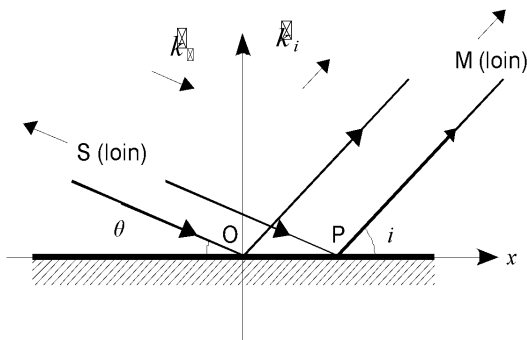


Physique I Mines PSI 2007

□ 1 - Fixons les notations :



Les chemins optiques des rayons passant par O et P valent respectivement:

$$SOM = k_o \cdot SO + k_i \cdot OM \text{ et}$$

$$SPM = k_o \cdot SP + k_i \cdot PM \text{ par soustraction il vient}$$

$$\Delta = SPM - SOM = k_o \cdot OP - k_i \cdot OM :$$

$$= x \cos \theta - \cos i$$

Si $ds_P(M, t)$ représente la contribution du rayon passant par P à l'amplitude en M, on a

$$ds_P(M, t) = ds_O(M, t) e^{j \frac{2\pi}{\lambda} \Delta}$$

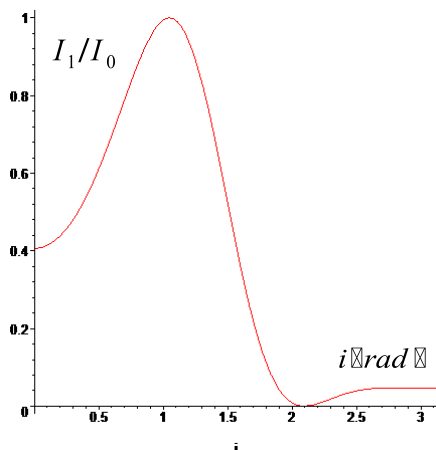
Puis d'après le principe de Huygens-Fresnel :

$$s(M, t) = \int_P ds_P(M, t) = K \int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} e^{j \frac{2\pi}{\lambda} x \cos \theta} dx$$

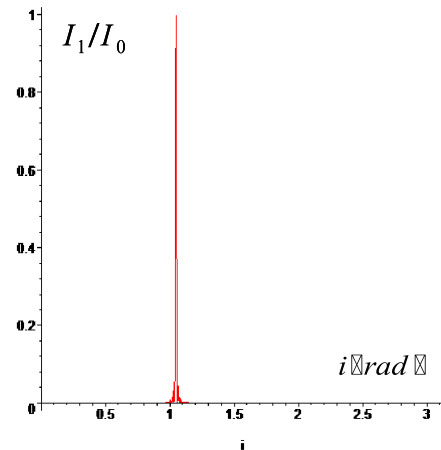
Enfin $I_1 = s s^*$. En notant I_o la valeur maximale de I_1 , on obtient bien le résultat demandé.

$$\frac{e}{\lambda} = 1, \theta = \frac{\pi}{3}$$

□ 2 - (cas a): La lumière est diffractée dans toutes les directions, avec un maximum dans la direction de l'optique géométrique



(cas b) $\frac{e}{\lambda} = 100, \theta = \frac{\pi}{3}$. La lumière est réfléchie



dans la direction de l'optique géométrique.

□ 3 - Comme en □ 1 :

$$\Delta = SP_2M - SP_1M = k_o \cdot P_2P_1 = -d \sin \theta \sin i$$

L'amplitude totale réfléchiée par le miroir 1 vaut

$$s_1(M, t) = s_0 \text{sinc} \left(\frac{C}{\lambda} \right) \text{ d'après 1-}$$

Celle issue du miroir 2 vaut alors $s_2(M, t) = s_0 \text{sinc} \left(\frac{C}{\lambda} \right) e^{jS}$ d'après

□ 3. Enfin $I_{1,2} = s_1 s_2^* s_1^* s_2$ conduit au résultat.

