



Департамент освіти і науки Чернівецької
облдержадміністрації
Інститут післядипломної педагогічної освіти
Чернівецької області

III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з
астрономії 2017/2018 н.р.

11 клас

Задача 1. (6 балів)

Кулясте зоряне скупчення **M5** в сузір'ї Змії має видиму зоряну величину **6,2**, а абсолютна зоряна величина дорівнює **-7,9**. Видимий кутовий діаметр скупчення **15 кутових мінут**.

Визначити:

- 1.1. Відстань до скупчення.
- 1.2. Його лінійний діаметр.
- 1.3. Світність скупчення (у світностях Сонця).

Розв'язок.

1. $M = m + 5 - 5 \lg r; \quad 5 \lg r = m + 5 - M;$

$$\lg r = \frac{m - M}{5} + 1$$

$$\lg r = \frac{6,2 - (-7,9)}{5} + 1 = 3,82; \quad r \approx 6\,607 \text{ пк} \quad 2 \text{ бали}$$

2. $d = r \lg \varphi; \quad d = 6607 \cdot \lg \frac{15}{60} = 28,8 \text{ пк} \quad 2 \text{ бали}$

3. $\frac{L}{L_{\odot}} = 10^{0,4(M_{\odot} - M)}; \quad \frac{L}{L_{\odot}} = 10^{0,4(4,77 + 7,9)}$

$$L \approx 116\,950 L_{\odot} \quad 2 \text{ бали}$$

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

Задача 2. (8 балів)

Спостерігач зафіксував, що деяка зоря кульмінувала в **2 год. 54 хв.** і зайшла в **5 год. 45 хв. 8-го вересня.**

2.1. В який час зоря зійде **9 вересня**?

2.2. В якому, приблизно, напрямку (N, S, E, W, NE, NW, SE, SW) слід очікувати схід зорі?

Розв'язок.

1. Час між кульмінацією та заходом зорі:

$$5 \text{ год } 45 \text{ хв} - 2 \text{ год } 54 \text{ хв} = 2 \text{ год } 51 \text{ хв} \quad 1 \text{ бал}$$

2. Час між сходом зорі і її кульмінацією такий же самий:

$$2 \text{ год } 51 \text{ хв} \quad 1 \text{ бал}$$

3. Отже, схід зорі **8 вересня** відбувається о:

$$2 \text{ год } 54 \text{ хв} - 2 \text{ год } 51 \text{ хв} = 0 \text{ год } 3 \text{ хв} \quad 1 \text{ бал}$$

4. Сидерична доба **23 год 56 хв** (тобто наступного разу зоря зійде на **4 хв** раніше):

$$0 \text{ год } 3 \text{ хв} + 23 \text{ год } 56 \text{ хв} = 23 \text{ год } 59 \text{ хв}$$

і це буде **8 вересня** 1 бал

5. Таким чином, **9 вересня** зоря зійде ще на **4 хв** раніше:

$$23 \text{ год } 55 \text{ хв} \quad 1 \text{ бал}$$

6. З 1 та 2 випливає, що зоря над горизонтом, приблизно, перебуває

$$6 \text{ год} = 3 \text{ год} + 3 \text{ год}.$$

Зоря кульмінує **на півдні (S).** 1 бал

Якщо б зоря була над горизонтом **12 год = 6 год + 6 год**, то вона б зійшла точно на **сході (E)**, триває **3 год = 6 год/2**, то появу зорі слід очікувати в напрямку **Південний Схід (SE).**

2 бали

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

Задача 3. (8 балів)

Два супутники рухаються навколо Землі по колових орбітах, розташованих в одній площині, із швидкостями $V_1 = 7,8 \text{ км/с}$ і $V_2 = 7,8 \text{ км/с}$.

Визначити інтервал часу, через який обидва супутники регулярно зближуються на мінімальну відстань один від одного.

Отримати остаточну формулу, в яку крім V_1 і V_2 входить радіус Землі R і прискорення вільного падіння на поверхню Землі g .

Розв'язок.

