SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI PHÒNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
Năm học 2020 – 2021

ĐỀ THI MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề).
Chú ý: Đề thi gồm 02 trang. Thí sinh làm bài vào tờ giấy thi.

Bài 1. (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức:

$A = 3\sqrt{7} - \sqrt{28} + \sqrt{175} - 3$;

$B = \dfrac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \dfrac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$ (với $x > 0$).

a) Rút gọn biểu thức A và biểu thức B.

b) Tìm các giá trị của x để giá trị của biểu thức A bằng ba lần giá trị của biểu thức B.

Bài 2. (1,5 điểm)

a) Cho hàm số $y = ax + b$ có đồ thị là đường thẳng (d). Xác định các giá trị của a và b biết (d) song song với đường thẳng $y = -\dfrac{1}{2}x + 2020$ và (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -5.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3(x-1) + 2(x-2y) = 10 \\ 4(x-2) - (x-2y) = 2 \end{cases}$.

Bài 3. (2,5 điểm)

1. Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 1 = 0$ (1) (x là ẩn số, m là tham số).

a) Giải phương trình (1) với $m = 7$.

b) Xác định các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho biểu thức $M = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

2. Bài toán có nội dung thực tế:

Một nhà máy theo kế hoạch phải sản xuất 2100 thùng nước sát khuẩn trong một thời gian quy định (số thùng nước sát khuẩn nhà máy phải sản xuất trong mỗi ngày là bằng nhau). Để đẩy nhanh tiến độ công việc trong giai đoạn tăng cường phòng chống đại dịch COVID-19, mỗi ngày nhà máy đã sản xuất nhiều hơn dự định 35 thùng nước sát khuẩn. Do đó, nhà máy đã hoàn thành công việc trước thời hạn 3 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày nhà máy phải sản xuất bao nhiêu thùng nước sát khuẩn?

Bài 4. (3,5 điểm)

1. Qua điểm A nằm ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến AB và AC của đường tròn (B và C là các tiếp điểm). Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng AC, F là giao điểm thứ hai của đường thẳng EB với đường tròn (O), K là giao điểm thứ hai của đường thẳng AF với đường tròn (O). Chứng minh:

a) Tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp và tam giác ABF đồng dạng với tam giác AKB;

b) $BF.CK = CF.BK$;

c) Tam giác FCE đồng dạng với tam giác CBE và EA là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABF.

2. Một hình nón có bán kính đáy là 5cm, diện tích xung quanh bằng 65π cm^2. Tính chiều cao của hình nón đó.

Bài 5. (1,0 điểm)

a) Cho x, y là hai số thực bất kì. Chứng minh $x^2 - xy + y^2 \ge \frac{1}{3}\left(x^2 + xy + y^2\right)$.

b) Cho x, y, z là ba số thực dương thỏa mãn $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = 2$. Chứng minh

$$\frac{x\sqrt{x}}{x + \sqrt{xy} + y} + \frac{y\sqrt{y}}{y + \sqrt{yz} + z} + \frac{z\sqrt{z}}{z + \sqrt{zx} + x} \ge \frac{2}{3}.$$

-------- Hết --------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Đáp án tham khảo:

Bài 1 (1,5 điểm)

Cách giải:

Cho hai biểu thức: $A = 3\sqrt{7} - \sqrt{28} + \sqrt{175} - 3$ ***và*** $B = \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$ ***với*** $x > 0$.

a) Rút gọn biểu thức A ***và biểu thức*** B.

+) Rút gọn biểu thức A:

$$\begin{aligned} A &= 3\sqrt{7} - \sqrt{28} + \sqrt{175} - 3 \\ &= 3\sqrt{7} - \sqrt{2^2.7} + \sqrt{5^2.7} - 3 \\ &= 3\sqrt{7} - 2\sqrt{7} + 5\sqrt{7} - 3 \\ &= 6\sqrt{7} - 3. \end{aligned}$$

+) Rút gọn biểu thức B:

Điều kiện: $x > 0$.

$$\begin{aligned} B &= \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} \\ &= \frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x} - 1\right)}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x} + 1\right)}{\sqrt{x} + 1} \\ &= \sqrt{x} - 1 + \sqrt{x} \\ &= 2\sqrt{x} - 1. \end{aligned}$$

Vậy với $A = 6\sqrt{7} - 3$ và $B = 2\sqrt{x}$ với $x > 0$.

b) Tìm các giá trị của x để giá trị của biểu thức A bằng ba lần giá trị của biểu thức B.

