تمارين على الاحتمالات

صحيح أو خاطئ

التمرين1: *Baccalauréat S Liban, juin 2010*

لكل سؤال ، أجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير

-1 يحتوي كيس على كرة بيضاء و كرتان بيضاوان غير معروفة عند اللمس. نقوم بـ 10 سحابات متتابعة لكرة مع إعادتها في كل مرة قبل سحب الموالية. احتمال سحب بالضبط ثلاث كرات بيضاء هو: $3\times\left(\frac{1}{3}\right)^3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^7$

-2 متغير عشوائي X يتبع القانون الأسي ذو الوسيط λ ($\lambda > 0$).

نذكر أنه من أجل كل عدد حقيقي $a > 0$ ، $p(X\leq a) = \int_0^a e^{-x}\, dx$

العدد الحقيقي a حيث: $p(X > a) = p(X \leq a)$ يساوي $\frac{\ln 2}{}$

-3 مدة صلاحية ، معبر بالساعات، للعبة إلكترونية ، هي متغير عشوائي X يتبع القانون الأسي ذو الوسيط $\lambda = 0{,}0003$ نذكر أنه من أجل كل $t \geq 0$ ، $p(X\leq t) = \int_0^t e^{-x}\, dx$

احتمال أن تكون مدة صلاحية هذه اللعبة أكبر تماما من 2000 ساعة أصغر من $0{,}5$

-4 A و B حادثتان مرتبطتان بمتغير عشوائي يحقق: $p(A)=0{,}4$ ، $p_A(B)=0{,}7$ و $p_{\overline{A}}(\overline{B}) = 0{,}1$

احتمال الحادثة A علما ان B محققة هو: $\frac{14}{41}$

أسئلة متعددة الاختيار (Q C M)

التمرين2: لكل سؤال، جواب واحد فقط صحيح، عينه مع التبرير

-1 في محل، يوجد مجموعة من الكراريس. نعلم أن50% منها كبيرة و أن 75% ذات مربعات كبيرة. من بين الكراريس ذات المربعات الكبيرة، 40% منه حجمه كبير. اختار شخص عشوائيا كراس من الحجم الكبير. احتمال أن تكون مربعاته كبيرة هو:

ج$_1$: $0{,}3$ ، ج$_2$: $0{,}5$ ، ج$_3$: $0{,}6$ ، ج$_4$: $0{,}75$

-2 نفرض أنه في هذا المحل توجد أقلام بعدد كبير. نعلم أن 25% منها خضراء. اختار زبون عشوائيا ثلاثة أقلام .

احتمال مدور إلى 10^{-3} بالتقريب، أن يأخذ على الأقل قلم أخضر هو: ج$_1$: $0{,}250$ ج$_2$: $0{,}422$ ج$_3$: $0{,}578$ ج$_4$: $0{,}984$

-3 دائما في المحل، احتمال ، مدور إلى 10^{-3} بالتقريب، أن يأخذ بالضبط قلمين أخضرين هو:

ج$_1$: $0{,}047$ ، ج$_2$: $0{,}063$ ، ج$_3$: $0{,}141$ ، ج$_4$: $0{,}500$

التمرين3: لكل سؤال، جواب واحد فقط صحيح، عينه مع التبرير

-1 A و B حادثتان مستقلتان مرفقتان بتجربة عشوائية حيث: $p(A)\neq 0$ و $(B) = \frac{1}{2}$. لدينا إذن:

ج$_1$: $p(A\cup B) = p(A)p(B)$ ج$_2$: $p(A\cup B) = p(A) + p(B)$ ج$_3$: $p_A(B) = \frac{1}{2}$

-2 قانون احتمال متغير عشوائي X معطى بالجدول التالي:

x_i	$10-$	0	10
p_i	$0{,}2$	$0{,}3$	$0{,}5$

الأمل الرياضي $E(X)$ يساوي: ج$_1$: 3 ج$_2$: $3-$ ج$_3$: 0

-3 نفرض أن مدة الانتظار عند شباك محطة، معبر بالساعات، يتبع القانون المنتظم على المجال $[0 ; 1]$. احتمال أن تكون مدة انتظار شخص اختير عشوائيا محصورة بين$15\ min$ و$20\ min$ هو: ج$_1$: $\frac{1}{3}$ ج$_2$: $\frac{1}{5}$ ج$_3$: $\frac{1}{12}$ ج$_4$: $\frac{1}{4}$

-4 لدينا 10 اجهزة متطابقة، بنفس الضمان، تشتغل مستقلة عن بعضها البعض. احتمال أن يتعطل جهاز خلال فترة الضمان هو $0{,}15$.

احتمال أن يكون بالضبط 9 اجهزة تشتغل بدون تعطيل خلال فترة الضمان هو:

ج$_1$: $0{,}65$ مقربة إلى 10^{-2} ، ج$_2$: $0{,}85^9$ ، ج$_3$: $0{,}15\times 0{,}85$ ، ج$_4$: $10\times 0{,}15\times 0{,}85$

-5 A و B حادثتان مستقلتان تحققان: $p(A)=0{,}5$ و $p(B)=0{,}2$

احتمال الحادثة $A\cup B$ هو: ج$_1$: $0{,}1$ ، ج$_2$: $0{,}7$ ، ج$_3$: $0{,}6$ ، ج$_4$: لا يمكن معرفته

-6 لعبة تتمثل في رمي زهرة نرد متجانسة تماما مرقمة من 1 إلى 6 . لاعب يقدم $3€$ للمشاركة في اللعبة. يرمي الزهرة و نقرأ الرقم الظاهر على الوجه العلوي للزهرة: إذا كان الرقم هو 1 ، يتحصل اللاعب على $10\ €$ و إذا كان الرقم هو 2 أو 4 فيتحصل على $1\ €$ و إلا، لا يتحصل على سيئ.

الأمل الرياضي للربح الجبري يساوي: ج1: $1\ €$ ج2: $0\ €$ ج3: $1 -\ €$ ج4: $2-\ €$

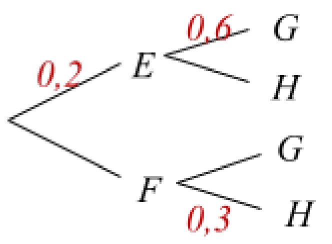
التمرين4: جواب واحد صحيح فقط، أذكر الجواب الصحيح .التبرير مطلوب.

-1 A و B حادثتان مستقلتان حيث $p(A)=0{,}7$ و $p(B)=0{,}2$:

ج1: $p(A\cap B)=0{,}14$ ج2: $p(A\cup B)=0{,}9$ ج3: $p_A(B)=0{,}5$

-2 قطعة نقدية حيث احتمال ظهور "وجه" يساوي $1/3$. نرميها 4 مرات متتابعة.

