_1 \dot{U}_2$ виражаються залежно від $\dot{I}_1 \dot{I}'_2$

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = Z_{11} \dot{I}_1 + Z_{12} \dot{I}'_2 \\ \dot{U}_2 = Z_{21} \dot{I}_1 + Z_{22} \dot{I}'_2 \end{cases} \quad (2\phi)$$

3) Форма $||A||$: $\dot{U}_1 \dot{I}_1$ виражаються залежно від $\dot{U}_2 \dot{I}_2$

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A_{11} \dot{U}_2 + A_{12} \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = A_{21} \dot{U}_2 + A_{22} \dot{I}_2 \end{cases} \quad (3\phi)$$

4) Форма $||B||$: $\dot{U}_2 \dot{I}'_2$ виражаються залежно від $\dot{U}_1 \dot{I}'_1$

$$\begin{cases} \dot{U}_2 = B_{11} \dot{U}_1 + B_{12} \dot{I}'_1 \\ \dot{I}'_2 = B_{21} \dot{U}_1 + B_{22} \dot{I}'_1 \end{cases} \quad (4\phi)$$

5) Форма $||H||$: $\dot{U}_1 \dot{I}'_2$ виражаються через $\dot{I}_1 \dot{U}_2$

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = H_{11} \dot{I}_1 + H_{12} \dot{U}_2 \\ \dot{I}'_2 = H_{21} \dot{I}_1 + H_{22} \dot{U}_2 \end{cases} \quad (5\phi)$$

6) Форма $||F||$ (в деякій літературі її називають форма $||G||$): $\dot{I}_1 \dot{U}_2$ виражаються через $\dot{U}_1 \dot{I}'_2$

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = G_{11} \dot{U}_1 + G_{12} \dot{I}'_2 \\ \dot{U}_2 = G_{21} \dot{U}_1 + G_{22} \dot{I}'_2 \end{cases} \quad (6\phi)$$

Таким чином, можливі шість варіантів запису основних рівнянь ЧП: система Y-параметрів, Z- параметрів, A- параметрів, B- параметрів, H- параметрів, G- параметрів. Найпростіші для розуміння система параметрів Y – провідностей та Z – опорів.

Система Y-параметрів

Нехай задані первинні напруги u_1, u_2 , а шуканими (відкликами) є струми i_1, i_2 . Тоді струми є деякими функціями напруг, тобто

$$\begin{aligned} i_1 &= f_1(u_1, u_2); \\ i_2 &= f_2(u_1, u_2). \end{aligned}$$

В якості умовно позитивних приймемо напрямки напруг та струмів як на рис. 14 та припустімо, що напруги змінюються.

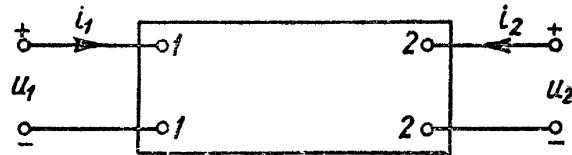


Рисунок 14

Якщо напруги є гармонійними функціями часу, то в лінійному ЧП струми будуть мати теж синусоїдальну форму. Тоді всі струми та напруги – комплексні величини, а рівняння для опису цього кола приймуть вигляд:

$$\begin{aligned} I_1 &= Y_{11} \dot{U}_1 + Y_{12} \dot{U}_2; \\ I_2 &= Y_{21} \dot{U}_1 + Y_{22} \dot{U}_2. \end{aligned}$$

З них випливає наступне:

- $\dot{Y}_{11} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1}$ при $\dot{U}_2 = 0$, тобто при короткозамкнутому виході;
- $\dot{Y}_{12} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2}$ при $\dot{U}_1 = 0$, тобто при короткозамкнутому вході;
- $\dot{Y}_{21} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1}$ при $\dot{U}_2 = 0$, тобто при короткозамкнутому виході;
- $\dot{Y}_{22} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2}$ при $\dot{U}_1 = 0$, тобто при короткозамкнутому вході.