Điều kiện: $x > 0$.

Theo đề bài ta có: $A = 3B$

$\Leftrightarrow 6\sqrt{7} - 3 = 3.\left(2\sqrt{x} - 1\right)$

$\Leftrightarrow 6\sqrt{7} - 3 = 6\sqrt{x} - 3$

$\Leftrightarrow 6\sqrt{x} = 6\sqrt{7}$

$\Leftrightarrow \sqrt{x} = \sqrt{7}$

$\Leftrightarrow x = 7\ (tm)$

Vậy $x = 7$ thì $A = 3B$.

Câu 2 (2,0 điểm)

Cách giải:

---

a) Cho hàm số $y = ax + b$ có đồ thị là đường thẳng (d). Xác định các giá trị của a và b biết (d) song song với đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x + 2020$ và (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -5.

Vì đường thẳng $(d): y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x + 2020$ nên: $\begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b \ne 2020 \end{cases}$.

Khi đó phương trình đường thẳng (d) có dạng $(d): y = -\frac{1}{2}x + b$, với $b \ne 2020$.

Vì (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -5 nên đường thẳng (d) đi qua điểm $(-5;0)$.

Thay tọa độ điểm $(-5;0)$ và phương trình đường thẳng (d) ta có:

$0 = -\frac{1}{2}.(-5) + b \Leftrightarrow 0 = \frac{5}{2} + b \Leftrightarrow b = -\frac{5}{2}$ (thỏa mãn).

Vậy $a = -\frac{1}{2}$ và $b = -\frac{5}{2}$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3(x-1) + 2(x-2y) = 10 \\ 4(x-2) - (x-2y) = 2 \end{cases}$.

Ta có:

$$\begin{cases}3(x-1)+2(x-2y)=10\\4(x-2)-(x-2y)=2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}3x-3+2x-4y=10\\4x-8-x+2y=2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}5x-4y=13\\3x+2y=10\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}5x-4y=13\\6x+4y=20\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}11x=33\\3x+2y=10\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3\\3.3+2y=10\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x=3\\2y=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3\\y=\dfrac{1}{2}\end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x;y)=\left(3;\dfrac{1}{2}\right)$.

Bài 3 (2,5 điểm)

Cách giải:

1. Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2-1=0$ (1) ***(*** x ***là ẩn số,*** m ***là tham số).***

a) Giải phương trình (1) ***với*** $m=7$.

Với $m=7$ ta có phương trình:

$$x^2-2(7+1)x+7^2-1=0$$
$$\Leftrightarrow x^2-16x+48=0$$
$$\Leftrightarrow x^2-4x-12x+48=0$$
$$\Leftrightarrow x(x-4)-12(x-4)=0$$
$$\Leftrightarrow (x-12)(x-4)=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x-12=0\\x-4=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=12\\x=4\end{array}\right..$$

Vậy với $m=7$ thì phương trình có tập nghiệm là $S=\{4;12\}$.

b) Xác định các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho biểu thức $M=x_1^2+x_2^2-x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2-1=0$ (1) có hai nghiệm x_1, x_2

$$\Leftrightarrow \Delta'\ge 0$$
$$\Leftrightarrow (m+1)^2-m^2+1\ge 0$$
$$\Leftrightarrow m^2+2m+1-m^2+1\ge 0$$
$$\Leftrightarrow 2m+2\ge 0$$
$$\Leftrightarrow m\ge -1.$$

Với $m\ge -1$ thì phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2.

Áp dụng hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=2(m+1)=2m+2\\x_1x_2=m^2-1\end{cases}$.