احتمال الحصول على الأقل مرة " وجه": ج1: $\frac{18}{81}$ ج2: $\frac{72}{81}$ ج3: $\frac{65}{81}$



-3 نعتبر الشجرة المثقلة التالية: احتمال $p_H(F)$: ج1: $p_H(F)=0{,}75$ ج2: $p_H(F)=0{,}56$ ج3: $p_H(F)=0{,}856$

-4 يحتوي صندوق 5 كريات بيضاء و 5 كريات سوداء. نسحب ، مع الإعادة كرة عشوائيا n مرة متتابعة $(n>1)$.
احتمال الحصول على كريات ليست كلها من نفس اللون : ج1: $1-2^{-n}$ ج2: $1-2^{-n-1}$ ج3: $1-2^{-2n}$

التمرين5: Baccalauréat S Amérique du Nord, Juin 2003

جواب واحد صحيح فقط من بين الاقتراحات الثلاثة لكل سؤال، أذكر الجواب الصحيح.

نهتم بمدة صلاحية جهاز كهر ومنزلي قبل تعطيله الأول (معبرة بالسنين) . يمكن نمذجة هذه الوضعية بقانون احتمال p لمدة حياة بدون شيخوخة المعرف على $[0;+\infty[$. إذن احتمال المجال $[0;t[$ هو $p([0;t[)=\int_0^t e^{-x}dx$ مع $\lambda>0$ هو احتمال أن يتعطل الجهاز قبل t سنة.

-1 من أجل $t\geq 0$ ، القيمة المضبوطة للعدد $p([0;t[)$ هو: ج1: $1-e^{-\lambda t}$ ج2: $e^{-\lambda t}$ ج3: $1+e^{-\lambda t}$

-2 قيمة t التي من أجلها لدينا $p([0;t[)=p([t;+\infty[)$ هي: ج1: $\frac{\ln 2}{}$ ج2: $\frac{}{\ln 2}$ ج3: $\frac{}{2}$

-3 حسب دراسة إحصائية، احتمال أن يُعطب الجهاز قبل نهاية السنة الأولى هو $0,18$. القيمة المضبوطة للعدد λ هي:
ج1: $\ln\left(\frac{50}{41}\right)$ ج2: $\ln\left(\frac{41}{50}\right)$ ج3: $\frac{\ln(82)}{\ln(100)}$

-4 علما أن هذا الجهاز لم يعرف أي عطب خلال السنتين الأوليتين بعد بداية تشغيله، احتمال أن لا يُعطب السنة الموالية هو: ج1: $p([1;+\infty[)$ ج2: $p([3;+\infty[)$ ج3: $p([2;3[)$

فيما تبقى من التمرين نأخذ $\lambda=0,2$.

-5 احتمال أن لا يُعطب الجهاز خلال السنوات الثلاث الأولى، مدور بـ 10^{-4} ، هو: ج1: $0,5523$ ج2: $0,5488$ ج3: $0,451$

-6 عشرة أجهزة جديدة من هذا النوع، شُغلت في نفس الوقت. نرمز بـ X للمتغير العشوائي المساوي لعدد الأجهزة التي ليس بها عطب خلال السنوات الثلاث الأولى. القيمة الأقرب لاحتمال الحادثة " $X=4$ " هي: ج1: $0,5555$ ج2: $0,8022$ ج3: $0,1607$

التمرين6: Baccalauréat S Antilles-Guyane, Juin 2005

جواب واحد صحيح فقط من بين اقتراحات ثلاث، أذكر الجواب الصحيح. التبرير غير مطلوب

تحتوي مكتبة على 150 كتاب قصص بوليسية و 50 كتاب أدبي. 40% من مؤلفي القصص البوليسية هم فرنسيون و 70% من مؤلفي الكتب الأدبية هم فرنسيون. نختار عشوائيا كتابا من بين 200 كتاب.

-1 احتمال أن نختار كتاب قصص بوليسية هو: ج1: $0,4$ ج2: $0,75$ ج3: $\frac{1}{150}$

-2 اخترنا كتاب قصص بوليسية، احتمال أن يكون المؤلف فرنسي هو: ج1: $0,3$ ج2: $0,8$ ج3: $0,4$

-3 احتمال أن نختار كتاب قصص بوليسي فرنسي هو: ج1: $1,15$ ج2: $0,4$ ج3: $0,3$

-4 احتمال أن نختار كتاب لمؤلف فرنسي هو: ج1: $0,9$ ج2: $0,7$ ج3: $0,475$

-5 احتمال أن نختار كتاب قصص بوليسية علما أن المؤلف فرنسي هو: ج1: $\frac{4}{150}$ ج2: $\frac{12}{19}$ ج3: $0,3$

-6 جاء شخص 20 مرة للمكتبة، احتمال أن يختار على الأقل كتاب قصص بوليسية هو:
ج1: $1-(0,25)^{20}$ ج2: $0,75\times 20$ ج3: $0,75\times(0,25)^{20}$

التمرين7: Baccalauréat S Centres Etrangers, Juin 2007

جواب واحد صحيح فقط من بين الاقتراحات الثلاث، أذكر الجواب الصحيح. التبرير غير مطلوب

يحتوي صندوق على 8 كرات غير معروفة عند اللمس، 5 حمراء و 3 سوداء.

-1 نسحب 3 كرات في آن واحد.

(1 احتمال سحب ثلاث كرات سوداء هو: ج1: $\frac{1}{56}$ ج2: $\frac{1}{120}$ ج3: $\frac{1}{3}$

(2 احتمال سحب ثلاث كرات من نفس اللون هو: ج1: $\frac{11}{56}$ ج2: $\frac{11}{120}$ ج3: $\frac{16}{24}$

-2 نسحب عشوائيا كرة من الكيس، نكتب لونها ثم نعيدها للكيس؛ نعيد هذه العملية 5 مرات متتابعة و مستقلة مثنى مثنى.

(1 احتمال الحصول خمس مرات كرة سوداء هو: ج1: $\left(\frac{3}{8}\right)^3\times\left(\frac{3}{8}\right)^3$ ج2: $\left(\frac{3}{8}\right)^5$ ج3: $\left(\frac{1}{5}\right)^5$

(2 احتمال الحصول على كرتان سوداوين و 3 كرات حمراء هو: ج1: $\left(\frac{5}{8}\right)^3\times\left(\frac{3}{8}\right)^2$ ج2: $3\times\frac{3}{8}+\frac{5}{8}\times$ ج3: $10\times\left(\frac{5}{8}\right)^3\times\left(\frac{3}{8}\right)^2$

-3 نسحب بالتتابع و بدون إرجاع كرتين من الكيس. نرمز بـ:
R_1 للحادثة: " الكرة الأولى المسحوبة حمراء"، N_1 للحادثة: " الكرة الأولى المسحوبة سوداء"
R_2 للحادثة: " الكرة الثانية المسحوبة حمراء" ، N_2 للحادثة: " الكرة الثانية المسحوبة حمراء"

(1 الاحتمال الشرطي $p_{R_1}(R_2)$ هو: : ج1: $\frac{5}{8}$ ج2: $\frac{4}{7}$ ج3: $\frac{5}{14}$

(2 احتمال الحادثة $N_1\cap R_2$ هو: : ج1: $\frac{16}{49}$ ج2: $\frac{15}{64}$ ج3: $\frac{15}{56}$

(3 احتمال سحب كرة حمراء في السحب الثاني هو: ج1: $\frac{5}{8}$ ج2: $\frac{5}{7}$ ج3: $\frac{3}{28}$

(4 احتمال سحب كرة حمراء في السحب الأول علما أننا حصلنا على كرة سوداء في السحب الثاني هو:
ج1: $\frac{15}{56}$ ج2: $\frac{3}{8}$ ج3: $\frac{5}{7}$

التمرين8: جواب واحد صحيح فقط لكل مقترح. عينه مع العليل.

