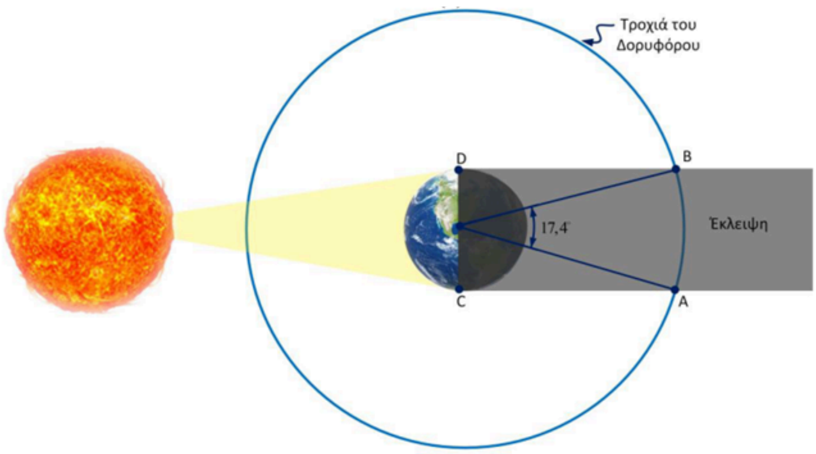
Έκλειψη ηλίου σε δορυφόρο

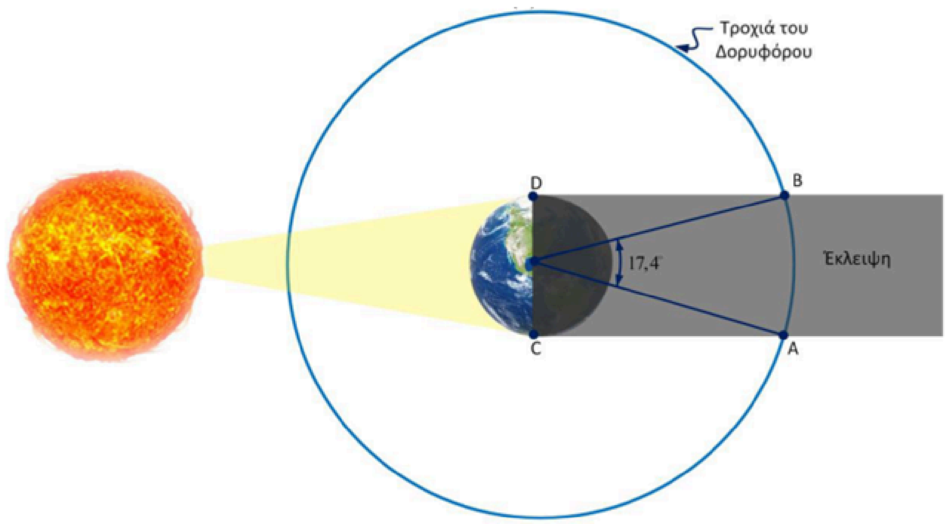
Ένας δορυφόρος περιστρέφεται σε κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη στο επίπεδο του Ισημερινού και μένει σε έκλειψη διαγράφοντας γωνία $\Delta\theta = 24^0$, όπως φαίνεται στο σχήμα. (οι αποστάσεις είναι πλασματικές).



α) Σε ποιο ύψος από την επιφάνεια της Γης κινείται ο δορυφόρος;
β) Ποιο είναι το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας και η περίοδος του δορυφόρου;
γ) Αν θεωρήσουμε ακίνητη τη Γη, πόσο διαρκεί η έκλειψη;
δ) Η Γη όμως …γυρίζει. Ένας παρατηρητής στον Ισημερινό, βλέπει το δορυφόρο να διέρχεται από το ζενίθ του τόπου του στις 12 τα μεσάνυχτα. Πότε θα τον ξαναδεί σε αυτό το σημείο; Ο δορυφόρος γυρίζει με φορά από δυτικά προς ανατολικά.
Δίνεται $\eta\mu 12^0 = 0{,}2$, η ακτίνα της Γης $R_\Gamma = 6400km$ και $g_0 = 10m/s^2$.