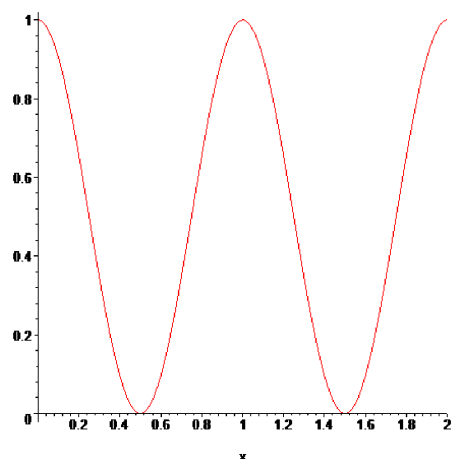
□ 4 - I_1 est maximale si $C = 0$, soit $\cos \theta = \cos i$, qui admet comme unique solution $\theta = i$ dans $[0, \pi]$.

Il faut alors $\cos S = 1$, soit $S = 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ car

$$d \neq 0, \text{ soit encore } d = k \frac{\lambda}{2 \sin \theta}, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{d}{\frac{\lambda}{2 \sin \theta}}$$

On obtient, avec

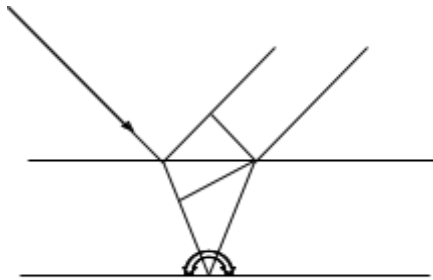


- 5 - Avec un grand nombre de miroirs, on réalise un réseau : l'intensité diffractée n'est appréciable que si

la condition $d = k \frac{\lambda}{2 \sin \theta}$, $k \in \mathbb{Z}$ est précisément réalisée.

- 6 - En se référant à la figure 5, l'absence de différence de marche se traduit par $(AB) = (DC)$ que l'on peut considérer ici comme une conséquence du théorème de Malus. Il en est de même au retour.

Dès lors les points B et B' sont en phase sur le dessin suivant :



la différence de marche (2) - (1) vaut alors $\Delta = BCD = 2 n_h d \sin \theta'$ après un calcul géométrique.

- 7 - Pour $\theta' = \frac{\lambda}{2}$, $\Delta = 2 n_h d$. Les valeurs associées à un maximum de lumière réfléchie sont telles que

$d = k \frac{\lambda}{2 n_h}$, $k \in \mathbb{Z}$. Pour un minimum,

$$d = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2 n_h}, k \in \mathbb{Z}.$$

on obtient

- 8 - Le spectre visible correspond environ à l'intervalle $[400 \text{ nm}, 700 \text{ nm}]$. 555 nm correspond au maximum du rayonnement solaire ou au maximum de perception de l'oeil. Les valeurs de L résultant de la question □ 7 correspondant à des longueurs d'ondes visibles sont (en nm) :

$$\ell_1 = 277,5, L_1 = 370, \ell_2 = 462,5.$$

- 9 - Pour être constructif, les mélanges doivent être respectivement à 24 % pour (ab) et 38% pour (a'b'), par lecture sur la figure 6 pour $L = L_1$. Par contre à 40°C, on obtient (en nm)

$$L_{ab} = 252 \text{ et } L_{a'b'} = 274.$$

C'est pour (a'b') que l'extinction est la meilleure car $L \approx \ell_1$. En conclusion on choisira le mélange (a'b') à 38%.

- 10 - De $L = L_0 \exp(-\alpha T)$, on tire

$$\alpha = \frac{1}{40 - 37} \ln \frac{L_{37}}{L_{40}}. \text{ Soit}$$

numériquement : $\alpha_{ab} = 0,11 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ et $\alpha_{a'b'} = 0,10 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$. Une précision de $100 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ est nécessaire pour le bain des bébés dinosaures.

- 11 - $D_{vol} = \int_{\text{tuyau}} \vec{v} \cdot d\vec{S}$ avec $d\vec{S} = 2\pi r dr \vec{e}_z$.

On a par définition $D_{vol} = v_{\text{moy}}^{\text{débit}} S$, soit

$$v_{\text{moy}}^{\text{débit}} = \frac{2 v_0}{a^2} \int_0^a r f(r) dr.$$

Tandis que $v_{\text{moy}} = \frac{v_0}{a} \int_0^a f(r) dr$.