دراسة إحصائية على 620 شخص أعطت النسب التالية: 75 % من الأشخاص قصر و 30 % إناث و 31 شخص هم رجال بالغوا سن الرشد . نرمز بـ: m للحادثة " الشخص المختار قاصر " و H ": " الشخص المختار من الذكور "
نختار عشوائيا شخص. النتائج معطاة مدورة إلى 0,01 بالتقريب (يمكن الاستعانة بشجرة مثقلة)

-1 احتمال أن يكون الشخص المختار رجل راشد هو: ج1: 0,05 ج2: 0,07 ج3: 0,31

-2 احتمال أن يكون الشخص المختار بنت قاصر هو: ج1: 0,10 ج2: 0,13 ج3: 0,33

-3 احتمال أن يكون الشخص المختار شخص راشد أو شخص من الذكور هو: ج1: 0,05 ج2: 0,90 ج3: 0,95

-4 الحادثة: " الشخص المختار امرأة أو شخص قاصر" هي: ج1: $m\cup \overline{H}$ ج2: $m\cap \overline{H}$ ج3: $m\cup \overline{H}$

-5 علما أن الشخص المختار من القصر، احتمال أن يكون أنثى هو: ج1: 0,10 ج2: 0,13 ج3: 0,33

التمرين:9 Baccalauréat S Liban, Mai 2011

جواب واحد صحيح فقط ، أذكر الجواب الصحيح. التبرير غير مطلوب

-1 محل عتاد إعلام آلي يبيع نوعان من الكمبيوتر بنفس السعر و نفس المميزات و العلامتين M_1 و M_2 . الحاسبان مقترحان بلونين أبيض و أسود. حسب دراسة على مبيعات النموذجين، 70 % من الزبائن يختارون الحاسوب M_1 من بينهم، 60 % يفضلون اللون الأسود. من جهة أخرى 20 % من الزبائن الذين اشتروا حاسوب M_2 ، اختاروه باللون الأبيض. نستعمل قائمة الزبائن الذين اشتوا حاسوب و نختار عشوائيا زبون.

(1 احتمال أن نختار زبون اشترى حاسوب M_2 لونه أسود هو: ج1: $\frac{3}{5}$ ج2: $\frac{4}{5}$ ج3: $\frac{3}{50}$ ج4: $\frac{6}{25}$

(2 احتمال أن نختار زبون اشترى حاسوب لونه أسود هو: ج1: $\frac{21}{50}$ ج2: $\frac{33}{50}$ ج3: $\frac{3}{5}$ ج4: $\frac{12}{25}$

(3 الزبون اختار حاسوب أسود، احتمال أن يكون من العلامة M_2 هو: ج1: $\frac{4}{11}$ ج2: $\frac{6}{25}$ ج3: $\frac{7}{11}$ ج4: $\frac{33}{50}$

-2 يحتوي كيس 4 كرات صفراء، كرتان حمراوان و 3 كرات زرقاء غير معروفة عند اللمس.
نسحب عشوائيا ثلاث كرات في آن واحد من الكيس.

(1 احتمال أن نسحب ثلاث كرات من نفس اللون هو: ج1: $\frac{11}{81}$ ج2: $\frac{2}{7}$ ج3: $\frac{5}{84}$ ج4: $\frac{4}{63}$

(2 احتمال أن نسحب ثلاث كرات مختلفات اللون هو: ج1: $\frac{2}{7}$ ج2: $\frac{1}{7}$ ج3: $\frac{1}{21}$ ج4: $\frac{79}{84}$

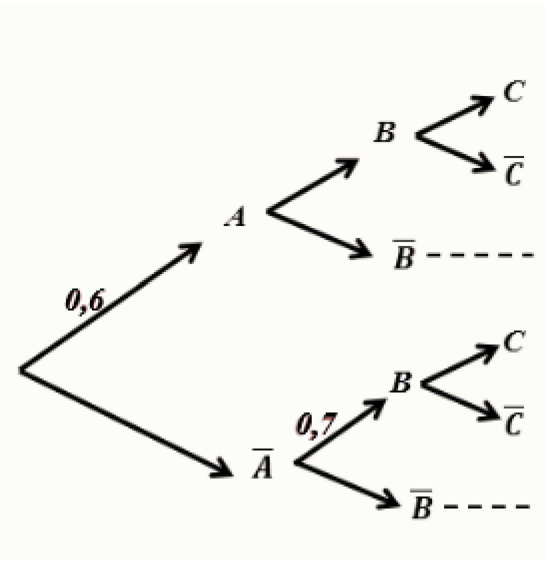
(3 نعيد العملية عدة مرات بطرق مستقلة و بإعادة في كل مرة الكرات الثلاث للكيس.
الحد الأدنى لعدد العمليات حتى يكون احتمال الحادثة: " الحصوا على الأقل مرة ثلاث كرات صفراء" أكبر أو يساوي 0,99 هو:
ج1: 76 ج2: 71 ج3: 95 ج4: 94

التمرين:10 Bac Blanc ; lycée Ibn Rostoum, mai 2016

إليك شجرة الاحتمالات التالية:

1) ***أنقل وأتمم الشجرة***

2) ***جواب صحيح واحد فقط عينه مع التبرير.***



p	X
	3
0,108	2
0,42	0
0,1344	2
	3
	0

1. **الاحتمال** $p(A\cap B\cap C)=$: أ) 1,3 ب) 0,4 ج) 0,072

2. **الاحتمال** $p(C)=$: أ) 0,1344 ب) 0,2064 ج) 0,072

3. **الاحتمال** $p(\overline{B})=$: أ) 0,54 ب) 0,42 ج) 0,072

4. **الاحتمال** $p_{A\cap B}(\overline{C})=$: أ) 0,2536 ب) 0,6 ج) 0,88

5. ***الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X*** : أ) $E(X)=1,1376$ ب) $E(X)=1$ ج) $E(X)=3,1020$

التمرين:11

-1 لدينا زهرة نرد متجانسة مرقمة من 1 إلى 6.نرميها فنحصل على رقم على الوجه العلوي.

