Banque « Agro »
A et AE - 0302

PHYSIQUE

Durée : 3 h 30

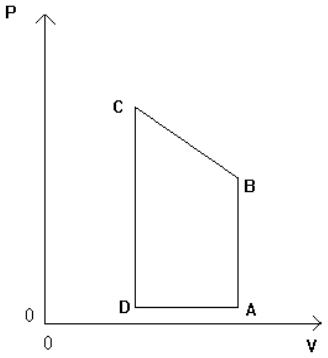
L'usage d'une calculatrice est autorisé pour cette épreuve

NB : les parties A, B, C, D, E et F sont indépendantes entre elles

QUELQUES ASPECTS DE LA CIRCULATION SANGUINE

A) LE CŒUR, MOTEUR DE LA CIRCULATION SANGUINE :

La circulation du sang dans l'organisme est assurée par le cœur, qui joue le rôle de pompe. Le cycle cardiaque, représenté dans un diagramme de Watt (P,V) concerne le ventricule gauche du cœur, principale partie active du cœur du point de vue mécanique ; ce cycle est représenté sur le graphe ci-dessous, qui décrit l'évolution de la pression et du volume du sang circulant dans ce ventricule :



$V_A = V_B = 150\ cm^3$ $\qquad$ $V_C = V_D = 90\ cm^3$

$P_A - P_0 = P_D - P_0 = 10$ mm Hg $\qquad$ $P_B - P_0 = 80$ mm Hg

$P_C - P_0 = 120$ mm Hg

où $P_0 = 760$ mm Hg représente la pression atmosphérique

On rappelle que : 760 mm Hg = $1{,}013.10^5$ Pa

On admettra qu'on peut considérer le cycle comme étant décrit de manière réversible.

A-1) Préciser, en justifiant rapidement la réponse, dans quel sens le cycle est décrit. La pression P_0 joue-t-elle un rôle dans le raisonnement ? On justifiera succinctement la réponse à cette dernière question.

A-2)
A-2-1) Déterminer littéralement, en fonction de V_A, V_C, P_A, P_B et P_C le travail fourni par le cœur au cours de chaque cycle. La pression P_0 intervient-elle dans le résultat ? On justifiera succinctement la réponse à cette dernière question.

A-2-2) Déterminer numériquement le travail fourni par le cœur au cours de chaque cycle.

A-3) Pour un cœur décrivant 70 cycles par minute, quelle est la puissance fournie par le cœur ?

Tournez la page SVP

B) QUELQUES CALCULS DE PUISSANCES :

A titre de comparaison, on se propose de déterminer l'ordre de grandeur de la puissance fournie par un système électrique.

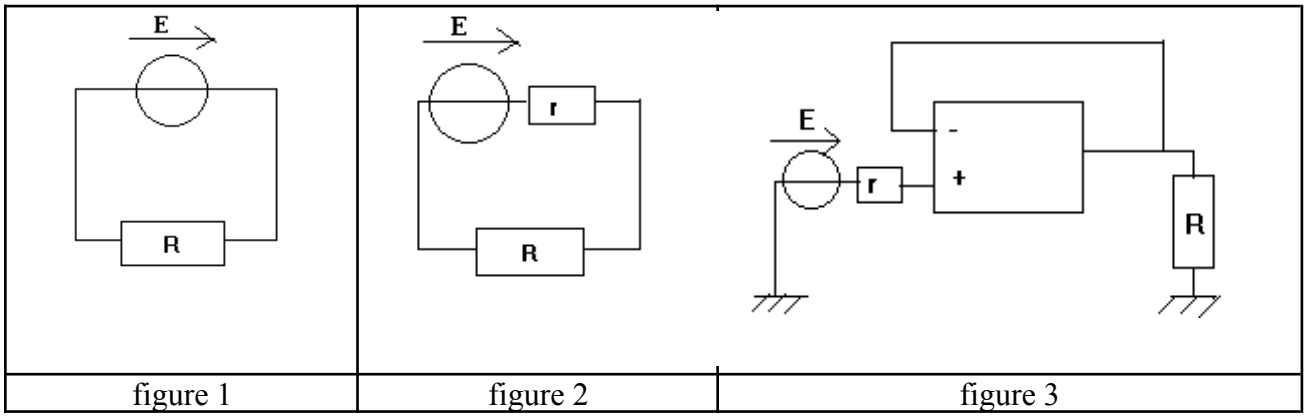


figure 1 | figure 2 | figure 3

B-1) On considère le montage électrique de la figure 1, dans lequel le générateur est un générateur idéal de tension continue, de force électromotrice constante E et R une résistance.

