

Physique dans l'atmosphère

Ce problème traite de divers aspects de physique atmosphérique. Les quatre parties qui le constituent sont indépendantes et peuvent donc être traitées séparément. Les vecteurs sont surmontés d'un chapeau s'ils sont unitaires $\|\hat{u}_r\| = 1$, ou d'une flèche $\vec{g}$ dans le cas général. Un certain nombre de constantes numériques sont données en fin d'énoncé. Pour les applications numériques on utilisera 3 chiffres significatifs. Aucun pré-requis sur l'air humide n'est nécessaire pour traiter la partie I.

I – Formation d'un brouillard

La teneur de l'atmosphère en vapeur d'eau est caractérisée par l'humidité spécifique notée Π qui est le rapport de la masse de vapeur d'eau à la masse d'air sec contenue dans un volume donné. Ce mélange d'air sec et de vapeur d'eau constituant l'atmosphère est appelé air humide, il sera supposé homogène dans tout ce problème. L'air humide, l'air sec et la vapeur d'eau seront assimilés à des gaz parfaits. La pression totale P_0 de l'atmosphère est donc la somme de la pression de la vapeur d'eau, notée P_v , et de celle de l'air sec, notée P_s . On notera par ailleurs M_v et M_s les masses molaires respectives de l'eau et de l'air sec. Les valeurs numériques correspondantes sont rappelées en fin de problème. On parle de brouillard lorsqu'une partie de la vapeur d'eau se condense en eau liquide.

1 — Rappeler la définition de la pression de vapeur saturante que l'on notera P_{sat} . Pourquoi cette grandeur dépend-elle de la température ?

2 — Déterminer, lorsque $P_v = P_{sat}$, l'expression de l'humidité spécifique Π_{sat} en fonction des rapports

$$r_M = \frac{M_v}{M_s} \quad \text{et} \quad r_P = \frac{P_{sat}}{P_0} \quad . \quad \text{En déduire que si } r_P \ll 1 \text{ on peut écrire} \quad \Pi_{sat} \approx \frac{r_M}{r_P} .$$

Un certain nombre de mesures effectuées à la pression atmosphérique $P_0 = 1,01 \cdot 10^5$ Pa ont permis de dresser le tableau suivant :

P_{sat} [Pa]	$6,12 \cdot 10^2$	$8,78 \cdot 10^2$	$1,22 \cdot 10^3$	$1,70 \cdot 10^3$	$2,31 \cdot 10^3$	$3,16 \cdot 10^3$	$4,23 \cdot 10^3$
T [°C]	0	5	10	15	20	25	30

3 — Tracer la courbe $\Pi_{sat}(T)$ issue des mesures. Quelle est la région du plan (T, Π) qui correspond à un brouillard ?

On mélange adiabatiquement 2 masses d'air humide de température respectives T_1 et T_2 , contenant des masses d'air sec respectives m_{s1} et m_{s2} et d'humidité spécifique Π_1 et Π_2 . Durant tout le mélange, on suppose que la pression totale reste constante égale à P_0 . On suppose enfin qu'il n'y a pas de condensation de la vapeur d'eau. On supposera que sur le domaine considéré, la capacité thermique massique c_p de l'air humide ne dépend ni de la température ni de l'humidité spécifique. Lorsque le processus de mélange adiabatique réversible est terminé le volume considéré possède une humidité spécifique Π et une température T .

4 — Exprimer Π en fonction de Π_1 , Π_2 , m_{s1} et m_{s2} .

5 — Montrer que la variation d'enthalpie durant le mélange est nulle. En déduire l'expression de la température T en fonction de T_1, T_2, m_{s1} et m_{s2} en remarquant que $\Pi_1 \ll 1$ et $\Pi_2 \ll 1$.

6 — Le diagramme dans lequel on représente l'évolution de l'humidité spécifique Π en fonction de la température T est appelé diagramme de Carrier. Représenter dans un diagramme de Carrier les points X_1 , X_2 et X associés aux différents états du système étudié dans les questions 4 et 5 avant et après le mélange.

7 — Une brise souffle le soir de la terre vers la mer qui permet le mélange adiabatique d'un air saturé d'humidité à 10°C avec l'air saturé d'humidité à 25°C qui surplombe la mer. Montrer qu'il y a formation d'un brouillard, on pourra procéder de façon géométrique.

On considère à présent qu'une partie du mélange des deux masses d'air s'est condensée sous forme d'eau liquide. On note μ la masse de ce condensat liquide uniformément réparti dans l'air et Λ la chaleur latente massique de vaporisation de l'eau supposée constante. Pour simplifier les calculs on supposera que $m_{s1} = m_{s2} = m_s$.

