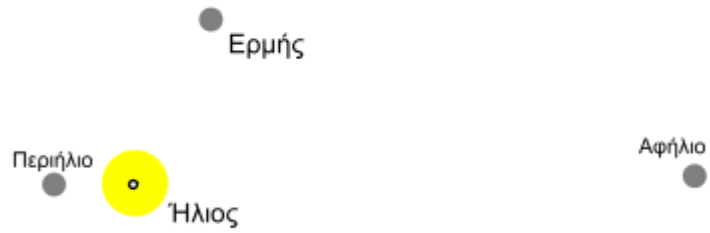


Η τροχιά του πλανήτη Ερμή

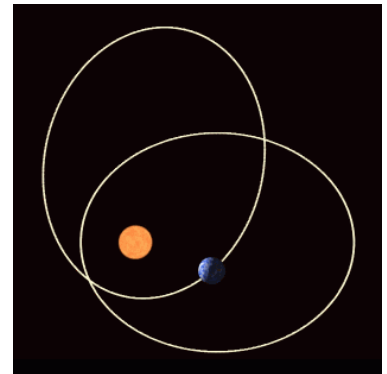
Μια φορά κι έναν καιρό σε ένα σχολείο, στο μάθημα της Αστρονομίας, ο καθηγητής Φυσικής μίλησε στους μαθητές για τη θεωρία του Νεύτωνα, έδειξε στους μαθητές το διπλανόσχήμα 1, που δείχνει την τροχιά του πλανήτη Ερμή και τους είπε ότι είναι ελλειπτική, με εκκεντρότητα $0,21$. Στη συνέχεια άκουσε ερωτήσεις από τα παιδιά:



σχήμα 1

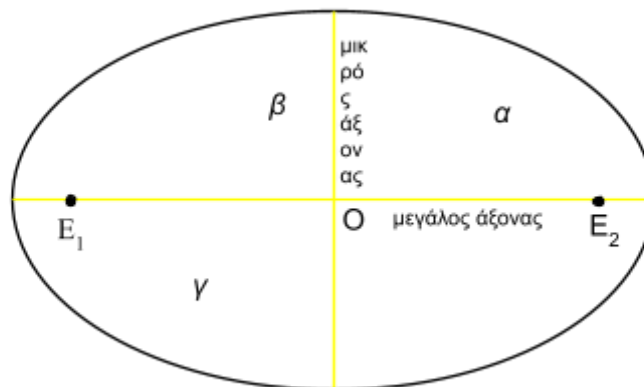
- α) Τι σημαίνει έλλειψη;
- β) Τι εννοεί εκκεντρότητα $0,21$;
- γ) Τι σημαίνει ελλειπτική τροχιά; Γύρω από ποιο σημείο γυρίζει δηλαδή ο Ερμής;
- δ) Όταν περνάει από το περιήλιο ή από το αφήλιο έχει μεγαλύτερη ταχύτητα;
- ε) Καθώς κινείται από το αφήλιο προς το περιήλιο, το πεδίο βαρύτητας παράγει θετικό ή αρνητικό έργο στον Ερμή;
- στ) Μπορούμε να σχεδιάσουμε την ταχύτητα του κέντρου του πλανήτη κατά την περιφορά του γύρω από τον Ήλιο;
- ζ) Ένας μαθητής απορημένος ρώτησε: «Μα όλα τα εξήγησε αυτός ο Νεύτωνα;». Και τότε ο καθηγητής τους είπε κάτι που εξήγησε ο Αϊνστάιν.

«Ο Ερμής κινείται σε ελλειπτική τροχιά, αλλά η έλλειψη αντί να είναι σταθερή, περιφέρεται γύρω από τον Ήλιο, όπως φαίνεται στη διπλανή εικόνα. Γιατί;»



Απάντηση

- α) Έλλειψη ονομάζεται ο γεωμετρικός τόπος των σημείων επιπέδου, των οποίων το άθροισμα των αποστάσεων από τα δύο σταθερά σημεία E_1 και E_2 είναι σταθερό και ισούται με $2a$.