1) ما احتمال الحصول على عدد زوجي ؟ ب) ما احتمال الحصول على عدد من مضاعفات 3 ؟

-2 نرمي الزهرة مرتين متتابعتين.

1) ما احتمال الحصول على عددين مجموعها زوجي ؟ ب) ما احتمال الحصول على عددين مجموعها من مضاعفات 3 ؟

ج) ما احتمال الحصول على عددين أوليين ؟

التمرين12: لدينا زهرة نرد حمراء متجانسة ذات ستة أوجه مرقمة: 1؛ 1؛ 2؛ 3؛ 4؛ 4 وَ زهرة نرد بيضاء متجانسة ذات ستة أوجه مرقمة: 1؛ 1؛ 2؛ 3؛ 3؛ 4.نرميهما معا.

-1 ما هو احتمال الحصول على عددين مجموعها 5 ؟

-2 ما هو احتمال الحصول على عددين مجموعها عدد أولي ؟

-3 ليكن X مجموع الرقمين الظاهرين؛ عين قانون احتمال X و احسب أمله الرياضي.

التمرين13: لدينا زهرتا نرد متجانستان ذات ستة أوجه مرقمة:1؛ 2؛ 3؛ 4؛ 5؛ 6. نرميهما معا.

-1 ما هو احتمال الحصول على عددين مجموعها 7 ؟

-2 ما هو احتمال الحصول على عددين جداؤهما زوجي ؟

-3 ما هو احتمال الحصول على عددين مجموعها من مضاعفات 3 ؟

-4 ليكن X مجوع الرقمين الظاهرين؛ عين قانون احتمال X و احسب أمله الرياضي.

التمرين14: لدينا زهرة نرد حمراء متجانسة ذات ستة أوجه مرقمة:1؛ 2؛ 2؛ 3؛ 3؛ 3 و زهرة نرد بيضاء متجانسة ذات ستة أوجه مرقمة: 1؛ 2؛ 2؛ 3؛ 4؛ 4.نرميهما معا.

-1 ما احتمال الحصول على رقمين زوجيين ؟

-2 ما احتمال الحصول على رقمين مجموعها عدد أولي ؟

-3 ما احتمال الحصول على رقمين جداؤهما فردي ؟

-4 ما احتمال الحصول على رقمين متساويين ؟

-5 ليكن X جداء الرقمين الظاهرين؛ عين قانون احتمال X و احسب أمله الرياضي.

التمرين15: لدينا زهرة نرد حمراء متجانسة ذات ستة أوجه مرقمة:0؛ 0؛ 0؛ 1؛ 1؛ 2 و زهرة نرد بيضاء متجانسة ذات ستة أوجه مرقمة: 1؛ 2؛ 3؛ 3؛ 4؛ 4.نرميهما معا.

-1 ما احتمال الحصول على رقمين جداؤهما معدوم؟

-2 ما احتمال الحصول على رقمين مجموعها أكبر تماما من 3 ؟

-3 ليكن X جداء الرقمين الظاهرين؛ عين قانون احتمال X و احسب أمله الرياضي.

التمرين16: لدينا زهرة نرد حمراء متجانسة ذات ستة أوجه مرقمة: 1؛ 2؛ 3؛ 3؛ 4؛ 4 و زهرة نرد بيضاء متجانسة ذات ستة أوجه مرقمة: 1؛ 1؛ 1؛ 2؛ 3؛ 4.نرميهما معا

-1 ما احتمال الحصول على رقمين جداؤهما عدد فردي ؟

-2 ما احتمال الحصول على رقمين مجموعها من مضاعفات 3 ؟

-3 ما احتمال الحصول على رقمين أوليين ؟

-4 ما احتمال الحصول على رقمين مجموعهما يساوي 5 ؟

-5 ليكن X مجموع الرقمين الظاهرين؛ عين قانون احتمال X و احسب أمله الرياضي.

التمرين17: لدينا زهرة نرد حمراء متجانسة ذات ستة أوجه مرقمة:1؛ 1؛ 2؛ 3؛ 3؛ 4 وَ زهرة نرد بيضاء متجانسة ذات ستة أوجه مرقمة: 3؛ 3؛ 4؛4؛ 5؛ 6.نرميهما معا.

-1 احسب احتمالات الحوادث التالية: A:"مجموع الرقمين الظاهرين من مضاعفات 3". B:"جداء الرقمين الظاهرين أكبر تماما من 7".

C:" مجموع الرقمين الظاهرين أولي". D:"الرقمان الظاهران أوليان فيما بينهما"

-2 ليكن X المتغير العشوائي المرفق بكل رمية و المساوي لمجموع الرقمين الظاهرين.

عين قانون احتمال X و احسب أمله الرياضي.

التمرين18: لدينا زهرة نرد متجانسة مرقمة من 1 إلى 6.نرميها ثلاث مرات متتابعة. نحصل على ثلاثية $(a ; b ; c)$

ما احتمال أن يكون للجملة: $\{a\,x + y = 4\,b\,x + y = c$

1) حل وحيد في R^2 ؟ ب) ما لا نهاية من الحلول في R^2 ؟

التمرين19: يتكون قسم A من 40 تلميذ: 15 ذكور كلهم خارجيين و 25 بنت منهن 5 داخليات و يتكون قسم B من 30تلميذ: 10 ذكور كلهم خارجيين و 20 بنت منهن 3 داخليات. نختار عشوائيا تلميذ من كل قسم.

-1 ما احتمال الحصول على تلميذين من نفس الجنس ؟

-2 ما احتمال الحصول على داخليتين ؟

-3 ما احتمال الحصول على خارجيين ؟

-4 نرفق بكل بنت داخلية نقطة واحدة و بكل بنت خارجية ثلاث نقاط و بكل خارجي من الذكور تسع نقط وَ ليكن X مجموع النقط المحصل عليها عند اختيار التلميذين؛ عين قانون احتمال X و احسب أمله الرياضي.

التمرين20: يحوي صندوق 12 كرة حمراء وكرتان بيضوان غير معروفة عند اللمس.

نسحب عشوائيا ثلاث كرات في آن واحد.

-1 ما هو عدد الإمكانيات ؟

-2 ما احتمال الحصول على كرتين بيضاوين ؟

-3 ما احتمال الحصول على كرة حمراء على الأقل ؟

-4 ما احتمال الحصول على كرتين حمراوين على الأكثر ؟

-5 ليكن X عدد الكرات البيضاء المسحوبة. عين قانون احتمال X و احسب أمله الرياضي.

التمرين21: يحتوي صندوق على 10 قريصات: خمسة حمراء مرقمة: 1؛2؛3؛4؛5 وَ خمسة بيضاء مرقمة: -2؛ -4؛ -6؛ -8؛ -10 غير معروفة عند اللمس. نسحب عشوائياً قريصتان في آن واحد.