Таким чином, всі параметри можуть бути знайденими (зокрема, експериментально) за результатами двох вимірів:

- 1) При короткому замиканні (КЗ) на виході та при живленні ЧП зліва (рис. 15а).
- 2) При короткозамкнутому вході та при живленні ЧП справа (рис. 15б).

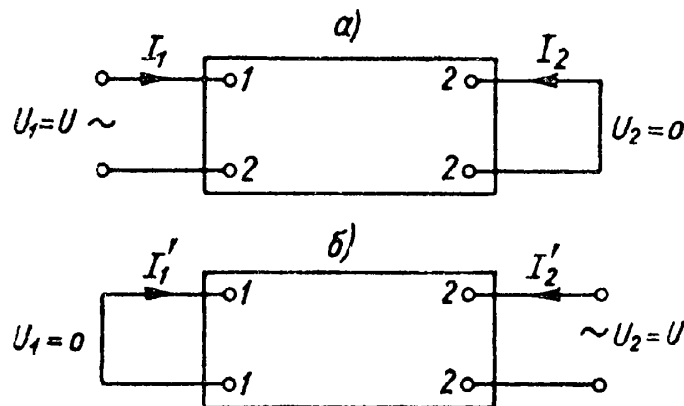


Рисунок 15

Якщо ЧП живиться зліва, його іноді називають прямим, а при живленні справа – зворотним.

Систему рівнянь можна записати в векторно-матричній формі

$$\begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{Bmatrix} = \underline{\underline{Y}} \times \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{Bmatrix},$$

де $\underline{\underline{Y}} = \begin{Bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{Bmatrix}$ - матриця провідностей.

Якщо використовується оборотний чотириполюсник, то $Y_{12} = Y_{21}$ і маємо всього три незалежні коефіцієнти.

Якщо ЧП симетричний: $Y_{11} = Y_{22}$, то число незалежних коефіцієнтів дорівнює двом (Y_{11} і Y_{12}).

Система Z-параметрів

Нехай для ЧП задані струми i_1, i_2 , а шуканими є напруги u_1, u_2 . Якщо проаналізувати цю схему аналогічно до попереднього варіанту, рівняння для гармонічних струмів та напруг прийме вигляд:

$$\begin{aligned} U_1 &= Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2; \\ U_2 &= Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2. \end{aligned}$$

Коефіцієнти $Z_{11}, Z_{12}, Z_{21}, Z_{22}$ це Z-параметри, які визначаються наступним чином:

- $Z_{11} = \frac{U_1}{I_1}$ при $I_2 = 0$, холостий хід вторинного кола (вхідний опір з боку затискачів 1 при розімкнутих затискачах 2);

- $Z_{12} = \frac{U_1}{I_2}$ при $I_1 = 0$, холостий хід первинного кола (передавальний опір при розімкнених затискачах 1);

- $Z_{21} = \frac{U_2}{I_1}$ при $I_2 = 0$, холостий хід вторинного кола (передавальний опір при розімкнених затискачах 2);

- $Z_{22} = \frac{U_2}{I_2}$ при $I_1 = 0$, холостий хід первинного кола (вхідний опір з боку затискачів 2 при розімкнених затискачах 1).

В матричному вигляді

$$\begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{Bmatrix} = \underline{\underline{Z}} \times \begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{Bmatrix},$$

де $\underline{\underline{Z}} = \begin{Bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{Bmatrix}$ - матриця опорів.

Для оборотного ЧП $Z_{12} = Z_{21}$ в маємо всього три незалежні коефіцієнти.

Для симетричного ЧП: $Z_{11} = Z_{22}$, тобто число незалежних коефіцієнтів дорівнює двом.

Зауваження. Коефіцієнт ЧП за формою $\|Z\|$ НЕ є оборотними стосовно коефіцієнтів за формою $\|Y\|$, тобто $\dot{Y}_{21} \neq \frac{1}{\dot{Z}_{21}}$, а для перерахунку використовують спеціальні таблиці.