σχήμα 2

Ας παρατηρήσουμε το σχήμα 2.

Τα σημεία E_1 και E_2 λέγονται εστίες της έλλειψης και η απόσταση μεταξύ τους είναι $E_1E_2 = 2\gamma$, $\alpha > \gamma, \alpha > 0, \gamma \geq 0$

Το μέσο O του ευθύγραμμου τμήματος E_1E_2 ονομάζεται κέντρο της έλλειψης. Το κέντρο της έλλειψης αποτελεί κέντρο συμμετρίας αυτής.

Κάθε ευθύγραμμο τμήμα που έχει ως άκρα δύο διαφορετικά σημεία της έλλειψης και διέρχεται από το κέντρο αυτής ονομάζεται διάμετρος της έλλειψης.

Μία έλλειψη έχει δύο άξονες συμμετρίας, οι οποίες είναι η μικρότερη και η μεγαλύτερη διάμετρος της. Αυτές ονομάζονται μικρός και μεγάλος άξονας αντίστοιχα. Ο μεγάλος άξονας της έλλειψης έχει μήκος 2α , γεγονός που προκύπτει εύκολα από τον ορισμό της έλλειψης. Ο μικρός άξονας έχει μήκος 2β .

β) Ο λόγος $\frac{\gamma}{\alpha} = \varepsilon$, $0 \leq \varepsilon < 1$ ονομάζεται εκκεντρότητα της έλλειψης.

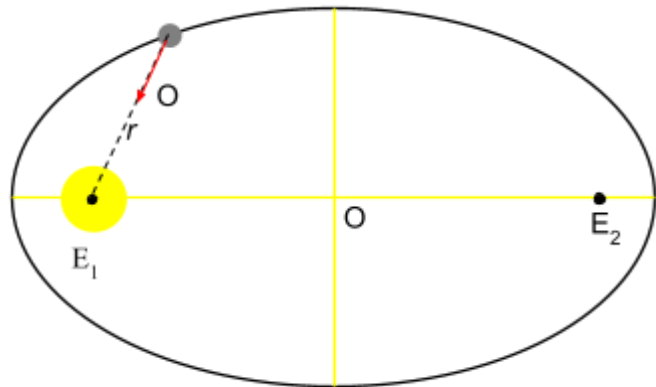
Η εκκεντρότητα της έλλειψης, δηλώνει πόσο 'στενή' ή 'πλατιά' είναι η έλλειψη.

Αν $\varepsilon = 0$ έχουμε κύκλο, ενώ για ε κοντά στο 1 μία 'μακρόστενη' έλλειψη. Συνεπώς ο κύκλος είναι έλλειψη με 0 εκκεντρότητα.

Για την ελλειπτική τροχιά επομένως του Ερμή $\varepsilon = 0,21$ και είναι η μεγαλύτερη εκκεντρότητα από όλους τους άλλους πλανήτες. Ο Πλούτωνας έχει μεγαλύτερη εκκεντρότητα $\varepsilon = 0,25$ αλλά δε θεωρείται πλέον πλανήτης...

γ) Ελλειπτική τροχιά προφανώς σημαίνει ότι η τροχιά είναι καμπύλη και έχει σχήμα έλλειψης. Για να καταλάβουν οι μαθητές γύρω από ποιο σημείο περιφέρεται ο Ερμής, ο καθηγητής έκανε το σχήμα 3.

Σχεδίασε την βαρυτική έλξη F_g που ασκεί ο Ήλιος στον Ερμή, πάνω στη διάκεντρο των δύο σωμάτων. Η κατεύθυνσή της υποδηλώνει το ελκτικό κέντρο, δηλαδή το κέντρο του Ήλιου, το οποίο βρίσκεται στη μια εστία της ελλειπτικής τροχιάς.