Theo đề bài ta có:

$$\begin{aligned}M&=x_1^2+x_2^2-x_1x_2\\&=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2-x_1x_2\\&=(x_1+x_2)^2-3x_1x_2\\&=(2m+2)^2-3(m^2-1)\\&=4m^2+8m+4-3m^2+3\\&=m^2+8m+7\\&=m^2+8m+16-9\\&=(m+4)^2-9\end{aligned}$$

Với $m\ge -1 \Rightarrow m+4\ge 3 \Rightarrow (m+4)^2\ge 9 \Rightarrow (m+4)^2-9\ge 0$

$\Rightarrow Min\ M=0$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow m=-1$ (tm).

Vậy $m=-1$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

2. Bài toán có nội dung thực tế:

Gọi số thùng nước sát khuẩn mỗi ngày nhà máy sản xuất được theo kế hoạch là x (thùng), $\left(x < 2100,\ x \in \mathbb{N}^*\right)$.

$\Rightarrow$ Thời gian dự định nhà máy sản xuất xong 2100 thùng nước sát khuẩn là: $\frac{2100}{x}$ (ngày).

Thực tế, mỗi ngày nhà máy sản xuất được số thùng nước sát khuẩn là: $x+35$ (thùng).

$\Rightarrow$ Thời gian thực tế nhà máy sản xuất xong 2100 thùng nước sát khuẩn là: $\frac{2100}{x+35}$ (ngày).

Nhà máy đã hoàn thành xong công việc trước thời hạn 3 ngày nên ta có phương trình:

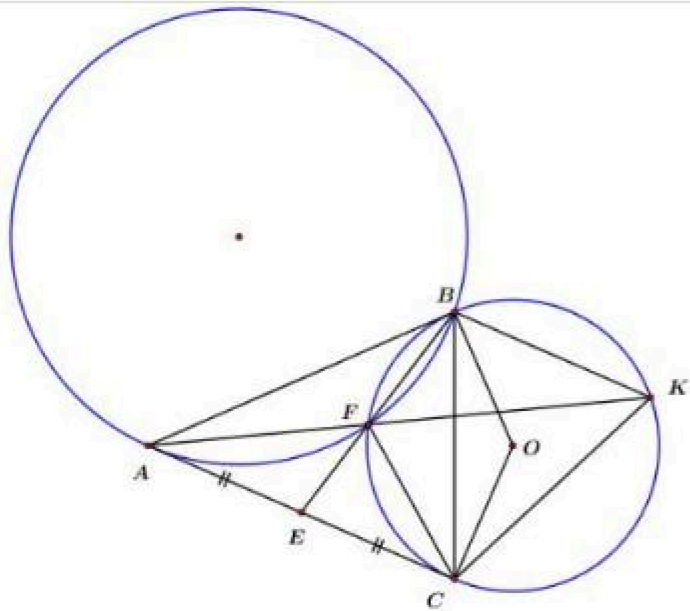
$$\frac{2100}{x} - \frac{2100}{x+35} = 3$$
$$\Leftrightarrow 2100(x+35) - 2100x = 3x(x+35)$$
$$\Leftrightarrow 2100x + 73500 - 2100x = 3x^2 + 105x$$
$$\Leftrightarrow 3x^2 + 105x - 73500 = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 35x - 24500 = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 175x - 140x - 24500 = 0$$
$$\Leftrightarrow x(x+175) - 140(x+175) = 0$$
$$\Leftrightarrow (x+175)(x-140) = 0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+175=0 \\ x-140=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-175\ (ktm) \\ x=140\ (tm) \end{array}\right.$$

Vậy theo kế hoạch, mỗi ngày nhà máy sản xuất được 140 thùng nước sát khuẩn.

Bài 4 (3,5 điểm)

Cách giải:

1. Qua điểm A nằm ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến AB và AC của đường tròn (B và C là các tiếp điểm). Gọi E là trung điểm của của đoạn thẳng AC, F là giao điểm thứ hai của đường thẳng EB với đường tròn (O), K là giao điểm của đoạn thẳng AC, F là giao điểm thứ hai của đường thẳng AF với đường tròn (O). Chứng minh:



a) Tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp và tam giác ABF đồng dạng với tam giác AKB.

