



www.dalles-matte.se

Uppgifter på förändringshastighet och derivata

I detta häfte hittar du uppgifter på alla olika betygsnivåer inom "förändringshastighet och derivata". Behöver du genomgångar på teorin kan du gå till min hemsida via denna länk:

[Välj dina genomgångar du vill se i denna länk](#)

Det är 22 uppgifter och du väljer själv om du ska göra alla eller om du väljer ut vissa uppgifter.

Facit till uppgifterna finns i slutet av häftet.

1. Bestäm

a) $\lim_{x \rightarrow 0} 3^x$

b) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 7x}{2(x - 7)}$

(3/0/0)

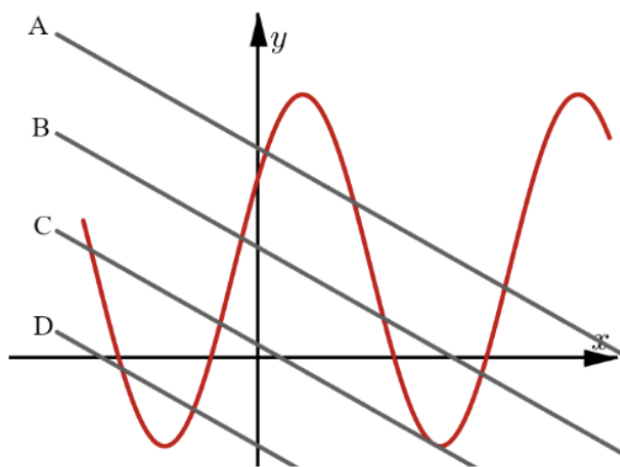
2. Punkterna $(2, 2)$ och $(6, 18)$ ligger på kurvan $y = \frac{x^2}{2}$

a) Bestäm ändringskvoten, $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, mellan de givna punkterna.

b) Förklara med ord vad du beräknat i a).

(2/0/0)

3. Vilken av linjerna är en tangent till kurvan?



☐ A

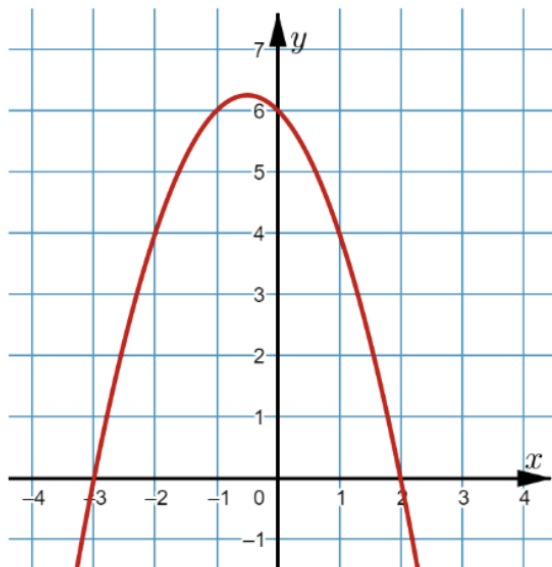
☐ B

☐ C

☐ D

(1/0/0)

4. Figuren nedan visar grafen $y = f(x)$.



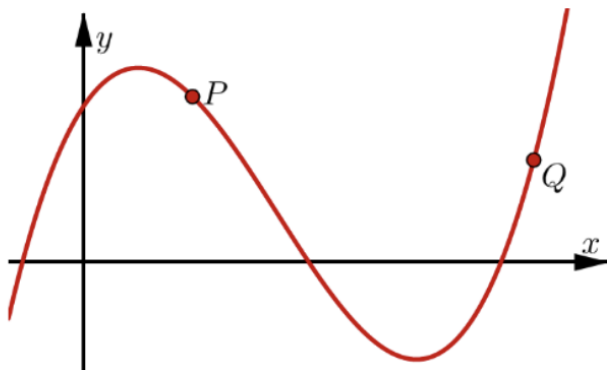
Rita in följande i figuren.