8 — Lorsque le processus de mélange est achevé, déterminer la relation existant entre la température finale du mélange T_f et son humidité spécifique $\Pi_f(T_f)$ faisant intervenir les paramètres Λ , $c_p, T = (T_1 + T_2)/2$ et $\Pi = (\Pi_1 + \Pi_2)/2$.

9 — En interpolant linéairement $\Pi_{sat}(T)$ sur l'intervalle concerné, déterminer les valeurs de T_f et de $\Pi_f(T_f)$ à partir de la relation obtenue à la question 8.

FIN DE LA PARTIE I

II. — Formation d'un nuage

On considère qu'un nuage se forme dans une région de l'atmosphère lorsque la pression partielle de l'air présent dans cette région devient supérieure à la pression de vapeur saturante P_{sat} . L'air est toujours assimilé à un gaz parfait.

II.A. — Modèle d'atmosphère isentropique

On considère une région du sol assimilable à un plan. On note z_0 l'altitude de référence pour laquelle la pression est P_0 . L'atmosphère est une couche d'air située dans l'espace $z \geq z_0$. On supposera que l'accélération de la pesanteur $\overset{v}{g}$ est constante dans cette couche et que la température T de ce gaz est une fonction $T(z)$ de l'altitude. L'hypothèse isentropique consiste à supposer que le passage d'une couche à l'autre de l'atmosphère est équivalent à une transformation adiabatique et réversible.

10 — En faisant l'hypothèse que l'atmosphère est en équilibre hydrostatique montrer que

$$P(z) = P_0 \exp \left[\alpha \int_{z_0}^z \frac{dz'}{T(z')} \right]$$

où l'on déterminera la constante α en fonction de $g = \|\overset{v}{g}\|$, de la constante des gaz parfaits R et de la masse molaire de l'air notée M .

11 — En utilisant la loi de Laplace des gaz parfaits $PV^\Gamma = cste$ où $\Gamma = C_{p,m}/C_{v,m}$ est le rapport des capacités thermiques molaires à pression et à volume constant, exprimer le gradient adiabatique de température $\delta = dT/dz$ en fonction du rapport $Mg/C_{p,m}$.

En supposant que $C_{p,m}$ ne dépend pas de z , déterminer le profil de température $T(z)$ d'une atmosphère isentropique et en déduire que

$$P(z) = P_0 \left(\frac{T(z)}{T(z_0)} \right)^\beta$$

où l'on déterminera β en fonction de Γ . Quel est le signe de β ?

II.B. — Possibilité de formation d'un nuage

La relation de Clapeyron permet de relier la pression de vapeur saturante P_{sat} , la température T , la chaleur latente massique de vaporisation de l'eau Λ , et les volumes massiques v_e et v_v de l'eau et de la vapeur d'eau. Elle s'écrit

$$\Lambda = T(v_v - v_e) \frac{dP_{sat}}{dT}$$

13 — En négligeant l'un des deux volumes massiques devant l'autre et en supposant que Λ est indépendant de la température, montrer que P_{sat} vérifie l'équation différentielle

$$\frac{dP_{sat}}{dT} = \eta \frac{P_{sat}}{T^2}$$

où l'on exprimera η en fonction de Λ , R et M_v masse molaire de la vapeur d'eau toujours assimilée à un gaz parfait. En déduire l'expression de $P_{sat}(T)$ en fonction de $P_{sat}(T_0)$, T_0 , T et η .

14—En étudiant la croissance comparée des fonctions $P_{sat}(T)$ et $P(T)$ pour une atmosphère isentropique, démontrer qu'il existe toujours une température en deçà de laquelle on assiste à la formation de nuages.

FIN DE LA PARTIE II

A terminer

III. —De l'électricité dans l'air

La terre est supposée sphérique de rayon R_T . Au voisinage de sa surface on mesure un champ électrique $\sim E$. Par beau temps, ce champ est homogène et uniforme dirigé selon la normale descendante à la surface de la terre $\sim E = -E_r \mathbf{b}_{ur}$ comme représenté ci-contre. Il est relativement stable et l'ordre de grandeur de ses variations temporelles est la journée. Pour les applications numériques au niveau du sol on prendra $E_r = 130 \text{ V.m}^{-1}$. On suppose que la terre est un bon conducteur et on note σ la densité superficielle de charges à sa surface.

15 —Donner la relation entre σ , E_r et ϵ_0 . En déduire la valeur numérique de σ .

16 — à partir du résultat de la question précédente, déterminer la valeur numérique de la charge totale Q_T de la Terre. En supposant que la lune possède la même charge, calculer le rapport des modules des forces électrostatiques et gravitationnelles entre ces deux corps. Qu'en concluez-vous ?