-1 ما احتمال الحصول على قريصتين مرقمتين بعددين جداؤهما موجب ؟
-2 ما احتمال الحصول على قريصتين من نفس اللون ؟
-3 ما احتمال الحصول على قريصتين مرقمتين بعددين جداؤهما من مضاعفات 3 ؟
-4 ما احتمال الحصول على قريصتين حمراوين مرقمتين بعددين زوجيين ؟

التمرين22: يحتوي صندوق على 6 كرات حمراء وَ 5 بيضاء وَ كرتان خضروان غير معروفة عند اللمس. نسحب ثلاث كرات في آن واحد.

-1 ما هو عدد الإمكانيات ؟
-2 ما احتمال الحصول على ثلاث كرات مختلفات اللون ؟
-3 ما احتمال الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون ؟
-4 ما احتمال الحصول على كرة بيضاء على الأقل ؟
-5 ما احتمال الحصول على كرتين حمراوين على الأكثر ؟
-6 ليكن X عدد الكرات البيضاء المسحوبة. عين قانون احتمال X و احسب أمله الرياضي.

التمرين23: يحتوي صندوق على 10 كرات مرقمة: 1؛ 2؛ 2؛ 3؛ 3؛ 3؛ 4؛ 4؛ 4؛ 4 غير معروفة عند اللمس. نسحب كرتين في آن واحد.

-1 ما احتمال الحصول على عددين زوجين ؟
-2 ما هو احتمال الحصول على عددان مجموعهما من مضاعفات 3 ؟
-3 ما احتمال الحصول على عددين متساويين ؟
-4 ما احتمال الحصول على عددين أوليين ؟
-5 ليكن X جداء العددين المسحوبين. عين قانون احتمال X و احسب أمله الرياضي.

التمرين24: يحتوي امتحان على 100 موضوع. كل مرشح يختار في آن واحد ثلاثة مواضيع. المرشح راجع 10 مواضيع.

-1 ما هو عدد الحالات الممكنة ؟
-2 ما احتمال الحصول على ثلاثة مواضيع من بين التي راجعها ؟
-3 ما احتمال الحصول على موضوعين من بين التي راجعها ؟
-4 ما احتمال الحصول على موضوع من بين التي راجعها ؟
-5 ما احتمال الحصول علىثلاثة مواضيع من بين التي لم يراجعها ؟
-6 ما احتمال الحصول على الأقل على موضوع من بين التي راجعها ؟

التمرين25: يحتوي كيس على 3كرات حمراء و كرتان خضراء و n كرة بيضاء (n عدد طبيعي أكبر تماما من 1) لا نفرق بينها عند اللمس. نسحب كرتين في آن واحد. عين n حتى يكون احتمال الحصول على كرة بيضاء على الأكثر مساويا $\frac{8}{11}$

التمرين26: يحتوي كيس على 3 كرات بيضاء مرقمة: 1؛ 2؛ 3 و كرتان حمراوان مرقمتان 3 وَ 4 وأربع كرات صفراء مرقمة 2؛ 3؛ 4؛ 5 لا نفرق بينها عند اللمس. نسحب عشوائيا ثلاث كرات في آن واحد.

-1 ما هو عدد الإمكانيات ؟
-2 ما احتمال الحصول على ثلاث كرات: A:"من نفس اللون". B:"مرقمة بنفس الرقم". C:"مختلفات اللون". D:"مجموع أرقامها يساوي 5".
-3 ليكن X المتغير العشوائي المرفق بكل سحب و المساوي لعدد الكرات الصفراء المسحوبة. عين قانون احتمال X و احسب أمله الرياضي.

التمرين27: يحتوي كيس على 6 كريات لا نفرق بينها عند اللمس، مرقمة من 1 إلى 6.
نسحب في آن واحد كريتين من الكيس عشوائيا.

-1 ما احتمال الحصول على كريتين مجموع رقميها أكبر أو يساوي 9 ؟
-2 ما احتمال الحصول على كريتين مجموع رقميها عددا أوليا ؟
-3 نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق كل عملية سحب بمجموع رقمي الكرتين. عين أكتب قانون المتغير العشوائي X و أحسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X ثم عين التباين و الانحراف المعياري.

التمرين28: يحتوي كيس على 10 كرات غير معروفة عند اللمس منها: 5 حمراء، 3 صفراء، 2 خضراء. نسحب 3 كرات في آن واحد من الكيس، لتكن الحوادث التالية: A: " الكرات الثلاث لها نفس اللون " ؛ B: " الكرات الثلاثة مختلفات اللون " ؛ C: " الكرات الثلاث كلها حمراء "

-1 أحسب الاحتمالات $p(C$ ،$p(B)$ ،$p(A)$)
-2 ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الخضراء المسحوبة. عين مجموعة قيم X ثم عين قانون احتمال X و أحسب أمله الرياضي
-3 نفرض أن الكيس يحتوي على: n كرة حمراء و 3 صفراء وَ 2 خضراء (n عدد طبيعي أكبر أو يساوي 2).

نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الكيس. لتكن الحادثة: G:"سحب كرتين حمراوين". أثبت أن احتمال $p(G$) هو:

$$p(G)=\frac{n(n-1)}{(n+5)(n+)}$$

التمرين29: يحتوي كيس على كرتان بيضاوان و أربع كرات خضراء و ستة كرات حمراء لا نفرق بينها عند اللمس. نسحب ثلاث كرات في آن واحد.

-1 ما احتمال الحصول على الحوادث التالية:: A " ثلاث كرات من نفس اللون " : B " كرتان حمراء على الأكثر "
: C " ثلاثة كرات ليست خضراء " : D " كرة بيضاء على الأقل "
-2 ليكن X عدد الكرات الحمراء المسحوبة. عين قانون احتمال X و احسب أمله الرياضي.

التمرين 30: يحتوي كيس على 7 كرات مرقمة: 1؛1؛ 2؛ 2؛ 2؛ 3؛ 4 لا نفرق بينها عند اللمس. نسحب كرتين في آن واحد
-1 ما احتمال الحصول على الحوادث التالية:
: A " العددان المسحوبان متساويان " : B " العددان المسحوبان فرديان ".
: C " جداء العددان المسحوبان زوجي " : D " مجموع العددان المسحوبان من مضاعفات 3 "
-2 ليكن X مجموع العددين المسحوبين. عين قانون احتمال X و احسب أمله الرياضي.

التمرين 31: يحتوي كيس على 7 كرات مرقمة من 1 إلى 7 لا نفرق بينها عند اللمس.
نسحب ثلاث كرات في آن واحد.
-1 ما احتمال الحصول على الحوادث التالية: : A " مجموع الأعداد المسحوبة يساوي 7 "
: B " الأعداد المسحوبة هي حدود متتابعة من متتالية حسابية ". : C " الأعداد المسحوبة هي أعداد أولية".
-2 ليكن X عدد الأرقام الزوجية المسحوبة. عين قانون احتمال X و احسب أمله الرياضي.