σχήμα 3

δ) Όταν ο Ερμής περνάει από το περιήλιο, βρίσκεται στη μικρότερη απόσταση από τον Ήλιο, ενώ στο αφήλιο βρίσκεται στη μεγαλύτερη απόσταση (σχήμα 1). Ο Ερμής όμως κινείται υπό τη δράση μόνο της βαρυτικής έλξης του Ήλιου, που είναι διατηρητική δύναμη, άρα η Μηχανική Ενέργεια του συστήματος Ήλιος-Ερμής διατηρείται.

$$E_{\mu\eta\chi} = \text{σταθ.} \Leftrightarrow K + U = \text{σταθ.} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv^2 - G \frac{M_H \cdot m}{r} = \text{σταθ.}$$

Η τελευταία εξίσωση μας λέει ότι όταν η απόσταση r από το κέντρο του Ήλιου μειώνεται, η δυναμική ενέργεια του συστήματος μειώνεται, άρα αυξάνεται η κινητική ενέργεια του πλανήτη και επομένως και το μέτρο της ταχύτητας. Επομένως στο **περιήλιο** έχει τη μεγαλύτερη κατά μέτρο ταχύτητα.

ε) Όπως είδαμε στην ερώτηση (δ) η ταχύτητα στο αφήλιο είναι κατά μέτρο μικρότερη από την αντίστοιχη στο περιήλιο. Προφανώς και η κινητική ενέργεια στο αφήλιο είναι κατά μέτρο μικρότερη από την αντίστοιχη στο περιήλιο. Άρα καθώς ο πλανήτης κινείται από το αφήλιο προς το περιήλιο επιταχύνεται.

Αν παίρναμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για τις δύο τυχαίες θέσεις Γ και Δ, που φαίνονται στο σχήμα 4, θα είχαμε

$$W_{Fg(\Gamma \rightarrow \Delta)} = \Delta K = K_{\Delta} - K_{\Gamma}$$

$$\xrightarrow{K_{\Delta} > K_{\Gamma}} W_{Fg(\Gamma \rightarrow \Delta)} > 0$$

Άρα το βαρυτικό πεδίο παράγει θετικό έργο.

στιγμιαία κυκλική τροχιά

στ) Ας παρατηρήσουμε το σχήμα 5.

Η ταχύτητα \vec{v} του κέντρου του Ερμή όταν διέρχεται από το σημείο Γ είναι εφαπτόμενη στην ελλειπτική τροχιά και αναλύεται σε δύο συνιστώσες:

- ακτινική \vec{v}_r

με φορά προς το κέντρο του Ήλιου, που εκφράζει το ρυθμό μεταβολής της

στιγμιαίας ακτίνας: $v_r = \frac{dr}{dt}$

- γραμμική \vec{v}_γ κάθετη στην ακτίνα r , που εκφράζει τη γωνιακή ταχύτητα:

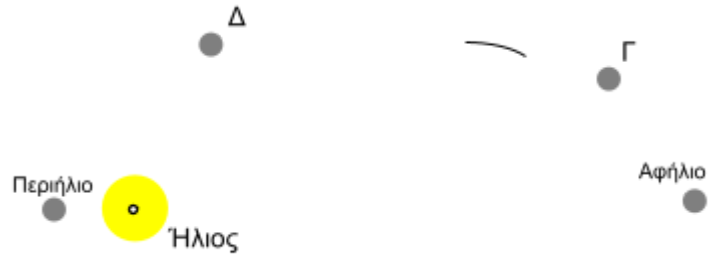
$$v_\gamma = \omega \cdot r$$

Η (πρώτη) ακτίνα καμπυλότητας της έλλειψης στο σημείο Γ, είναι η ΓΕ, με το σημείο Ε να βρίσκεται στο σημείο τομής της καθέτου στην ταχύτητα, με το μεγάλο ημιάξονα.