Απάντηση

α)



Ο δορυφόρος μένει σε έκλειψη όσο βρίσκεται μέσα την ορθογώνια γραμμοσκιασμένη περιοχή κινούμενος από το Α στο Β. Φέρνουμε τη χορδή ΑΒ και το απόστημα ΟΜ, το οποίο διχοτομεί την επίκεντρη γωνία $\hat{\varphi}$. Αφού BD // OM η γωνία $\theta = \varphi/2 = 12^0$ ως εντός εναλλάξ. Στο τρίγωνο OBD

$$\eta\mu\theta = \frac{OD}{OB} \Leftrightarrow \eta\mu 12^0 = \frac{R_\Gamma}{R_\Gamma + h} \Leftrightarrow 0,2 = \frac{R_\Gamma}{R_\Gamma + h} \Leftrightarrow$$

$$0,2R_\Gamma + 0,2h = R_\Gamma \Leftrightarrow 0,2h = 0,8R_\Gamma \Leftrightarrow$$

$$h = 4R_\Gamma = 25600km$$

β)

Η βαρυτική έλξη της Γης στο δορυφόρο, παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης.

$$W = F_K \Leftrightarrow G\frac{M_\Gamma m}{r^2} = m\frac{\upsilon^2}{r} \Leftrightarrow \upsilon^2 = G\frac{M_\Gamma}{r} \Leftrightarrow \upsilon = \sqrt{G\frac{M_\Gamma}{r}} \Leftrightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{g_0 R_\Gamma^{\ 2}}{R_\Gamma + 4R_\Gamma}} \Leftrightarrow$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{g_0 R_\Gamma^{\ 2}}{5R_\Gamma}} \Leftrightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{g_0 R_\Gamma}{5}} \Leftrightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{64 \cdot 10^6}{5}} \Leftrightarrow \upsilon = \frac{8\sqrt{5}}{5} \cdot 10^3 m/s$$

Η περίοδος θα είναι

$$T = \frac{2\pi r}{\upsilon} = \frac{2\pi(R_\Gamma + h)}{\upsilon} = \frac{2\pi \cdot 5R_\Gamma}{\upsilon} = \frac{10\pi \cdot 64 \cdot 10^5}{\frac{8\sqrt{5}}{5} \cdot 10^3} = \frac{64\pi \cdot 10^6}{8\sqrt{5} \cdot 10^3} \cdot 5 = \frac{40}{\sqrt{5}} \cdot 10^3 = 8\sqrt{5} \cdot 10^3 s \approx 5h$$

γ) Ο δορυφόρος πρέπει να διανύσει την επίκεντρη γωνία

$$\Delta\theta = \frac{24}{180} \cdot \pi = \frac{2\pi}{15} rad$$

$$\Delta\theta = \frac{2\pi}{T} \cdot \Delta t \Leftrightarrow \Delta t = \frac{\Delta\theta \cdot T}{2\pi} = \frac{2\pi/15}{2\pi} T = \frac{T}{15} \approx \frac{1}{3} h$$

δ) Η φορά περιστροφής του δορυφόρου είναι ίδια με της Γης. Ο δορυφόρος βέβαια έχει περίοδο μικρότερη από την περίοδο της Γης, είναι πιο γρήγορος, άρα όταν ξαναβρεθεί ακριβώς πάνω από τον ίδιο τόπο θα έχει διαγράψει επίκεντρη γωνία:

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_\Gamma + 2\pi \Leftrightarrow \omega \cdot \Delta t = \omega_\Gamma \cdot \Delta t + 2\pi \Leftrightarrow$$

$$\frac{2\pi}{T} \cdot \Delta t = \frac{2\pi}{T_\Gamma} \cdot \Delta t + 2\pi \Leftrightarrow \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_\Gamma}\right) \cdot \Delta t = 1 \Leftrightarrow$$

$$\frac{T_\Gamma - T}{T \cdot T_\Gamma} \cdot \Delta t = 1 \Leftrightarrow \Delta t = \frac{T \cdot T_\Gamma}{T_\Gamma - T} \Leftrightarrow \Delta t = \frac{5 \cdot 24}{24 - 5} \Leftrightarrow \Delta t = 6,32h \Leftrightarrow$$

$t = t_0 + \Delta t = 0 + 6,32h$ *ή*

***t = 6h:19min* το πρωί.**

Σχόλιο

Κατά τη διάρκεια της έκλειψης, η έλλειψη ηλιακού φωτός έχει αποτέλεσμα να μη λειτουργούν οι ηλιακές κυψέλες.
Η ενέργεια που χρειάζεται ο δορυφόρος προέρχεται μόνο από τις μπαταρίες του.
Πρέπει να ληφθούν μέτρα για τη μείωση της κατανάλωσης ενέργειας με το κλείσιμο κάποιου υποσυστήματος.

Ανδρέας Ριζόπουλος