a) Déterminer en fonction de E et R la puissance P_g fournie par le générateur.
b) Déterminer également la puissance P_J dissipée par effet Joule dans la résistance.
c) Evaluer le rapport $\rho = P_J/P_g$. Conclure.
d) Application numérique :
On considère un générateur de force électromotrice E = 12 V alimentant un montage électronique de résistance $R = 10^2\ \Omega$. Déterminer P_g. Comparer numériquement P_g à la puissance déterminée précédemment (dans la question A-3)

B-2) Dans une modélisation plus réaliste, il faut prendre en compte la résistance interne r (faible, mais non nulle) du générateur de tension continue. On considère donc le montage de la figure 2.

a) Déterminer en fonction de E, r et R la puissance totale P_g fournie par le générateur, c'est-à-dire globalement dissipée par effet Joule dans la résistance de charge R et la résistance r.
b) Déterminer également la puissance P_J dissipée par effet Joule dans la résistance de charge R.
c) Evaluer le rapport $\rho = P_J/P_g$. Conclure. Si l'on a le choix de la valeur de la résistance de charge R, pour E et r fixés, c'est-à-dire pour un générateur donné, comment a-t-on intérêt à choisir R pour optimiser le rendement en puissance ρ ?
d) Déterminer également la valeur de R, pour E et r fixés, permettant d'obtenir la valeur maximale de P_J.
e) Représenter $P_J(R)$. Y a-t-il contradiction entre les deux résultats précédents ? Commenter.

B-3) Pour améliorer le rendement en puissance, on peut aussi envisager le montage de la figure 3, dans lequel l'amplificateur opérationnel est idéal et fonctionne en régime linéaire.

a) Quel est le nom de ce montage ?
b) Quelle est la puissance P_g fournie par le générateur ?
c) Déterminer la puissance P_J dissipée par effet Joule dans la résistance de charge R.
d) Que vaut le rapport $\rho = P_J/P_g$? Commenter le résultat obtenu.

B-4) On considère maintenant un générateur idéal de tension sinusoïdale, c'est-à-dire un générateur délivrant une tension sinusoïdale : $e(t) = E_m.\cos\omega t$. On branche à ses bornes une résistance R, une inductance L et un condensateur C en série.

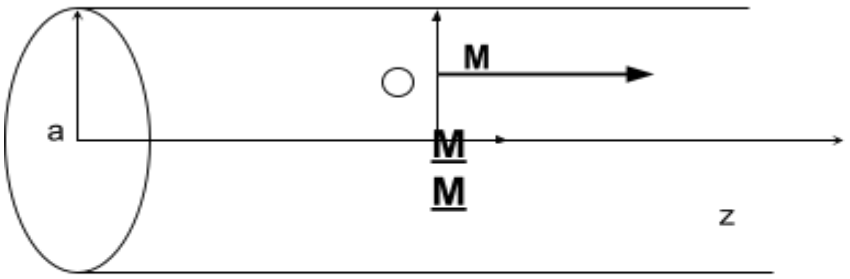
a) En régime sinusoïdal permanent, l'intensité du courant circulant dans le circuit est de la forme : $i(t) = I_m.\cos(\omega t+\phi)$. Déterminer, par la méthode de votre choix, les expressions de I_m et de ϕ en fonction de E_m, ω, R, L et C.

b) En déduire la valeur moyenne temporelle $<P_J>$ de la puissance dissipée par effet Joule dans la résistance R.

c) Évaluer, en valeur moyenne temporelle la puissance $<P_g>$ fournie par le générateur. Évaluer le rapport $\rho = <P_J>/<P_g>$. Conclure.

C) <u>ÉCOULEMENT DU SANG DANS UNE VEINE OU UNE ARTÈRE</u> :

On se propose ici d'étudier de façon très simple la circulation sanguine dans une artère ou une veine, qu'on modélisera comme une canalisation cylindrique de section droite circulaire, de rayon a, d'axe Oz horizontal. Le sang est un liquide (incompressible) visqueux. <u>On négligera la pesanteur dans tout le problème et on supposera, dans les parties C et D, que l'écoulement du sang est permanent.</u> On considérera également dans les parties C et D que l'écoulement est laminaire, ce qu'on étudiera a posteriori dans la question C-2-5. Les notations sont définies sur le schéma ci-dessous. On supposera, dans un modèle simple, que le champ de vitesse est de la forme suivante : $\vec{v}(M) = \vec{v}(r,\theta,z) = v(r)\vec{u}_z$ où r, θ, z sont les coordonnées cylindriques du point M considéré.