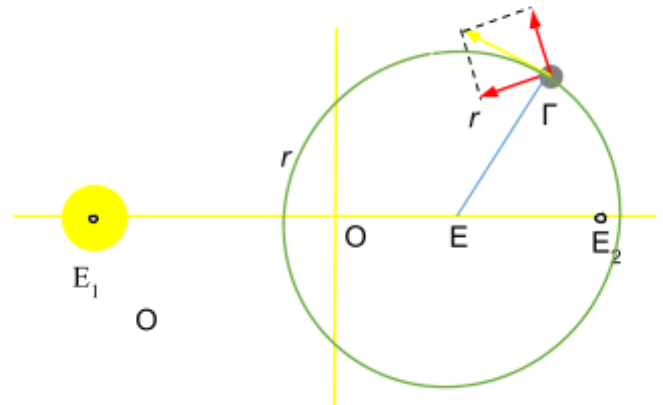
Στη θέση αυτή, με βάση και το ερώτημα (ε), ο πλανήτης επιταχύνεται άρα αυξάνεται το μέτρο της \vec{v} .

ζ) Ο Αϊνστάιν διατύπωσε τη Γενική Θεωρία της Σχετικότητας για τη βαρύτητα, η οποία με απλά λόγια λέει ότι ο χώρος και ο χρόνος (χωροχρόνος), καμπυλώνεται εξαιτίας της βαρύτητας του Ήλιου όπως φαίνεται στη διπλανή εικόνα.

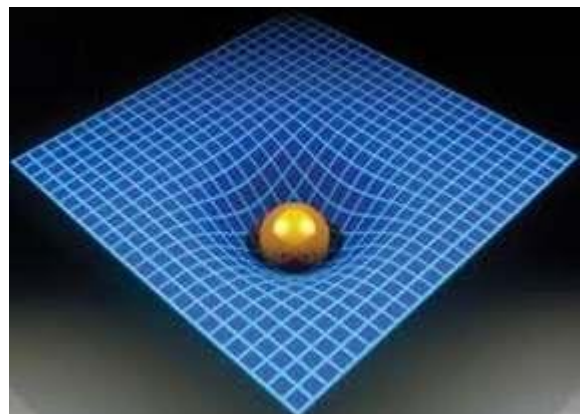
Οι πλανήτες κινούνται στις τροχιές του καμπύλου χωροχρόνου, που λέγονται γεωδαισιακές. Η γεωδαισιακή είναι η καμπύλη με το μικρότερο μήκος,



σχήμα 4



σχήμα 5



όπως η ευθεία στον επίπεδο Ευκλείδειο χώρο. Ο Ερμής είναι πολύ κοντά στον Ήλιο και η επίδραση της Ηλιακής βαρύτητας τεράστια.

Κάθε τροχιά του Ερμή μετατοπίζεται κατά 0,00038 μοίρες από την προηγούμενη τροχιά και θέλει 88 μέρες για να ολοκληρώσει την περιφορά του, άρα μετά από 100 χρόνια που ο Ερμής κάνει 415 τροχιές, η τροχιά του μετατοπίζεται κατά 574 δευτερόλεπτα του τόξου.

Τα αποτελέσματα αυτά, που είχαν καταγράψει οι αστρονόμοι, τα εξάγουν και οι εξισώσεις του Αϊνστάιν!!!

Ήταν και μια τρανταχτή απόδειξη της ορθότητας της νέας τότε και δυσκολοχώνευτης από τους Φυσικούς της εποχής, θεωρίας...

Σχόλια

α) Αποδεικνύεται ότι σε κάθε σημείο μιας καμπύλης, μπορούμε να φέρουμε μια και μόνο μια περιφέρεια, η οποία να εφάπτεται της καμπύλης στο σημείο αυτό. Η ακτίνα της λέγεται ακτίνα καμπυλότητας της τροχιάς στο σημείο αυτό.

Μπορείτε να δείτε μια προσομοίωση υπολογισμού της ακτίνας καμπυλότητάς [ΕΔΩ](#) από τον Γιάννη Κυριακόπουλο.

β) Μια κινούμενη εικόνα, που αισθητοποιεί την μετατόπιση της τροχιάς του Ερμή, μπορείτε να δείτε

[ΕΔΩ](#)

Ανδρέας Ριζόπουλος