Рівняння ЧП у формі $\|A\|$

Коли ЧП виконує роль проміжної ланки між джерелом енергії та опором навантаження, заданими часто є параметри навантаження u_2, i_2 , а шуканими величини на вході ЧП. Тоді

$$u_1 = f_1(u_2, i_2);$$

$$i_1 = f_1(u_2, i_2).$$

Вважаємо сигнали гармонійними та застосовуємо попередню методику, тоді

$$\dot{U}_1 = \dot{A}_{11}\dot{U}_2 + \dot{A}_{12}\dot{I}_2;$$

$$\dot{I}_1 = \dot{A}_{21}\dot{U}_2 + \dot{A}_{22}\dot{I}_2.$$

$\dot{A}_{11}, \dot{A}_{12}, \dot{A}_{21}, \dot{A}_{22}$ - комплексні коефіцієнти, A - параметри.

Відмітимо, що коли ЧП навантажено на пасивний двополюсник, напрями струмів та напруг доцільно вважати такими, як на рис. 1 (тут позитивний напрямок струму $\dot{I}_2$ зворотний до того, що був раніше).



Рисунок 1

Тоді

$$\dot{U}_1 = \dot{A}_{11}\dot{U}_2 - \dot{A}_{12}\dot{I}_2 = \dot{A}\dot{U}_2 + \dot{B}\dot{I}_2;$$

$$\dot{I}_1 = \dot{A}_{21}\dot{U}_2 - \dot{A}_{22}\dot{I}_2 = \dot{C}\dot{U}_2 + \dot{D}\dot{I}_2.$$

Параметри:

$$A = \dot{A}_{11} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \text{ при } \dot{I}_2 = 0,$$

тобто це безрозмірний параметр, коефіцієнт трансформації напруги при розімкнутому виході. Інакше кажучи, це зворотна величина до

$$\dot{A}_{11} = A = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{I}_2=0} = \frac{1}{K_{xx}(j\omega)}$$

коефіцієнта передачі при ХХ

$$B = -\dot{A}_{12} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \text{ при } \dot{U}_2 = 0, \text{ тобто в режимі КЗ на виході, розмірність - опір.}$$

$$C = \dot{A}_{21} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \text{ при } \dot{I}_2 = 0, \text{ тобто в режимі ХХ на виході, розмірність - провідність.}$$

$\dot{D} = -\dot{A}_{22} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2}$ при $\dot{U}_2 = 0$, тобто в режимі КЗ на виході, розмірність – безрозмірний коефіцієнт трансформації струму при КЗ виходу ЧП.
В матричному вигляді

$$\begin{Bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{A} \\ \dot{C} \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{Bmatrix},$$

де $\begin{Bmatrix} \dot{A} \\ \dot{C} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{A}_{11} & \dot{A}_{12} \\ \dot{A}_{21} & \dot{A}_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{A} & \dot{B} \\ \dot{C} & \dot{D} \end{Bmatrix}$.

Інші системи параметрів ЧП

Коли задані комплексні амплітуди струму на вході та напруги на виході, а шукані величини $\dot{I}_2, \dot{U}_1$, користуються **Н-параметрами**:

$$\begin{Bmatrix} \dot{H}_1 \\ \dot{H}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{H}_{11} & \dot{H}_{12} \\ \dot{H}_{21} & \dot{H}_{22} \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{Bmatrix}; \quad \begin{Bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{H} \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{Bmatrix}$$

Значення Н-параметрів визначаються з двох дослідів: КЗ виходу ($\dot{U}_2 = 0$) та ХХ входу ($\dot{I}_1 = 0$).

Якщо задаються величини $\dot{U}_1, \dot{I}_2$, то $\dot{I}_1, \dot{U}_2$ визначаються з рівнянь:

$$\begin{Bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{F}_{11} & \dot{F}_{12} \\ \dot{F}_{21} & \dot{F}_{22} \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{Bmatrix}; \quad \begin{Bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{F} \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{Bmatrix}$$

Значення **В-параметрів** визначаються з двох дослідів: ХХ виходу ($\dot{I}_2 = 0$) та КЗ входу ($\dot{U}_1 = 0$).