: vecteurs unitaires
r, et z : coordonnées cylindriques du point M

C-1)

C-1-1) Rappeler la signification qualitative de la viscosité (la réponse ne doit pas excéder quelques lignes).

C-1-2) On montre qu'il s'exerce sur la surface latérale d'un cylindre de rayon r (inférieur à a) et de hauteur h une force de viscosité $\vec{F}$ colinéaire à $\vec{u}_z$, de module : $\left\|\vec{F}\right\| = S\eta\left|\frac{dv(r)}{dr}\right|$, où :

η = (coefficient de) viscosité dynamique

S = aire de la surface latérale **Tournez la page SVP**

On admettra que v(r) est une fonction décroissante de r.

Montrer qu'entre deux points A et B d'une même ligne de courant, séparés d'une distance L, de cotes respectives z_A et $z_B = z_A + L > z_A$, on obtient :

$$P_A - P_B = -2\eta \frac{L}{r}\frac{dv(r)}{dr} \qquad (1)$$

où : $(P_A - P_B)$ représente la chute de pression entre A et B due au seul effet de la viscosité.

Quelle serait la valeur de $(P_A - P_B)$ dans un liquide parfait (c'est-à-dire sans viscosité) ?

C-2)

C-2-1) L'existence des forces de viscosité entraîne que $v_{(r=a)} = 0$. En considérant $(P_A - P_B)$ comme une donnée connue, déduire alors de l'équation (1) que : $v(r) = \frac{P_A - P_B}{4\eta L}\left(a^2 - r^2\right)$ (2)

où $\frac{P_A - P_B}{L}$ est la perte de pression par unité de longueur dans la canalisation.

Représenter l'allure de v(r). Déterminer la valeur maximale v_M de v(r) en fonction de (P_A-P_B), η, L et a.

C-2-2)

a) Définir le débit de volume Q à travers une section droite quelconque de la canalisation. Que peut-on dire de ce débit de volume ? On justifiera clairement la réponse.

b) Établir l'expression de Q en fonction de $P_A - P_B$, η, L et a. Quel nom porte la loi obtenue ?

c) Quelle analogie peut-on établir entre la loi reliant $P_A - P_B$ à Q et la loi d'Ohm électrocinétique ? Quel nom pourrait-on donner au rapport : $\frac{P_A - P_B}{Q}$?

C-2-3) On définit la vitesse moyenne v_m dans la canalisation par la relation : $v_m . \pi a^2 = \int_0^a v(r).2\pi r dr$

a) Justifier cette définition et déterminer, en utilisant l'expression de v(r) donnée par l'équation (2), v_m en fonction de (P_A-P_B), η, L et a.

b) Exprimer le débit de volume Q en fonction de la vitesse moyenne v_m et du rayon a.

c) Exprimer la vitesse maximale v_M en fonction de la vitesse moyenne v_m.

C-2-4) <u>APPLICATIONS NUMÉRIQUES</u> :

Dans le système circulatoire du corps humain, l'aorte se ramifie en artères qui se divisent en artérioles. Les artérioles se ramifient en capillaires. Le rayon de l'aorte est typiquement : a_{aorte} = 1,0 cm et celui d'un

capillaire est typiquement : $a_{capillaire} = 1{,}0.10^{-3}$cm. La section totale de tous les capillaires mis en parallèle est : $S = 0{,}2\ m^2$. Le débit de volume total est : $Q = 8{,}30.10^{-5}\ m^3.s^{-1}$.

a) Déterminer numériquement la vitesse moyenne d'écoulement du sang dans l'aorte et dans un capillaire

b) Déterminer numériquement la perte de pression par unité de longueur du sang dans l'aorte et dans un capillaire en supposant que les résultats obtenus à la question C-2-3-a) restent valables dans les deux cas (aorte et capillaire). La viscosité du sang est : $\eta = 2{,}0.10^{-3}$ SI. Que peut-on déduire, qualitativement, de la comparaison des deux cas ? Quel(s) phénomène(s) physique(s) néglige-t-on lorsqu'on utilise les résultats obtenus à la question C-2-3-a) ?

C-2-5) On rappelle la définition du nombre de Reynolds pour un écoulement d'un liquide de coefficient de viscosité η, de vitesse moyenne v_m, de masse volumique ρ, à l'intérieur d'une canalisation cylindrique de rayon a : $R_E = \dfrac{2v_m a\rho}{\eta}$

a) Quelle est la dimension de R_E ?