التمرين 32: يحتوي كيس على 10 كرات: ثلاثة حمراء مرقمة: 1؛ 3؛ 5 و أربع كرات زرقاء مرقمة: 2؛ 3؛ 4؛ 5 و كرتان صفراء مرقمة: 1؛ 2 و كرة سوداء مرقمة 4 لا نفرق بينها عند اللمس. نسحب كرتين في آن واحد.
-1 ما احتمال الحصول على الحوادث التالية:
: A "كرتان من نفس اللون" : B "كرتان مرقمتان بنفس الرقم " : C " مجموع الرقمان المسحوبان من مضاعفات 3 "
-2 ليكن X مجموع العددين المسحوبين. عين قانون احتمال X و احسب أمله الرياضي.

التمرين 33: تتكون جمعية من 10 أفراد: 4 نساء وَ 6 رجال تريد تشكيل لجنة مكونة من رئيس و نائب له و أمين علما أن كل شخص يشغل على الأكثر منصب واحد.
-1 أنشئ الشجرة المرفقة بالمعطيات السابقة.
-2 ما هو احتمال الحوادث التالية:
: A " الرئيس و نائبه من جنسين مختلفين " : B " الرئيس و نائبه من نفس الجنس و الأمين امرأة " : C " الرئيس من الرجال "
-3 من بين أفراد الجمعية يوجد الرجل M و المرأة N. ما هو احتمال الحوادث التالية:
: M " A و N عضوان في اللجنة " : M " B هو الرئيس و N ليست في اللجنة "
-4 ليكن X عدد النساء الموجودات في اللجنة. عين قانون احتمال X و احسب أمله الرياضي.

التمرين 34: يحتوي كيس على 3 كرات بيضاء وَ كرتان حمراء و واحدة خضراء لا نفرق بينها عند اللمس.
نسحب كرتين بالتتابع وَ بدون إعادة.
-1 ما احتمال الحصول على الحوادث التالية:
: A " كرتان من نفس اللون " : B " الكرة الأولى بيضاء " : C " كرتان خضراء " : D " كرة بيضاء على الأقل "
-2 ليكن X عدد الكرات البيضاء المسحوبة. عين قانون احتمال X و احسب أمله الرياضي.

التمرين 35: يحتوي كيس على 4 كرات بيضاء وَ 5 كرات حمراء وَ 3 كرات خضراء لا نفرق بينها عند اللمس. نسحب ثلاث كرات بالتتابع و بدون إعادة.
-1 ما احتمال الحصول على الحوادث التالية: : A " ثلاث كرات من نفس اللون " : B " ثلاث كرات مختلفات اللون "
: C " كرتان خضراء على الأكثر " : D " كرة حمراء على الأقل "
-2 ليكن X رتبة أول كرة حمراء مسحوبة. عين قانون احتمال X و احسب أمله الرياضي.

التمرين 36: يحوي كيس 10 كرات مرقمة من 1 إلى 10 لا نفرق بينها عند اللمس. نسحب ثلاث كرات بالتتابع و بدون إعادة.
-1 ما احتمال الحصول على الحوادث التالية: : A " الأعداد المسحوبة من مضاعفات 3 " : B " الأعداد المسحوبة هي حدود متتابعة من متتالية حسابية أساسها 2 " : C " الأعداد المسحوبة هي حدود متتابعة من متتالية هندسية متزايدة تماما "
-2 ليكن X عدد الأعداد الزوجية المسحوبة. عين قانون احتمال X و احسب أمله الرياضي.

التمرين 37: يحتوي كيس على 3 كرات بيضاء وَ 3 كرات حمراء و كرتان خضراء، لا نفرق بينها عند اللمس.
-1 نسحب في آن واحد و عشوائياً 3 كرات من الكيس.
-1 أحسب احتمال كل من الحوادث التالية: : A " الكرات مختلفات اللون " : B " الكرات من نفس اللون "
-2 نسمي X عدد الكرات البيضاء المسحوبة. عين قانون احتمال X و أحسب أمله الرياضي.
-2 ليكن n عدد طبيعي أكبر أو يساوي 2. نسحب عشوائياً كرة من الكيس، نكتب لونها، ثمّ نرجعها في الكيس قبل سحب الكرة التالية. نجري n سحبا متتابعة. ما هي أصغر قيمة للعدد n حتى يكون احتمال سحب كرات بيضاء فقط هو على الأقل ألف مرة أكبر من احتمال سحب كرات خضراء فقط ؟

التمرين 38: صندوق يحتوي على 7 كرات بيضاء وَ 4 كرات خضراء وَ كرتين حمراوين.
-1 نسحب في آن واحد 3 كرات مع الفرض أن للكرات نفس احتمال السحب. أحسب احتمال الحادثين التاليين:
: A " الكرات المسحوبة مختلفة اللون". : B "الكرات المسحوبة من نفس اللون"
-2 نسمي X عدد الكرات البيضاء المسحوبة. عين قانون احتمال س و احسب أمله الرياضي
-3 n عدد طبيعي أكبر أو يساوي 2. نسحب كرة من الصندوق و نكتب لونها ثم نعيدها في الصندوق قبل السحب الموالية . نقوم بـ n سحب متتابعة. ما هي أصغر قيمة للعدد n حتى يكون احتمال سحب كرات بيضاء فقط 1000 مرة أكبر من احتمال سحب كرات حمراء فقط.

التمرين 39: مربيان للطيور النادرة يقومان بتربية طيور يظهر لونها بعد شهر من تفقيس بيضها.
- بالنسبة للمربي الأول، بين اليوم الأول و الشهر، 20% من الطيور تموت و 70% تصبح ملونة و10% تبقى بيضاء.

▪ بالنسبة للمربي الثاني، بين اليوم الأول و الشهر ، 7% من الطيور تموت و 80% تصبح ملونة و 13% تبقى بيضاء.
بائع طيور اشترى أفراخ طيور عمرها يوم واحد : 70% من المربي الأول و 30% من المربي الثاني.

-1 يشتري طفل طائر من عند البائع يوم بعد وصولها إلى محل البائع، أي عمره يومان.
-1 بين أن احتمال أن يكون الطائر حي بعد شهر هو $0,839$
-2 عين احتمال أن يكون الطائر ملون بعد شهر.
-3 علما أن الطائر بقي أبيض بعد شهر، ما احتمال أن يكون من عند المربي الأول ؟
-2 يختار شخص عشوائيا و بطريقة مستقلة خمسة طيور من عند البائع يوم بعد وصولها إلى محل البائع. ما احتمال أن تبقى بعد شهر، ثلاثة فقط على قيد الحياة ؟
-3 قرر بائع الطيور الاحتفاظ بالطيور حتى يظهر لونها أي بعد شهر، حتى يبيعها بلونها النهائي. يربح $300\ DA$ عن كل طائر ملون و $50\ DA$ عن كل طائر أبيض و يخسر $10\ DA$ عن كل طائر لا يبقى على قيد الحياة. نسمي X المتغير العشوائي المساوي للربح الجبري لبائع الطيور عن كل طائر اشتراه. عين قانون الاحتمال لـ X و أمله الرياضي.