La haute atmosphère est alimentée en charges en permanence par divers processus que nous n'étudierons pas ici. L'air constituant l'atmosphère étant conducteur, il peut exister un courant électrique dirigé de la haute atmosphère vers la terre. On note $\sim j$ la densité volumique de ce courant et γ la conductivité électrique de l'air.

17—Déterminer l'expression de $\sim j$ en faisant l'hypothèse que l'intensité du champ $\sim E$ est uniforme dans toute l'atmosphère. En déduire l'intensité du courant électrique circulant dans l'atmosphère sous cette hypothèse.

On peut associer le courant étudié à la question 17 à une différence de potentiel U_0 que l'on peut mesurer expérimentalement et dont la valeur numérique moyenne est $U_0 = 400 \text{ kV}$. Pour tenter d'expliquer les différents phénomènes électriques dont l'atmosphère est le siège, un premier modèle consiste à faire l'hypothèse que la surface de la terre et la haute atmosphère forment les armatures d'un condensateur sphérique, que nous appellerons le condensateur terrestre. On note C la capacité de ce condensateur et on pourra éventuellement utiliser R_f sa résistance de fuite due au fait que l'air conduit le courant avec la

conductivité γ . Pour fixer les idées on supposera que la haute atmosphère et la surface de la terre sont uniformément séparées d'une distance $h = 100$ km.

18 — Montrer que cette valeur de U_0 est incompatible avec l'hypothèse d'un champ uniforme sur toute l'épaisseur de l'atmosphère.

19 — Déterminer l'expression de la différence de potentiel aux bornes du condensateur terrestre en fonction de Q_T et C ainsi que celle du courant circulant dans l'atmosphère en fonction de γ , Q_T et ϵ_0 . En déduire l'expression de la constante de temps associée au condensateur terrestre en fonction de γ et ϵ_0 . Calculer sa valeur numérique et commenter le résultat obtenu.

FIN DE LA PARTIE III

IV.—Mesures dans l'atmosphère

Le principe de la technique de mesure par Lidar (Light Detection and Ranging) mise en oeuvre au laboratoire de Purple Crow (Purple Crow Lidar - PCL) dans la province de l'Ontario au Canada est d'utiliser un laser de longueur d'onde $\lambda = 532,0$ nm qui émet des impulsions de profil temporel rectangulaire de durée $\tau_\ell = 7$ ns et d'énergie $E_\ell = 0,600$ J, avec une fréquence $f_\ell = 20$ Hz. Ce laser, situé au sol en un point O , pointe vers le haut suivant la direction verticale que l'on notera Ox . Une fraction de la lumière est rétrodiffusée par l'atmosphère puis recueillie au sol par un télescope situé en un point O' à proximité immédiate du laser : la distance au sol entre le laser et le télescope est notée $D = OO'$.

La mesure de l'intensité recueillie sur un récepteur au foyer du télescope doit permettre d'accéder à certains paramètres atmosphériques, notamment la concentration de certains aérosols contenus dans l'atmosphère. Le faisceau du laser occupe uniformément un cône de sommet O et d'angle au sommet $\Psi_\ell = 0,4 \cdot 10^{-3}$ rad. Le télescope est constitué d'un miroir de diamètre $d = 2,65$ m et de surface $AT(0)$. Un filtre de bande passante 1,0 nm, assure que la mesure du récepteur est effectivement faite au voisinage de λ .

20—Expliquer pourquoi ce Lidar sera sensible aux concentrations en gaz et en aérosols de petite taille présents dans l'atmosphère. Donner une estimation de la taille maximale des aérosols concernés.

Manque schémas et questions jusqu'à 31

Données numériques

- Masse molaire de la vapeur d'eau :	$M_V = 18,0 \text{ g.mol}^{-1}$
- Masse molaire de l'air sec :	$M_S = 29,0 \text{ g.mol}^{-1}$
- Chaleur latente massique de vaporisation de l'eau :	$\Lambda = 2,50.10^6 \text{ J.kg}^{-1}$
- Capacité thermique massique de l'air humide :	$c_p = 1,90.10^3 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- Conductivité électrique moyenne de l'air :	$\gamma = 3,00.10^{-15} \text{ S.m}^{-1}$
- Permittivité électrique du vide :	$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} \text{ F.m}^{-1}$
- Rayon terrestre :	$R_T = 6,36.10^6 \text{ m}$
- Masse de la Terre :	$M_T = 5,97.10^{24} \text{ kg}$
- Masse de la Lune :	$M_L = 7,35.10^{22} \text{ kg}$
- Constante de gravitation universelle :	$G = 6,67.10^{-11} \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}.\text{s}^{-2}$
- Constante de Planck :	$h = 6,63.10^{-34} \text{ m}^2.\text{kg}.\text{s}^{-1}$

- Célérité de la lumière dans les milieux considérés : $c = 3,00.10^8 \text{ m.s}^{-1}$