Якщо задаються величини $\dot{U}_1, \dot{I}_1$, то $\dot{U}_2, \dot{I}_2$ визначаються з рівнянь:

$$\begin{Bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{B}_{11} & \dot{B}_{12} \\ \dot{B}_{21} & \dot{B}_{22} \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{Bmatrix}; \quad \begin{Bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{B} \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{Bmatrix}$$

Значення **В-параметрів** визначаються з двох дослідів: ХХ входу ($\dot{I}_1 = 0$) та КЗ входу ($\dot{U}_1 = 0$).

Таблиця переходу

Из системы → В систему ↓	Z	Y	a	h	f	b
Z	$Z_{11} \quad Z_{12}$ $Z_{21} \quad Z_{22}$	$\frac{Y_{22}}{ Y } \quad -\frac{Y_{12}}{ Y }$ $-\frac{Y_{21}}{ Y } \quad \frac{Y_{11}}{ Y }$	$\frac{a_{11}}{a_{21}} \quad -\frac{ a }{a_{21}}$ $\frac{1}{a_{21}} \quad -\frac{a_{22}}{a_{21}}$	$\frac{ h }{h_{22}} \quad \frac{h_{12}}{h_{22}}$ $-\frac{h_{21}}{h_{22}} \quad \frac{1}{h_{22}}$	$\frac{1}{f_{11}} \quad -\frac{f_{12}}{f_{11}}$ $\frac{f_{21}}{f_{11}} \quad \frac{ f }{f_{11}}$	$-\frac{b_{22}}{b_{21}} \quad \frac{1}{b_{21}}$ $-\frac{ b }{b_{21}} \quad \frac{b_{11}}{b_{21}}$
Y	$\frac{Z_{22}}{ Z } \quad -\frac{Z_{12}}{ Z }$ $-\frac{Z_{21}}{ Z } \quad \frac{Z_{11}}{ Z }$	$Y_{11} \quad Y_{12}$ $Y_{21} \quad Y_{22}$	$\frac{a_{22}}{a_{21}} \quad -\frac{ a }{a_{12}}$ $\frac{1}{a_{21}} \quad -\frac{a_{11}}{a_{12}}$	$\frac{1}{h_{11}} \quad -\frac{h_{12}}{h_{11}}$ $\frac{h_{21}}{h_{11}} \quad \frac{ h }{h_{11}}$	$\frac{ f }{f_{22}} \quad \frac{f_{12}}{f_{22}}$ $-\frac{f_{21}}{f_{22}} \quad \frac{1}{f_{22}}$	$-\frac{b_{11}}{b_{12}} \quad \frac{1}{b_{12}}$ $-\frac{ b }{b_{12}} \quad \frac{b_{22}}{b_{12}}$
a	$\frac{Z_{11}}{Z_{22}} \quad -\frac{ Z }{Z_{21}}$ $\frac{1}{Z_{21}} \quad -\frac{Z_{22}}{Z_{21}}$	$-\frac{Y_{22}}{Y_{21}} \quad \frac{1}{Y_{21}}$ $-\frac{ Y }{Y_{21}} \quad \frac{Y_{11}}{Y_{21}}$	$a_{11}=A \quad a_{12}=-B$ $a_{21}=C \quad a_{22}=-D$	$-\frac{ h }{h_{21}} \quad \frac{h_{11}}{h_{21}}$ $-\frac{h_{22}}{h_{21}} \quad \frac{1}{h_{21}}$	$\frac{1}{f_{21}} \quad -\frac{f_{22}}{f_{21}}$ $\frac{f_{11}}{f_{21}} \quad -\frac{ f }{f_{21}}$	$\frac{b_{22}}{ b } \quad -\frac{b_{12}}{ b }$ $-\frac{b_{21}}{ b } \quad \frac{b_{11}}{ b }$