- a) En tangent till grafen med lutningen 3.

- b) En sekant till grafen med lutningen -1 .

(2/0/0)

5. I figuren visas grafen till en tredjegradsfunktion.



Rita i figuren

- a) en tangent till kurvan i punkten P .

- b) en sekant som går genom punkten Q .

(2/0/0)

6. Bestäm $f'(x)$ för funktionen $f(x) = 10x$ genom att använda derivatans definition.

(2/0/0)

7. Derivera funktionerna.

a) $f(x) = x^3 + x^2 - 7$

b) $y = 3\sqrt{x}$

c) $g(x) = \frac{2}{x^2}$ (3/0/0)

8. Beräkna $f'(2)$ då $f(x) = x^2 + 3x$ (2/0/0)

9. Bestäm riktningskoefficienten k för tangenten till funktionen $y = x^3$ i punkten $(2, 8)$. (1/0/0)

10. Grafen till funktionen $f(x) = 3x^2 - 4x + 10$ har en tangent där $x = -2$.
Bestäm tangentens lutning. (2/0/0)

11. Lös ekvationerna och svara exakt.

a) $x^5 = 25$

b) $e^x = 25$ (2/0/0)

12. Lös ekvationerna. Svara exakt.

a) $e^x = 10$

b) $2x^7 = 10$

c) $(x - 1)^3 = 8$ (3/0/0)

13. $f(x) = 2x^3 - x^2 + 1$

Bestäm ekvationen för kurvans tangent där $x = -1$

(2/1/0)

14. Derivera med hjälp av deriveringsreglerna.

a) $y = 7x^3 - x - 8$

b) $y = 0,5x^2 - 0,8$

c) $y = 2x^{-2} - 3x^{-3}$

d) $y = \frac{2x^2}{3} - \frac{6}{x^2}$

e) $y = x^{\frac{1}{3}} + x$

(3/2/0)

15. Bestäm derivatan av

a) $f(x) = x^{101} + 101x$

b) $f(x) = 3e^x + e^2$

c) $f(x) = 4^{-x}$

d) $f(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{x}$

(3/2/0)

16. Bestäm följande gränsvärden.

a) $\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{9h + 3h^2}{h} \right)$

b) $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{x^2 - 8x + 16}{x^2 - 4x} \right)$

(1/1/0)

17. Derivera och lös ekvationen $y' = 0$ om $y = e^{2x} - x$.
Svara exakt.

(1/1/0)

18. Derivera

a) $y = 5x^4 - x^2$

b) $y = 1 - x$

c) $y = \frac{x^{n+1}}{n+1}$, där n är en konstant

(2/0/1)

19. Bestäm $f'(x)$ om

a) $f(x) = 8^x$

b) $f(x) = 4^{-x} + 55x$

c) $f(x) = 2 \cdot 0,5^x + \pi$

(1/2/0)

20. För funktionen f gäller att derivatan $f'(x) = 2x$.

Bestäm värdet på

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{h}$$

(0/1/0)

21. Beräkna $f'(2)$.

a) $f(x) = \frac{2x^3 - x^2}{x^4}$

b) $f(x) = \sqrt{2x}$

(0/4/0)

22. $f(x) = 2x^3 + 9x^2$ och $g(x) = 3x^2 + 18x + a$ är två olika funktioner.

För vilka värden på a gäller att $f(x)$ och $g(x)$ tangerar varandra?

(0/1/2)

Facit

1. a) 1

Korrekt svar.

+ E_b

b) 3,5

Godtagbar ansats, till exempel korrekt förkortning av uttrycket med korrekt svar.

+ E_p

+ E_r

2. a) 4

Korrekt svar.

+ E_p

b) Kurvans medellutning i intervallet.

Förklaring som visar på förståelse av vad sekantens lutning är.