1. Прискорення вільного падіння на поверхні Землі:

$$mg = G \frac{mM}{R^2} \Rightarrow g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow GM = gR^2 \quad (1) \quad 1 \text{ бал}$$

2. Колова швидкість $\mathcal{O}_1$ на відстані R_1 від центра Землі:

$$\frac{m \mathcal{O}_1^2}{R_1} = G \frac{mM}{R_1^2} \Rightarrow R_1 = \frac{GM}{\mathcal{O}_1^2} \quad (2)$$

Аналогічно:

1 бал

$$R_2 = \frac{GM}{\mathcal{O}_2^2} \quad (3)$$

3. Після підстановки (1) в (2) і (3):

$$R_1 = \frac{gR^2}{\mathcal{O}_1^2} \quad i \quad R_2 = \frac{gR^2}{\mathcal{O}_2^2} \quad (4) \quad 1 \text{ бал}$$

4. Період обертання супутників:

$$T_1 = \frac{2\pi R_1}{\mathcal{O}_1} \quad i \quad T_2 = \frac{2\pi R_2}{\mathcal{O}_2} \quad (5) \quad 1 \text{ бал}$$

Після підстановки (4) в (5):

1 бал

$$T_1 = \frac{2\pi gR^2}{\mathcal{O}_1^3} \quad i \quad T_2 = \frac{2\pi gR^2}{\mathcal{O}_2^3} \quad (6)$$

5. Скористаємося синодичним рівнянням:

$$6. \quad \frac{1}{S} = \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_2 \cdot T_1}; \quad S = \frac{T_2 \cdot T_1}{T_2 - T_1} \quad (7) \quad 1 \text{ бал}$$

Після підстановки (6) в (7):

$$S = \frac{\frac{2\pi g R^2}{O_2^3} \cdot \frac{2\pi g R^2}{O_1^3}}{\frac{2\pi g R^2}{O_2^3} - \frac{2\pi g R^2}{O_1^3}} = \frac{2\pi g R^2}{O_2^3 \cdot O_1^3 \cdot \frac{O_1^3 - O_2^3}{O_2^3 \cdot O_1^3}} \quad 1 \text{ бал}$$

Остаточно:

$$S = \frac{2\pi g R^2}{O_1^3 - O_2^3} \quad (8)$$

7. Числовий результат:

$$S = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 9,8 \cdot (6,38 \cdot 10^6)^2}{(7,8 \cdot 10^3)^3 - (7,7 \cdot 10^3)^3} = \frac{61,544 \cdot 40,7 \cdot 10^{12}}{10^9 (474,552 - 456,533)}$$

$$S \approx 139011 \text{ с} \approx 38,6 \text{ год} \quad 1 \text{ бал}$$

Задача 4. (10 балів)

Температура зорі $T = 6500\text{K}$ і радіус R , який на 20% перевищує сонячний. Планета з альбедо $\alpha = 0,1$ знаходиться на відстані $r = 1,5 \text{ а.о.}$ від зорі.

4.1. Отримати детальну формулу (в термінах T, R, α, r) для визначення температури планети.

4.2. Яка температура такої планети?

4.3. Яка температура планети Земля згідно формули, яку отримано в пункті 4.1?

4.4. Прокоментуйте отриманий в пункті 4.3 числовий результат.

Розв'язок.

1. Енергія випромінювання зорі, що припадає на одиницю площі планети (за 1 с):

$$\frac{L}{4\pi r^2}$$

2. Вся енергія:

$$\frac{L}{4\pi r^2} \cdot S = \frac{L}{4\pi r^2} \cdot 2\pi R_{\text{п}}^2; \quad (1) \quad 1 \text{ бал}$$

- де $R_{\text{п}}$ – радіус планети.

3. з урахуванням альбедо:

$$\frac{L}{4\pi r^2} \cdot 2\pi R_{\text{п}}^2 (1 - \alpha) \quad (2) \quad 1 \text{ бал}$$

4. Енергія випромінювання планети згідно закону Стефана-Больцмана:

$$4\pi R_{\text{п}}^2 \sigma T_{\text{п}}^4; \quad (3) \quad 1 \text{ бал}$$

- де $T_{\text{п}}$ – температура поверхні планети.