Из системы → В систему ↓	Z	Y	a	h	f	b
h	$\frac{ Z }{Z_{22}} \quad \frac{Z_{12}}{Z_{22}}$ $-\frac{Z_{21}}{Z_{22}} \quad \frac{1}{Z_{22}}$	$\frac{1}{Y_{11}} \quad -\frac{Y_{12}}{Y_{11}}$ $\frac{Y_{21}}{Y_{11}} \quad \frac{ Y }{Y_{11}}$	$\frac{a_{12}}{a_{22}} \quad \frac{ a }{a_{22}}$ $\frac{1}{a_{22}} \quad -\frac{a_{21}}{a_{22}}$	$h_{11} \quad h_{12}$ $h_{21} \quad h_{22}$	$\frac{f_{22}}{ f } \quad -\frac{f_{12}}{ f }$ $-\frac{f_{21}}{ f } \quad \frac{f_{11}}{ f }$	$-\frac{b_{12}}{b_{11}} \quad \frac{1}{b_{11}}$ $\frac{ b }{b_{11}} \quad \frac{b_{21}}{b_{11}}$
f	$\frac{1}{Z_{11}} \quad -\frac{Z_{12}}{Z_{11}}$ $\frac{Z_{21}}{Z_{11}} \quad \frac{ Z }{Z_{11}}$	$\frac{ Y }{Y_{22}} \quad \frac{Y_{12}}{Y_{22}}$ $-\frac{Y_{21}}{Y_{22}} \quad \frac{1}{Y_{22}}$	$\frac{a_{21}}{a_{11}} \quad \frac{ a }{a_{11}}$ $\frac{1}{a_{11}} \quad -\frac{a_{12}}{a_{11}}$	$\frac{h_{22}}{ h } \quad -\frac{h_{12}}{ h }$ $-\frac{h_{21}}{ h } \quad \frac{h_{11}}{ h }$	$f_{11} \quad f_{12}$ $f_{21} \quad f_{22}$	$-\frac{b_{21}}{b_{22}} \quad \frac{1}{b_{22}}$ $\frac{ b }{b_{22}} \quad \frac{b_{12}}{b_{22}}$
b	$\frac{Z_{22}}{Z_{12}} \quad -\frac{ Z }{Z_{12}}$ $\frac{1}{Z_{12}} \quad -\frac{Z_{11}}{Z_{12}}$	$-\frac{Y_{11}}{Y_{12}} \quad \frac{1}{Y_{12}}$ $-\frac{ Y }{Y_{12}} \quad \frac{Y_{22}}{Y_{12}}$	$\frac{a_{22}}{ a } \quad -\frac{a_{12}}{ a }$ $-\frac{a_{21}}{ a } \quad \frac{a_{11}}{ a }$	$\frac{1}{h_{12}} \quad -\frac{h_{11}}{h_{12}}$ $\frac{h_{22}}{h_{12}} \quad -\frac{ h }{h_{12}}$	$-\frac{ f }{f_{12}} \quad \frac{f_{22}}{f_{12}}$ $-\frac{f_{11}}{f_{12}} \quad \frac{1}{f_{12}}$	$b_{11} \quad b_{12}$ $b_{21} \quad b_{22}$

Примечание. $|Z| = Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}$ $|h| = h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21}$
 $|Y| = Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}$ $|f| = f_{11}f_{22} - f_{12}f_{21}$
 $|a| = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$ $|b| = b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21}$

Рівняння складних ЧП

Розглянемо складний ЧП, як з'єднання різними способами простих ЧП з відомими параметрами. Залежно від схеми з'єднання складного ЧП використовуються різні формули рівнянь:

- каскадне з'єднання – форми $||A||$ або $||B||$;
- послідовна з'єднання - форма $||Z||$;
- при паралельному з'єднанні - форма $||Y||$;
- при послідовно-паралельному – форма $||H||$;
- при паралельно-послідовному - $||F||$ ($||G||$).

Каскадне з'єднання ЧП

Каскадне з'єднання двох ЧП – вхідні затиски другого ЧП приєднані до вихідних першого ЧП. При цьому вхідний опір другого каскаду дорівнює вихідному опору першого каскаду, а опір навантаження дорівнює вихідному характеристичного опору другого каскаду. Тобто каскадне з'єднання працює у узгодженому режимі.