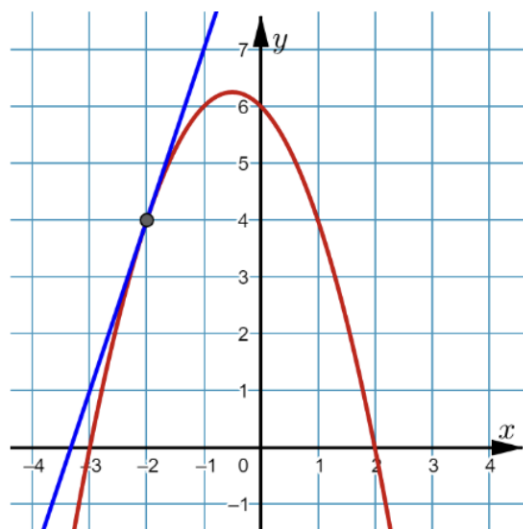
+ E_b

3. C

Korrekt svar.

+ E_b

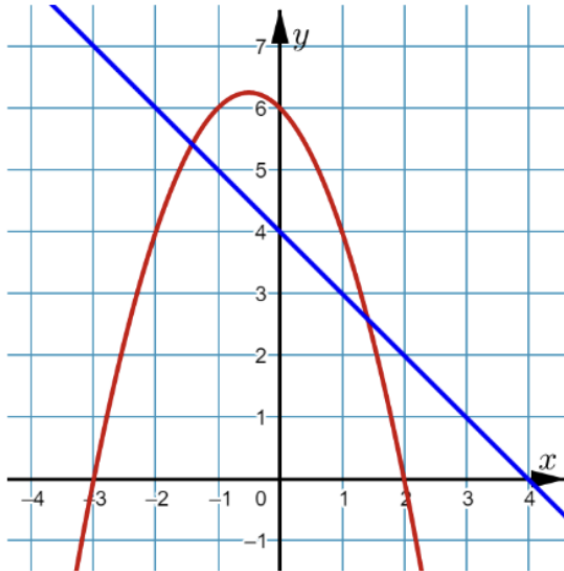
4. a)



Korrekt ritad tangent.

+ E_b

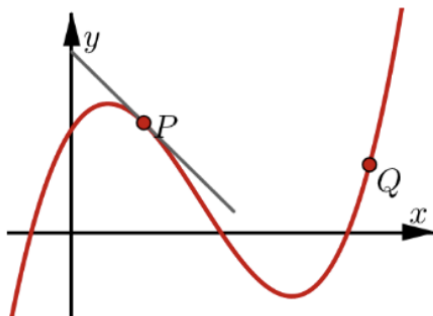
b) Till exempel



Korrekt ritad sekant.

+ E_b

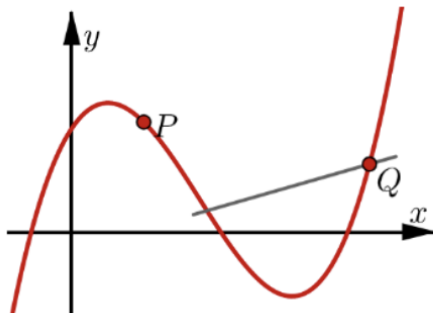
5. a)



Godtagbart ritad tangent.

+ E_b

b) Exempel:



Godtagbart ritad sekant, som skär kurvan i minst två punkter varav en är Q.

+ E_b

6. 10

Korrekt ansats, till exempel korrekt tecknat gränsvärde utifrån derivatans definition.

+ E_b

Korrekt uträknat gränsvärde med hjälp av derivatans definition.

+ E_p

7. a) $f'(x) = 3x^2 + 2x$

Korrekt svar.

+ E_p

b) $y' = 1,5x^{-0,5} \left(= \frac{3}{2\sqrt{x}} \right)$

Korrekt svar.

+ E_p

c) $g'(x) = -4x^{-3} = \left(-\frac{4}{x^3} \right)$

Korrekt svar.