Ta có: AB, AC là hai tiếp tuyến của (O) tại B, C

$\Rightarrow \begin{cases} OB \perp AB \\ OB \perp AC \end{cases} \Rightarrow \angle ABO = \angle ACO = 90^0$

Xét tứ giác $ABOC$ ta có:

$\angle ABO + \angle ACO = 90^0 + 90^0 = 180^0$

Mà hai góc này là hai góc đối diện

$\Rightarrow ABOC$ là tứ giác nội tiếp (dhnb). (đpcm)

Xét ΔABF và ΔAKB ta có:

$\angle A$ chung

$\angle AKB = \angle ABF$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung BF)

$\Rightarrow \Delta ABF \sim \Delta AKB$ $(g-g)$ $(đpcm)$.

b) $BF.CK = CF.BK$.

Ta có: $\Delta ABF \sim \Delta AKB$ (cmt)

$\Rightarrow \dfrac{AB}{AK} = \dfrac{BF}{KB} = \dfrac{AF}{AB}$ (các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ).

Xét ΔACF và ΔAKC ta có:

$\angle A$ chung

$\angle AKC = \angle ACF$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung CF)

$\Rightarrow \Delta ACF \sim \Delta AKC\ (g-g)\ (dpcm)$.

$\Rightarrow \dfrac{AC}{AK}=\dfrac{CF}{KC}=\dfrac{AF}{AC}$ (các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ).

Mà $AB = AC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$\Rightarrow \dfrac{AB}{AK}=\dfrac{AC}{AK}=\dfrac{BF}{KB}=\dfrac{CF}{KC}$

$\Rightarrow BF.KC = KB.CF\ (dpcm)$.

c) Tam giác FCE đồng dạng với tam giác CBE và EA là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABF.

Ta có: $\angle BKC = \angle BCE$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung BC)

Lại có: $BFCK$ là tứ giác nội tiếp đường tròn (O)

$\Rightarrow \angle EFC = \angle BKC$ (góc ngoài tại 1 đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

$\Rightarrow EFC = \angle BCE\ (= \angle BKC)$

Xét ΔFCE và ΔCBE ta có:

$\angle E\ chung$

$\angle EFC = \angle ECB\ (cmt)$

$\Rightarrow \Delta FCE \sim \Delta CBE\ (g-g)\ (dpcm)$.

Vì $\Delta FCE = \angle CBE\ (cmt)$

$\Rightarrow \dfrac{FE}{CE}=\dfrac{CE}{BE} \Rightarrow CE^2 = FE.BE = AE^2$

$\Rightarrow \dfrac{EA}{EB}=\dfrac{EF}{EA}$

Xét ΔAEF và ΔBEA ta có:

$\angle AEB\ chung$

$\dfrac{EA}{EB}=\dfrac{EF}{EA}\ (cmt)$

$\Rightarrow \Delta AEF \sim \Delta BEA\ (c-g-c)$

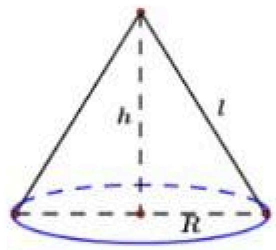
$\Rightarrow \angle FAE = \angle ABE$ (hai góc tương ứng)

Mà $\angle ABE$ là góc nội tiếp chắn cung BF của đường tròn ngoại tiếp ΔABF

$\angle FAE$ được tạo bởi dây cung AF và AE (E nằm ngoài đường tròn)

$\Rightarrow AE$ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔABF. (dpcm)

2. Một hình nón có bán kính đáy là $5cm$, diện tích xung quanh bằng $65\pi\ cm^2$. Tính chiều cao của hình nón đó.



Ta có: $S_{xq} = \pi Rl \Leftrightarrow 5\pi l = 65\pi \Leftrightarrow l = \dfrac{65\pi}{5\pi} = 13\ cm.$

Áp dụng định lý Pitago ta có chiều cao của hình nón là: $h = \sqrt{l^2 - R^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12\ cm.$