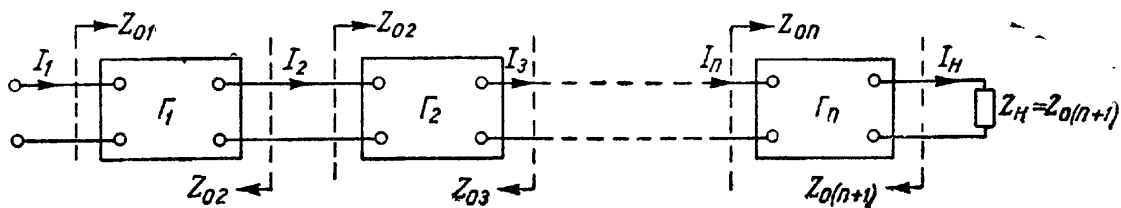


Рисунок 2

Для складних чотириполіусників зручно використовувати рівняння у матричній формі.

Так, при каскадному з'єднанні рівняння у формі $\|A\|$ мають вигляд:

$$\begin{Bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{Bmatrix}_{\|_1} = \|A\|_1 \begin{Bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{Bmatrix}_{\|_1} \quad \text{– для першого чотириполіусника} \quad [*]$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{Bmatrix}_{\|_2} = \|A\|_2 \begin{Bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{Bmatrix}_{\|_2} \quad \text{– для другого чотириполіусника} \quad [**]$$

При каскадному з'єднанні

$$\begin{Bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{Bmatrix}_{\|_1} = \begin{Bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{Bmatrix}_{\|_2} \quad \text{– отже [**] у [*], отримаємо}$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{Bmatrix}_{\|_1} = \|A\|_1 \times \|A\|_2 \begin{Bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{Bmatrix}_{\|_2}$$

Матриця результуючого чотириполіусника $\|A\|$

Це поширюється на довільну кількість чотириполіусників, тобто:

$$\|A\| = \prod_i \|A\|_i$$

Важливо! Матриці у добутку повинні записуватись у порядку слідування чотириполіусників!

Послідовне з'єднання чотириполіусників

Під послідовним з'єднанням мають на увазі таке включення чотириполіусників, при якому як вхідні, так і вихідні затиски з'єднані послідовно (рис. 3а)

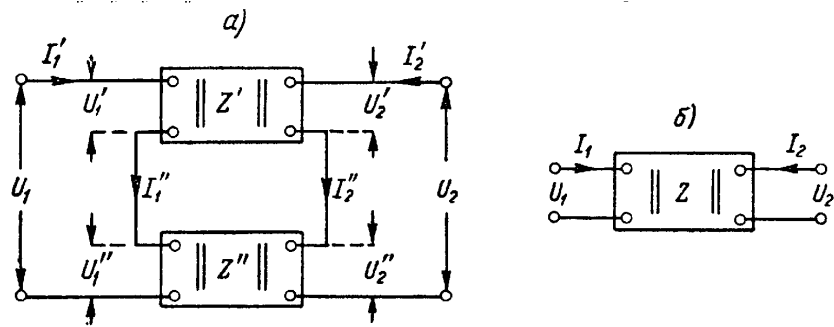


Рисунок 3

Для послідовного з'єднання чотириполіусників використовується опис у параметрах $\|Z\|$, перший ЧП -з індексом а, другий – з індексом б (або як на рис. 3 з одним чи двома штрихами).

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}_a = \|Z\|_a \times \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2' \end{bmatrix}_a \\ \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}_b = \|Z\|_b \times \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2' \end{bmatrix}_b \end{cases}$$

Але тут

$$\begin{cases} U_1 = U_{1a} + U_{1b} \\ U_2 = U_{2a} + U_{2b} \\ I_1 = I_{1a} = I_{1b} \\ I_2 = I_{2a} = I_{2b} \end{cases}, \text{ то } \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{1a} + U_{1b} \\ U_{2a} + U_{2b} \end{bmatrix} = \left\{ \|Z\|_a + \|Z\|_b \right\} \times \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2' \end{bmatrix}$$

$$\|Z\| = \sum_i \|Z\|_i$$

Через послідовне з'єднання елементів протікає один постійний струм, а

$$\|Z\| = \|Z\|_a + \|Z\|_b,$$

тобто Z-матриця результуючого ЧП дорівнює сумі матриць початкових ЧП.