التمرين 40: صندوقان U_1 و U_2 يحتويان على كرات غير معروفة عند اللمس.
U_1 يحوي k كرة بيضاء (k عدد طبيعي أكبر أو يساوي 1) و 4 كرات سوداء، U_2 يحوي 3 كرات بيضاء و كرة سوداء.
-1 نسحب عشوائيا كرة من U_1 و نضعها في U_2 ثم نسحب بعد ذلك كرة من U_2 . مجموع هذه العمليات تمثل اختبار.
نسمي B_1 الحادثة " الكرة المسحوبة من U_1 بيضاء " و N_1 الحادثة " الكرة المسحوبة من U_1 سوداء"
نسمي B_2 الحادثة " الكرة المسحوبة من U_2 بيضاء " و N_2 الحادثة " الكرة المسحوبة من U_2 سوداء"
أنشئ الشجرة ثم بين أن احتمال الحادثة $B2$ يساوي $\frac{4k+12}{5k+20}$
-2 فيما تبقى نأخذ $k=10$. السؤالان 2 و 3 مستقلان و يمكن الإجابة عنهما في أي ترتيب.
راهن لاعب $20\ DA$ و قام باختبار (سحب كرة من U_1 و وضعها في U_2 ثم سحب بعد ذلك ، كرة من U_2). إذا كانت الكرة المسحوبة من U_2 بيضاء فيربح $30\ DA$ و إلا ، فلا يحصل على شيء و يخسر رهانه. ليكن X المتغير العشوائي المساوي للربح الجبري للاعب أي الفرق بين المبلغ المحصل علية و المبلغ الذي راهنه.
-1 عين قيم X ثم عين قانون احتمال X و احسب أمله الرياضي.
-2 هل اللعبة ملائمة للاعب ؟
-3 يشارك هذا اللاعب n مرة متتابعة لهذه اللعبة. في بداية كل لعبة U_1 يحتوي على 10 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء و U_2 يحتوي على 3 كرات بيضاء و كرة سوداء و بالتالي الاختبارات المتتابعة مستقلة.
عين أصغر عدد طبيعي n حتى يكون احتمال تحقيق على الأقل مرة الحادثة B_2 أكبر أو يساوي $0,99$.

التمرين 41: يحتوي كيس U_1 على 5 كرات بيضاء و 7 كرات سوداء و يحتوي كيس U_2 على كرة بيضاء و 11 كرة سوداء. كل الكرات غير معروفة عند اللمس.
-1 لاعب له زهرة نرد متجانسة تماما ذات ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 . يرميه مرة: إذا حصل على الرقم 6 ، يسحب عشوائيا كرة من الكيس U_1 و إلا يسحب عشوائيا كرة من الكيس U_2.
-1 لتكن B الحادثة: " اللاعب يحصل على كرة بيضاء ". بين أن $p(B) = \frac{5}{36}$
-2 إذا حصل اللاعب على كرة بيضاء، هل احتمال أن تكون من U_1 أكبر من احتمال أن تكون من U_2؟
-2 يكرر اللاعب الاختبار – épreuve - المعرفة في السؤال الأول مرتين ، في شروط متطابقة و مستقلة (أي بعد العملية الأولى ، الكيسين يكون لهما نفس التركيبة الأولى).
ليكن x عدد طبيعي غير معدوم. أثناء كل عملية من العمليتين اللاعب يربح $x\ DA$ إذا حصل على كرة بيضاء ويخسر $20\ DA$ إذا حصل على كرة سوداء. نرمز بـ Y للمتغير العشوائي المرفق بالربح الجبري بعد الانتهاء من العمليتين
-1 عين قيم Y ثم عين قانون احتمال Y.
-2 عين الأمل الرياضي $E(Y)$ بدلالة x.
-3 من أجل أي قيم للعدد x، يكون $E(Y) \geq 0$ ؟

التمرين 42: لدينا زهرة نرد ذات ستة أوجه متجانسة مرقمة من 1 إلى 6 و كيس يحتوي على 10 كرات غير معروفة عند اللمس: 6 خضراء و 4 حمراء. يجري لاعب لعبة بمرحلتين:
المرحلة الأولى: يرمي لاعب زهرة النرد و يكتب الرقم المحصل عليه.
المرحلة الثانية:
● إذا كان الرقم المسحوب 1، يسحب كرة من الكيس: يربح إذا كانت خضراء و يخسر في الحالة الأخرى.
● إذا كان الرقم المسحوب 3 أو 5، يسحب في آن واحد كرتين من الكيس: يربح إذا كانت الكرتين المسحوبتين خضراوين و يخسر في الحالات الأخرى.
● إذا كان الرقم لمسحوب زوجي، يسحب في آن واحد ثلاث كرات من الكيس: يربح إذا كانت الكرات الثلاث المسحوبة خضراء و يخسر في الحالات الأخرى. في آخر كل لعبة، يعيد في الكيس الكرة أو الكرات المسحوبة.
نعرف الحوادث التالية: D_1 : "ظهور الرقم 1 في زهرة النرد " D_2 : "ظهور الرقم 3 أو 5 في زهرة النرد "
D_3 : "ظهور رقم زوجي في زهرة النرد " G : "اللاعب ربح اللعبة "
نذكر أن: $p_A(B)$ هو احتمال الحصول على B علما أن A محققة مع $p(A) \neq 0$.
-1 أ- أنشئ شجرة مثقلة.
-2 عين الاحتمالات $p_{D_1}(G)$ ، $p_{D_2}(G)$ و $p_{D_3}(G)$.
-3 بين إذن أن $p(G) = \frac{53}{180}$.

-2 اللاعب ربح اللعبة. أحسب احتمال أن يحصل على الرقم *1* بزهرة النرد.

-3 يجري اللاعب ستة مرات نفس اللعبة. أحسب احتمال أن يربح بالضبط لعبتين فقط(تعطى النتيجة بتقريب 10^{-2})

-4 كم لعبة على الأقل يجريها اللاعب حتى يكون احتمال أن يربح على الأقل واحدة أكبر من *0,9*؟

التمرين*43:* عدد تلاميذ ثانوية ما موزعين على الشكل التالي: *40%* سنة أولى و*35%* سنة ثانية. البنات تمثل *60%* من تلاميذ السنة الأولى، *70%* تلاميذ السنة الثانية و *80%* من تلاميذ السنة الثالثة.

-1 نختار عشوائيا تلميذا من الثانوية. نرمز بـ:

S الحادثة:" التلميذ المختار من السنة الأولى" ، *P* الحادثة:" التلميذ المختار من السنة الثانية"

T الحادثة:" التلميذ المختار من السنة الثالثة" ، *F* الحادثة:" التلميذ المختار بنت"

-1 أنشئ الشجرة المثقلة المرفقة بالمعطيات.