Bài 5 (1,0 điểm)

Cách giải:

a) Cho x, y là hai số thực bất kì. Chứng minh $x^2 - xy + y^2 \ge \frac{1}{3}\left(x^2 + xy + y^2\right)$

Ta có:

$$\begin{aligned}
&x^2 - xy + y^2 \ge \frac{1}{3}\left(x^2 + xy + y^2\right) \\
&\Leftrightarrow 3x^2 - 3xy + 3y^2 \ge x^2 + xy + y^2 \\
&\Leftrightarrow 2x^2 - 4xy + 2y^2 \ge 0 \\
&\Leftrightarrow x^2 - 2xy + y^2 \ge 0 \\
&\Leftrightarrow \left(x - y\right)^2 \ge 0 \text{ (luôn đúng)}
\end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra khi $x = y$.

Vậy ta có đpcm.

b) Cho x, y, z là ba số thực dương thỏa mãn $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = 2$. Chứng minh

$$\frac{x\sqrt{x}}{x + \sqrt{xy} + y} + \frac{y\sqrt{y}}{y + \sqrt{yz} + z} + \frac{z\sqrt{z}}{z + \sqrt{zx} + x} \ge \frac{2}{3}$$

Đặt $\begin{cases} a = \sqrt{x} > 0 \\ b = \sqrt{y} > 0 \\ c = \sqrt{z} > 0 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 2$ ta được:

$$VT = \frac{a^3}{a^2 + ab + b^2} + \frac{b^3}{b^2 + bc + c^2} + \frac{c^3}{c^2 + ca + a^2}$$
$$= \frac{a^4}{a^3 + a^2b + ab^2} + \frac{b^4}{b^3 + b^2c + bc^2} + \frac{c^4}{c^3 + c^2a + ca^2}$$

Áp dụng BĐT $\dfrac{a^2}{x} + \dfrac{b^2}{y} \ge \dfrac{\left(a + b\right)^2}{x + y}$ ta có:

$$\frac{a^4}{a^3+a^2b+ab^2}+\frac{b^4}{b^3+b^2c+bc^2}\ge\frac{\left(a^2+b^2\right)^2}{\left(a^3+a^2b+ab^2\right)+\left(b^3+b^2c+bc^2\right)}$$

$$\Rightarrow\frac{a^4}{a^3+a^2b+ab^2}+\frac{b^4}{b^3+b^2c+bc^2}+\frac{c^4}{c^3+c^2a+ca^2}$$

$$\ge\frac{\left(a^2+b^2\right)^2}{\left(a^3+a^2b+ab^2\right)+\left(b^3+b^2c+bc^2\right)}+\frac{c^4}{c^3+c^2a+ca^2}$$

$$\ge\frac{\left(a^2+b^2+c^2\right)^2}{\left(a^3+a^2b+ab^2\right)+\left(b^3+b^2c+bc^2\right)+\left(c^3+c^2a+ca^2\right)}$$

$$=\frac{\left(a^2+b^2+c^2\right)^2}{a^3+a^2b+a^2c+b^3+b^2a+b^2c+c^3+c^2a+c^2b}$$

$$=\frac{\left(a^2+b^2+c^2\right)^2}{a^2\left(a+b+c\right)+b^2\left(a+b+c\right)+c^2\left(a+b+c\right)}$$

$$=\frac{\left(a^2+b^2+c^2\right)^2}{\left(a^2+b^2+c^2\right)\left(a+b+c\right)}$$

$$=\frac{a^2+b^2+c^2}{a+b+c}$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{1}+\frac{b^2}{1}+\frac{c^2}{1}\right)$$

$$\ge\frac{1}{2}.\frac{\left(a+b+c\right)^2}{1+1+1}=\frac{1}{2}.\frac{2^2}{3}=\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow\frac{a^3}{a^2+ab+b^2}+\frac{b^3}{b^2+bc+c^2}+\frac{c^3}{c^2+ca+a^2}\ge\frac{2}{3}\text{ (đpcm)}$$

Dấu "=" xảy ra khi $a=b=c=\frac{2}{3}$.