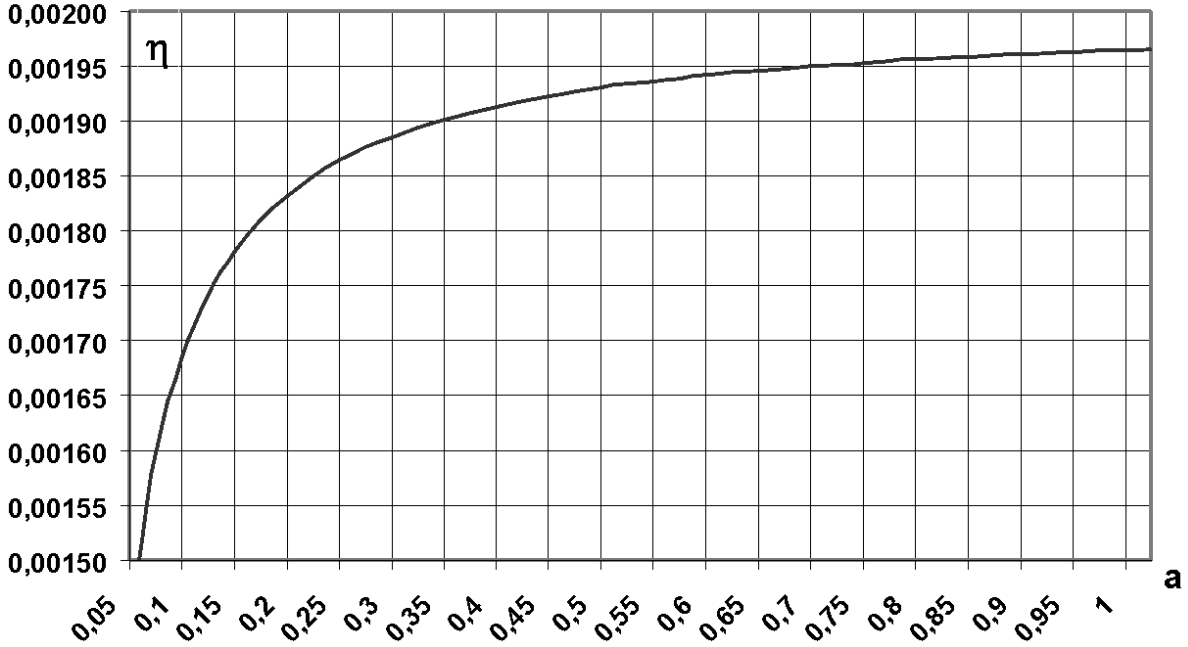
b) Rappeler succinctement la signification physique de R_E (la réponse ne doit pas excéder quelques lignes).

c) Déterminer R_E pour l'écoulement sanguin étudié à la question C-2-4), d'une part dans l'aorte et d'autre part dans un capillaire, sachant que pour le sang : $\eta = 2{,}0.10^{-3}$ SI et que : $\rho = 1{,}03.10^3\ kg.m^{-3}$.
Que peut-on penser de l'hypothèse d'un écoulement laminaire dans chaque cas ?

D) ÉTUDE DE LA VISCOSITÉ DU SANG

On constate expérimentalement que la viscosité η du sang diminue lorsque le rayon a du vaisseau sanguin devient faible (typiquement de l'ordre de 0,5 mm, tout en restant supérieur à 5 µm). Ceci constitue l'effet Fahraéus-Lindqvist, qu'on se propose d'étudier ici. Les propriétés du milieu s'éloignent de celles d'un milieu fluide continu car, lorsque le rayon du vaisseau n'est pas très grand devant les dimensions des hématies, celles-ci forment des agrégats.

On obtient expérimentalement, à la température de 37 °C, la courbe suivante donnant la viscosité η du sang en fonction du rayon a du vaisseau sanguin, le rayon a du vaisseau sanguin étant exprimé en millimètres et la viscosité étant exprimée en unité SI :



Tournez la page SVP

Une étude théorique correspondant au cas des petits vaisseaux permet de modéliser la viscosité selon une loi:

$$\eta = \frac{C}{\left(1+\frac{d}{a}\right)^n}$$

où : a est le rayon du vaisseau sanguin
d est le diamètre moyen d'une hématie : $d = 9.10^{-3}$ mm
C est une constante positive
n est un nombre positif

D-1) Comment peut-on évaluer C ?