Паралельне з'єднання ЧП

При паралельному з'єднанні як вхідні, так і вихідні затиски чотириполіусників з'єднуються в паралель (рис. 4). Використовуючи систему Y-параметрів, запишемо рівняння початкових ЧП

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}_a = \|Y\|_a \times \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}_a \\ \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}_b = \|Y\|_b \times \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}_b \end{cases}$$

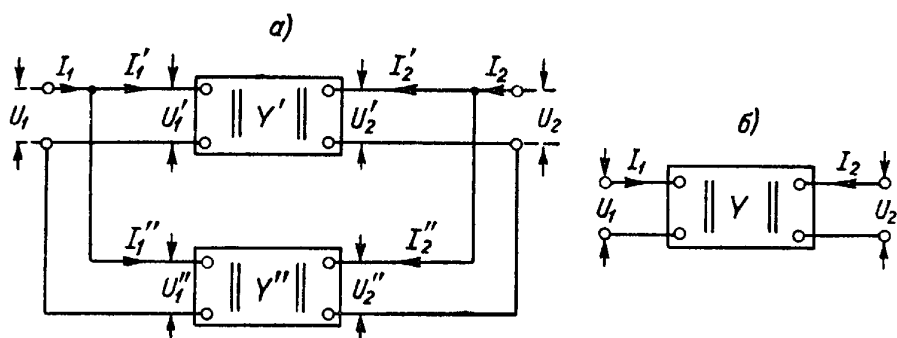


Рисунок 4

Так як в схемі, яку ми розглядаємо

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{U}_{1a} = \dot{U}_{1b} \\ \dot{U}_2 = \dot{U}_{2a} = \dot{U}_{2b} \\ \dot{I}_1 = \dot{I}_{1a} + \dot{I}_{1b} \\ \dot{I}_2 = \dot{I}_{2a} + \dot{I}_{2b} \end{cases}, \text{ то рівняння еквівалентного ЧП}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11a} + Y_{11b} & Y_{12a} + Y_{12b} \\ Y_{21a} + Y_{21b} & Y_{22a} + Y_{22b} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \underline{\underline{Y}} \times \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}.$$

Звідси випливає, що $\underline{\underline{Y}} = \underline{\underline{Y}}_a + \underline{\underline{Y}}_b$, тобто при паралельному з'єднанні Y-матриця еквівалентної схеми дорівнює сумі Y-матриць початкових чотириполіусників.

Типові еквівалентні схеми ЧП та їх параметри

Розглянемо канонічні схеми НП, параметри яких виражаються через параметри Y, Z, H. На практиці часто використовують П-і Т-подібні схеми ЧП. На рис. 5 показано Г-, Т- та П-образні схеми.

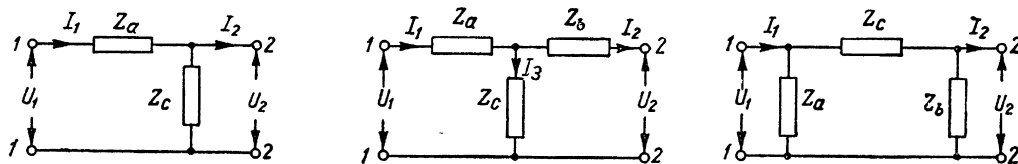


Рисунок 5

Найпростіший спосіб визначити параметри ЧП оснований на використанні даних про найпростіші ЧП: послідовний та паралельний. Послідовний найпростіший ЧП – це один елемент включений послідовно (наприклад, якщо розглядати тільки один елемент Z_a з першої схеми на рис. 5). Найпростіший паралельний елемент це, наприклад, паралельний елемент Z_c на першій схемі рисунку 5).

1

—