- 12 - C'est immédiat en cartésiennes en remarquant que $y = r \cos \theta$ (Fig 7):

$$B_{lm} = \int_0^a \int_0^{2\pi} B_{lm} y \cos \theta_0 t r dr d\theta = B_{lm} \cos \theta_0 t \int_0^a \int_0^{2\pi} y dr d\theta$$

$$\text{et } y = \frac{\partial y}{\partial y} = 1.$$

- 13 - $e_{CD} = \int_{-a}^a \vec{v} \cdot \vec{B} dy = 2B \int_0^a v y dy$, ce qui donne bien le résultat. Elle n'est pas à priori proportionnelle au débit volumique d'après □ 11 : ce n'est pas la bonne intégrale.

$$\text{AN : } e_M = 5 \text{ mV}.$$

- 14 - des tensions parasites de quelques mV peuvent exister en continu où à 50 Hz du fait de l'environnement industriel.

- 15 - La couche limite est celle où les phénomènes de viscosité ne peuvent être négligés. Sans viscosité, la vitesse serait uniforme; on en déduit (Fig. 8) que $\Delta = A_p A_\infty$.

- 16 - Le calcul des intégrales de □ 11 conduit à

$$v_{\text{moy}} = v_0 \left[1 - \frac{1}{p+1} \right] \text{ et } v_{\text{moy}}^{\text{débit}} = v_0 \left[1 - \frac{2}{p+2} \right].$$

La différence relative vaut sensiblement $\frac{1}{p}$ pour p grand. On en déduit qu'il faut $p \gg 100$.

L'étude de $f(r)$ montre que $\Delta = A_p A_\infty = \frac{a}{p}$.

soit $\text{Re } p^2 = 10000$, ce qui est bien compatible avec $\text{Re } p = 2000$.

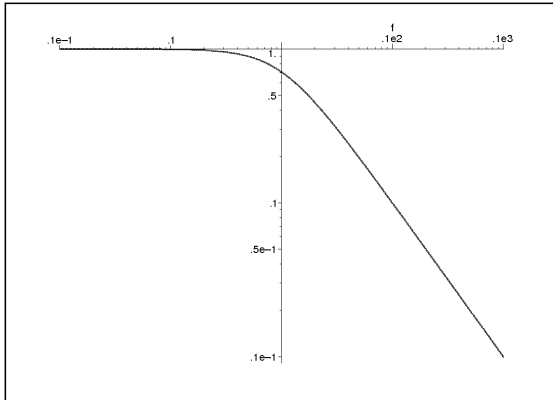
- 17 - En remplaçant □ 11 dans □ 13, on obtient :

$$e_M = \frac{2B}{a} D_{vol}. \text{ A.N : } D_{vol} = 0,55 \text{ L.s}^{-1}. \text{ Il faut}$$

environ trois minutes pour remplir la baignoire.

- 18 - $R_1 V_1 = R_1 R_2 V_e$. Le filtre de sortie est un passe bas. R doit être grand devant l'impédance de sortie du multiplieur, par exemple $1 M\Omega$. La

capacité vaut alors $C = \frac{1}{2 R f_c} = 150 \mu F$.



- 19 - A la sortie du multiplieur, on trouve deux composantes de fréquence $f_b - f_0$ et $f_b + f_0$.

La moins bien filtrée sera la première: son amplitude complexe à la sortie du filtre sera proportionnelle à

$\frac{1}{j \frac{f_b - f_0}{f_c}}$. Un filtre passe bande aura quand à lui une amplitude de sortie proportionnelle à

$$\frac{1}{jQ \frac{f_b}{f_0} - f_0/f_b} \approx \frac{1}{j2Q \frac{f_b - f_0}{f_0}}$$

pour $f_b \approx f_0$. Les deux expressions se rejoignent si $Q = f_0/2f_c$ selon ce point de vue, soit $Q = 20$ (au lieu de 40 dans l'énoncé). Le bruit à 50 Hz sera atténué d'un facteur 10, ce qui est peut être un peu faible. Une fréquence plus élevée aurait sans doute donné un meilleur résultat.

$$\begin{aligned} V_x &= k A \cos \omega_0 t \frac{R_1 R_2}{R_1} e_{CD} \\ &= k A \frac{B_1}{a} \cos 2\omega_0 t \frac{R_1 R_2}{R_1} D_{vol} \end{aligned}$$

Après filtrage, il vient :

$$V_s = k A \frac{B_1}{a} \frac{R_1 R_2}{R_1} D_{vol}$$