+ E_p

8. $f'(2) = 7$

Godtagbar ansats, t.ex. deriverar korrekt. ($f'(x) = 2x + 3$)

+ E_p

med i övrigt godtagbar lösning och svar.

+ E_p

9. $k = 12$

Korrekt svar.

+ E_p

10. $k = f'(-2) = -16$

Godtagbar ansats, till exempel bestämt $f'(x)$ korrekt

+ E_p

med i övrigt godtagbar lösning och korrekt svar.

+ E_p

11. a) $x = 25^{(1/5)}$; $x = 25^{1/5}$; $x = 25^{**1/5}$

Korrekt svar.

+ E_p

b) $x = \ln 25$; $x = 2\ln 5$; $x = 2*\ln 5$

Korrekt svar.

+ E_p

12. a) $x = \ln 10$

Korrekt svar

+ E_p

b) $x = 5^{\frac{1}{7}}$ eller $x = \sqrt[7]{5}$

Korrekt svar

+ E_p

c) $x = 3$

Korrekt svar

+ E_p

13. $y = 8x + 6$

Deriverat och bestämt k -värde

+ E_p

Beräknat punktens y -koordinat

+ E_p

Korrekt bestämd ekvation

+ C_p

14. a) $y' = 21x^2 - 1$

Korrekt svar.

+ E_p

b) $y' = x$

Korrekt svar.

+ E_p

c) $y' = -4x^{-3} + 9x^{-4}$

Korrekt svar.

+ E_p

d) $y' = \frac{4}{3}x + 12x^{-3} =$; $y' = \frac{4x}{3} + \frac{12}{x^3}$

Korrekt svar.

+ C_p

e) $y' = \frac{1}{3}x^{\frac{-2}{3}} + 1$

Korrekt svar.

+ C_p

15. a) $f'(x) = 101x^{100} + 101$

Korrekt svar

+ E_p

b) $f'(x) = 3e^x$

Korrekt svar

+ E_p

c) $f'(x) = -4^{-x} \times \ln 4$

Korrekt svar

+ C_p

d) $f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} + x^{-2} = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}$

Godtagbar ansats t ex skriver om funktionen

+ E_p

Korrekt svar

+ C_p

16. a) 9

Korrekt svar.

+ E_p

b) 0

Korrekt svar.

+ C_p

17.

$$x = \frac{\ln \frac{1}{2}}{2} ; \quad x = -\frac{\ln 2}{2}$$

Godtagbar ansats, till exempel korrekt derivata $y' = 2e^{2x} - 1$

+ E_p

med i övrigt godtagbar lösning och svar.

+ C_p

18. a) $y' = 20x^3 - 2x$

Korrekt svar

+ E_p

b) $y' = -1$

Korrekt svar

+ E_p

c) $y' = x^n$

Korrekt svar

+ A_p

19. a) $f'(x) = 8^x \cdot \ln 8$

Korrekt svar.

+ E_p

b) $f'(x) = -4^{-x} \cdot \ln 4 + 55$

Korrekt svar.

+ C_p

c) $f'(x) = 2 \cdot 0,5^x \cdot \ln 0,5$

Korrekt svar.

+ C_p

20. 8

Redovisad godtagbar lösning med korrekt svar.

+ C_b

21. a) $-\frac{1}{4}$

Korrekt deriverat. $f'(x) = -\frac{2}{x^2} + \frac{2}{x^3}$

+ C_p

Korrekt svar.

+ C_p

b) $\frac{1}{2}$

Korrekt deriverat. $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x}}$.

+ C_p

Korrekt svar.

+ C_p

22. $a = -10$ och $a = 54$

Godtagbar ansats, t ex deriverar båda funktionerna och sätter derivatorna lika

$$f'(x) = g'(x)$$

+ C_{pl}

Hittar att funktionerna har samma derivata då $x = -3$ och $x = 1$

+ A_{pl}

med i övrigt godtagbar lösning och svar.

+ A_{pl}