5. Згідно Закону збереження енергії, формула (2) = (3):

$$\frac{L}{4\pi r^2} \cdot 2\pi R_n^2 (1-d) = 4\pi R_n^2 \sigma T_n^4 \quad (4) \quad 1 \text{ бал}$$

6. Світність зорі також визначається законом Стефана-Больцмана:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4 \quad (5)$$

7. Підставляємо (5) в (4):

$$\frac{4\pi R^2 \sigma T^4}{4\pi r^2} \cdot 2\pi R_n^2 (1-d) = 4\pi R_n^2 \sigma T_n^4 \quad (6) \quad 2 \text{ бали}$$

8. Після перетворень:

$$T_n^4 = T^4 \cdot \frac{(1-d)}{4} \cdot \left(\frac{R}{r}\right)^2$$

і остаточно

$$T_n = T \sqrt{\frac{R}{r}} \cdot \sqrt[4]{\frac{(1-d)}{4}} \quad (7) \quad 1 \text{ бал}$$

9. Розрахунки:

$$T_n = 6500 \sqrt{\frac{1,2 \cdot 6,96 \cdot 10^8}{1,5 \cdot 1,5 \cdot 10^{11}}} \cdot \sqrt[4]{\frac{1-0,1}{4}} = 273 \text{ К} \quad 1 \text{ бал}$$

10. Для Землі:

$$T = 5800 \sqrt{\frac{6,96 \cdot 10^8}{1,5 \cdot 10^{11}}} \cdot \sqrt[4]{\frac{1-0,36}{4}} \approx 250 \text{ К} \quad 1 \text{ бал}$$

11. Правильний коментар.

1 бал

Задача 5. (8 балів)

З'ясуйте такі обставини космічного перельоту Земля – Місяць по гоманівській (напівеліптичній) орбіті.

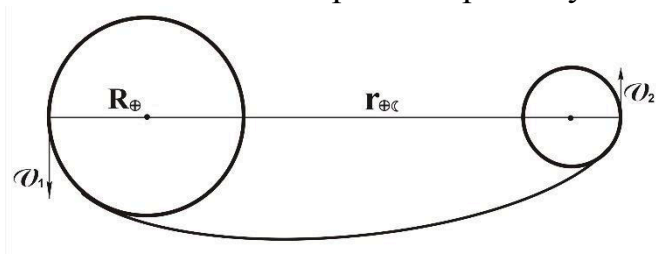
5.1. Швидкість на старті із Землі?

5.2. Швидкість наближення до поверхні Місяця?

5.3. Час перельоту.

Розв'язок.

1. Велика піввісь орбіти перельоту:



$$2a = R_{\oplus} + r_{\oplus\odot} + R_{\odot};$$

$$a = \frac{R_{\oplus} + r_{\oplus\odot} + R_{\odot}}{2};$$

$$a = \frac{6380 + 384400 + 1738}{2} \approx 196260 \text{ км} = 1,96 \cdot 10^8 \text{ м}$$

2 бали

2.

$$v = \sqrt{GM_{\oplus} \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)}$$

Під час старту:

$$v = \sqrt{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 8 \cdot 10^{24} \left(\frac{2}{6,38 \cdot 10^6} - \frac{1}{1,96 \cdot 10^8} \right)} \approx 11\,100 \text{ м/с} \approx 11,1 \text{ км/с} \text{ } 2 \text{ бали}$$

3. Аналогічно знайдемо v_2 :

$$v_1 R_{\oplus} = v_2 \cdot (r_{\oplus \zeta} + R_{\zeta}) ; \quad v_2 = \frac{v_1 R_{\oplus}}{r_{\oplus \zeta} + R_{\zeta}}$$

$$v_1 = 11,1 \frac{6380}{386136} \approx 0,18 \text{ км/с} \quad 1 \text{ бал}$$

4. З III закону Кеплера:

$$\frac{T^2}{T_{\zeta}^2} = \frac{a^3}{a_{\zeta}^3} ; \quad T = T_{\zeta} \sqrt{\left(\frac{a}{a_{\zeta}} \right)^3} \quad 1 \text{ бал}$$

$$T = 27,3^{\text{д}} \sqrt{\left(\frac{1,96 \cdot 10^8}{3,84 \cdot 10^8} \right)^3} \approx 9,95^{\text{д}} \quad 1 \text{ бал}$$

$$t = \frac{T}{2} \approx 5 \text{ діб} \quad 1 \text{ бал}$$