D-2) Au vu de la courbe expérimentale ci-dessus, déterminer le nombre n.

D-3) Pour l'eau, on constate que, même lorsque a devient très petit, la viscosité η reste pratiquement constante en fonction de a, contrairement à ce qui se passe pour le sang. Compte tenu des différences entre l'eau et le sang, suggérer une interprétation qualitative de la variation rapide, pour le sang, de η avec a lorsque a devient très petit.

E) **PRISE EN COMPTE DU CARACTÈRE NON PERMANENT DE L'ÉCOULEMENT DU SANG :**

Le cœur jouant le rôle de pompe pour la circulation sanguine, celle-ci, en réalité, n'est pas permanente : la pression du sang éjecté du cœur a, en fonction du temps t, grossièrement, l'allure donnée par la figure 4 :

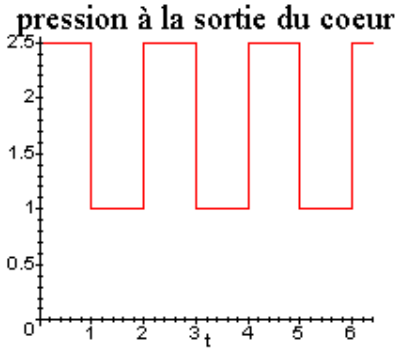


figure 4

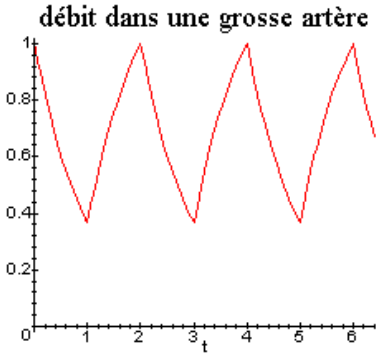


figure 5

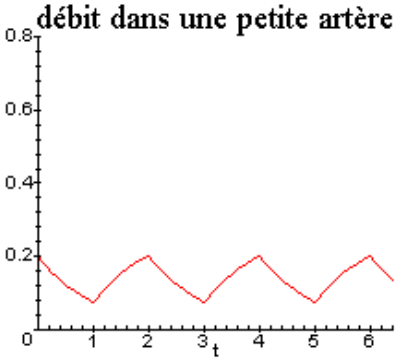


figure 6

La mesure du débit de volume artériel dans une grosse artère ou une petite artère conduit à des résultats expérimentaux ayant l'allure donnée par les figures 5 et 6.
Dans la figure 4, les unités sont arbitraires. Dans les figures 5 et 6, les unités sont également arbitraires, mais ce sont les mêmes dans ces deux figures.
On se propose ici d'étudier un modèle électrique simple permettant de décrire, par analogie, ce phénomène.
On considère le circuit électrique défini par la figure 7, dans laquelle le générateur est un générateur de tension idéal délivrant une tension périodique non sinusoïdale e(t) en forme de "créneaux", de période T, représentée par la figure 8 :

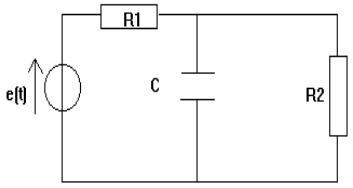


figure 7

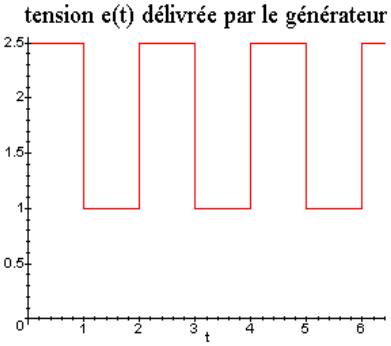


figure 8

$0 \le t < \frac{T}{2}$: $e(t)=E_1 (E_1>0)$

$\frac{T}{2} \le t < T$: $e(t)=E_2 (E_1>E_2>0$

E-1) Écrire l'équation différentielle vérifiée par le courant i_2 circulant dans la résistance R_2.

E-2) Résoudre cette équation différentielle en distinguant les intervalles de temps [0,T/2[et [T/2,T[.

E-3) Représenter l'allure de $i_2(t)$ et la comparer avec celle du débit Q(t) dans une artère. Quelle est l'influence de la résistance R_2 ?

E-4) Proposer une analogie entre les grandeurs mécaniques pression P et débit Q d'une part et les grandeurs électriques force électromotrice e et intensité i_2 d'autre part. Quelle est qualitativement le type de grandeur mécanique analogue à R_2 ? Quel est l'analogue du générateur de tension ?

