

Тема: Ознаки зростання і спадання функції. Розв'язування вправ

Посилання

на

підручник:

<https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-10-klas-2018/14-matematyka-10-klas/merzlyak-ag-matematyka-alg-i-poch-analizu-ta-geom-riven-sta-ndartu-10-kl.pdf>

Матеріали до теми:

Ознаки зростання і спадання функції

Ви знаєте, що коли функція є константою, то її похідна дорівнює нулю. Виникає запитання: якщо функція f є такою, що для всіх x із проміжку I виконується рівність $f'(x) = 0$, то чи є функція f константою на проміжку I ?

Теорема 1 (ознака сталості функції). Якщо для всіх x із проміжку I виконується рівність $f'(x) = 0$, то функція f є константою на цьому проміжку.

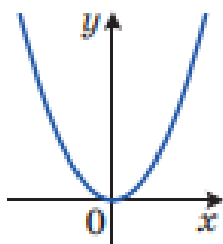


Рис. 1

На рисунку 1 зображено графік функції $f(x) = x^2$. Ця функція має такі властивості: на проміжку $(-\infty; 0)$ вона спадає, а на проміжку $(0; +\infty)$ зростає. При цьому на проміжку $(-\infty; 0)$ похідна $f'(x) = 2x$ набуває від'ємних значень, а на проміжку $(0; +\infty)$ — додатних значень.

Цей приклад показує, що знак похідної функції на деякому проміжку I пов'язаний з тим, чи є ця функція зростаючою (спадною) на проміжку I .

Зв'язок між знаком похідної та зростанням (спаданням) функції установлюють такі дві теореми.

Теорема 2 (ознака зростання функції). Якщо для всіх x із проміжку I виконується нерівність $f'(x) > 0$, то функція f зростає на цьому проміжку.

Теорема 3 (ознака спадання функції). Якщо для всіх x із проміжку I виконується нерівність $f'(x) < 0$, то функція f спадає на цьому проміжку.

Задача 1. Знайдіть проміжки зростання (спадання) функції $f(x) = x^2 - 2x$.

Розв'язання. Маємо: $f'(x) = 2x - 2$. Розв'язавши нерівності $2x - 2 > 0$ і $2x - 2 < 0$, доходимо висновку: $f'(x) > 0$ на проміжку $(1; +\infty)$; $f'(x) < 0$ на проміжку $(-\infty; 1)$. Отже, функція f зростає на проміжку $(1; +\infty)$ і спадає на проміжку $(-\infty; 1)$.

На рисунку 2 зображено графік функції $f(x) = x^2 - 2x$. З рисунка видно, що насправді функція f зростає на проміжку $[1; +\infty)$ і спадає на проміжку $(-\infty; 1]$, включаючи точку $x = 1$.

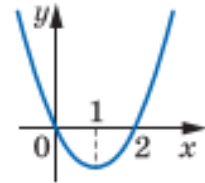


Рис. 2

Записуючи відповідь, керуватимемося таким правилом: якщо функція є диференційовною в якомусь із кінців проміжку зростання (спадання), то цю точку приєднують до цього проміжку. У наведеному прикладі функція $f(x) = x^2 - 2x$ є диференційовною в точці $x = 1$, тому цю точку приєднали до проміжків $(1; +\infty)$ і $(-\infty; 1)$.

Відповідь: зростає на $[1; +\infty)$, спадає на $(-\infty; 1]$. ◀

Задача 2. Знайдіть проміжки зростання і спадання функції $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$.

Розв'язання. Маємо: $f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 3(x + 3)(x - 1)$.

Дослідимо знак похідної (рис. 3) та врахуємо диференційовність функції f у точках $x = -3$ і $x = 1$. Отримуємо, що функція f зростає на кожному з проміжків $(-\infty; -3]$ і $[1; +\infty)$ та спадає на проміжку $[-3; 1]$. ◀

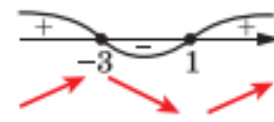


Рис. 3

Завдання:

1. Опрацювати теоретичний матеріал §3, п. 22.
2. Законспектувати теореми.
3. Виконати письмово вправи: 22.1, 22.3; усно: 22.5, 22.6.
4. Переглянути відеоматеріали за посиланням:

<https://www.youtube.com/watch?v=6sBqKjZ4YFE>

ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!!! Роботу виконувати у робочому або окремому зошиті (якщо робочий залишився у гуртожитку), фотографувати і надсилати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net , у темі листа вказувати – ПІБ, предмет, номер групи.

Можна підготувати мультимедійну презентацію з теми і надіслати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net .