F) **OBSERVATION EXPÉRIMENTALE D'UN ÉCOULEMENT :**

Pour étudier l'écoulement dans une canalisation, comme on l'a envisagé dans la première partie du problème, on injecte à l'entrée de la canalisation des colorants, ce qui permettra de visualiser les filets de courant. On se propose de filmer ces filets de courant. Pour cela, on utilise le dispositif suivant :

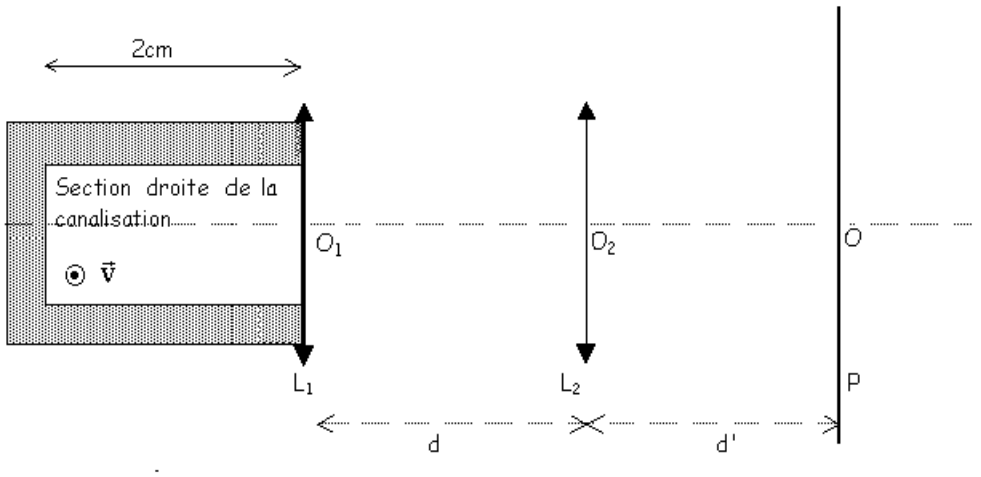


figure 9

$O_1O_2 = d$; $O_2O = d'$; $O_1O = D$; $\vec{v}$ = vitesse du fluide

Pour simplifier l'étude, on supposera que la section droite de la canalisation est un rectangle.

Tournez la page SVP

F-1) Le système optique est constitué de l'association de deux lentilles minces convergentes L_1, L_2 et d'une pellicule de film P (cf figure 9).

- La lentille L_1, fixe, remplace localement la paroi de la canalisation, à l'endroit de l'étude.
- La position de L_2 est variable, la distance d+d' = D entre L_1 et P étant fixe.
- On donne les distances focales images des deux lentilles : $f'_1 = 0{,}5$ cm ; $f'_2 = 2{,}0$ cm.
- L'épaisseur de l'écoulement le long de l'axe optique est égale à 2 cm.

F-1-1) Quelle doit être la valeur de d si l'on veut obtenir sur la pellicule l'image d'un filet de courant situé à la distance x de L_1 ? On supposera : x < 2 cm et x > 0,5 cm. On se contentera d'établir l'équation permettant d'obtenir d, sans résoudre cette équation.

F-1-2) Quel est alors le grandissement γ en fonction de D, d, x et f'_1 ?

F-1-3)

a) APPLICATION NUMÉRIQUE : x = 1,0 cm ; D = 10,0 cm. On rappelle que : $f'_1 = 0{,}5$ cm et que $f'_2 = 2{,}0$ cm. Montrer numériquement qu'il y a alors deux positions possibles pour la lentille L_2 permettant de réaliser l'image du filet de courant sur le film P, c'est-à-dire qu'il existe deux valeurs possibles d_A et d_B de d.

b) Déterminer alors les grandissements γ_A et γ_B correspondants. Ce résultat vous fait-il penser à une méthode connue de détermination de distances focales ?

F-2) Si l'on veut faire une observation directe à l'œil, situé à l'emplacement précédent de la pellicule, comment doit-on choisir d pour que l'œil n'accommode pas ?

F-3)

F-3-1) Rappeler les conditions qui doivent être vérifiées pour que les notions d'objet et d'image aient un sens.

F-3-2) Pour se rapprocher de ces conditions, on peut envisager de diminuer (en utilisant un diaphragme) le diamètre de la lentille L_1. Indiquer qualitativement le phénomène qui risque alors de perturber les observations.

FIN DU PROBLÈME