-2 أحسب احتمال أن نختار:

●تلميذ من السنة الثالثة.

●بنت من السنة الثالثة.

-3 بين أن احتمال اختيار بنت هو *0,685*.

-2 يوجد من بين تلاميذ السنة الثالثة ثانوي من يمارسون التربية البدنية و من لا يمارسون التربية البدنية..

قررت إدارة الثانوية أن تجري امتحان كتابي اختياري في مادة التربية البدنية لتلاميذ السنة الثالثة ثانوي.

□ احتمال أن يكون التلميذ المختار لم يمتحن و يمارس التربية البدنية هو *0,02* .

□ احتمال أن يكون التلميذ المختار امتحن و لا يمارس التربية البدنية هو*0,03* .

□ احتمال أن يكون التلميذ المختار امتحن هو *0,4* .

نرمز بـ: *A* الحادثة: "التلميذ المختار يمارس التربية البدنية" ؛ *B* الحادثة:" التلميذ المختار امتحن"

-1 بين أن احتمال أن يمارس التربية البدنية و يُمتحن هو *0,37* .

-2 أحسب احتمال أن يمارس التربية البدنية.

-3 أحسب احتمال أن يكون التلميذ المختار أُمتحن علما أنه يمارس التربية البدنية.

التمرين*44:* *Baccalauréat S France, juin 2000*

لدينا زهرة نرد ذات ستة أوجه مرقمة من *1* إلى *6*.نرمز بـ: p_k لاحتمال الحصول على الوجه المرقم *k*. (*k* عدد طبيعي وَ $1 \leq k \leq 6$)

●الأعداد الحقيقية p_1؛ p_2؛ p_3؛ p_4؛ p_5؛ p_6 هي بهذا الترتيب ستة حدود متتابعة من متتالية حسابية أساسها *r*.

●الأعداد p_1؛ p_2؛ p_4 هي بهذا الترتيب حدود متتابعة من متتالية هندسية.

●الأوجه الست ليس لها نفس الاحتمال.

-1 برهن أن: $p_k = \frac{k}{21}$ من أجل كل عدد طبيعي *k* حيث: $1 \leq k \leq 6$.

-2 نرمي هذه الزهرة مرة و نعتبر الحوادث التالية:

A : " العدد المحصل عليه زوجي" *B* :" العدد المحصل عليه أكبر أو يساوي *3*" *C*:" العدد المحصل عليه هو *3* أو *4*"

-1 أحسب احتمالات الحوادث السابقة.

-2 أحسب احتمال الحصول على عدد أكبر أو يساوي *3* علماً أنه زوجي.

-3 هل الحادثتان *A* و *B* مستقلان ؟

-3 نستعمل هذه الزهرة في لعبة. لدينا في كيس u_1 كرة بيضاء و ثلاث كرات سوداء و في كيس u_2 كرتان بيضاء و كرة سوداء. اللاعب يرمي زهرة النرد:

●إذا حصل على عدد زوجي، يسحب عشوائيا كرة من الكيس u_1.

●إذا حصل على عدد فردي، يسحب عشوائيا كرة من الكيس u_2

نفرض أن كل السحبات متساوية الاحتمال و أن اللاعب يكون رابحاً إذا سحب كرة بيضاء، نرمز بالرمز *G* لهذه الحادثة.

-1 عين احتمال الحادثة $G \cap A$ ثم احتمال الحادثة *G*.

نفرض أن اللاعب ربِح. عين احتمال الحصول على عدد زوجي عند رمي زهرة النرد.

التمرين*45:* *Baccalauréat S Asie, juin 2000*

نبدأ لعبة رمي سهم صغيرة. نقوم بعدة رميات متتابعة لسهم صغير. عندما نصيب الهدف، فاحتمال إصابته في المرة الموالية هو $\frac{1}{3}$. عندما نفشل في إصابة الهدف، فاحتمال أن نفشل في المرة الموالية هو $\frac{4}{5}$. نفرض أنه في الرمية الأولى لدينا نفس حظوظ إصابة الهدف و الفشل في ذلك. من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم *n*، نعتبر الحادثتين التاليتين: A_n: "نصيب الهدف في الرمية *n*" ؛ B_n: "نفشل في الرمية *n* " بالنسبة للسؤالين الأول و الثاني، يمكن الاستعانة بشجرة. نضع: ($p_n = P(A_n)$)

-1 عين p_1 و بين أن $p_2 = \frac{4}{15}$

-2 بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 2$ ، $p_n = \frac{2}{15}p_{n-1} + \frac{1}{5}$

-3 من أجل $n \geq 1$ ، نضع: $u_n = p_n - \frac{3}{13}$. بين أن (u_n) متتالية هندسية، يطلب تعيين أساسها *q* و حدها الأولu_1

-4 أكتب u_n ثم p_n بدلالة *n* ثم عين $\lim_{n \to +\infty} p_n$

التمرين*46:* *Baccalauréat S Antilles, juin 2003*

شركة*A* مخصصة في صناعة منتوج بالتسلسل؛ مراقبة النوعية بينت أن كل منتوج من الشركة*A* يمكن أن يكون لديه نوعين من العيوب: عيب في اللِّحَام (*soudure*) مع احتمال يساوي*0,03* و عيب في مكون إلكتروني مع احتمال يساوي*0,02* . المراقبة بينت كذلك أن العيبين

مستقلان. نقول عن منتوج أنه معيب إذا كان به على الأقل أحد العيبين .

-1 بين أن احتمال أن يكون منتج من الشركة A معيب يساوي $0,0494$

-2 اشترى بائع ذو محل كبير 800 منتوج من الشركة A .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بهذه 800 منتوج عدد السلع المعيبة.

-1 عين قانون X

-2 أحسب الأمل الرياضي للمتغير X . ما هو المعنى لهذا العدد ؟

-3 أ- اشترى بائع ذو محل صغير 25 منتوج من الشركة A .

أحسب، بتقريب 10^{-3} ، احتمال أن يكون على الأكثر سلعتين معيبتين في هذا الطلب.

ب- يريد أن يكون احتمال الحصول على الأقل سلعة معيبة أصغر من 50% في طلبه. عين القيمة العظمى للعدد n للسلع التي يطلبها.

-4 المتغير العشوائي، الذي يرفق بكل سلعة مصنوعة من الشركة، مدة صلاحيتها باليوم، تتبع قانون أسي ذو الوسيط $0,0007$ ، أي كثافة احتماله الدالة f المعرفة على $[0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=0,0007e^{-0,0007x}$

أحسب احتمال، بتقريب 10^{-3} ، أن تكون مدة صلاحية سلعة محصورة بين 700 و 1000 يوم.

التمرين 47: *Baccalauréat S France, avril 2004*

نهتم بمدة حياة، معبر بالأسابيع، لمركب الكتروني. يمكن محاكاة هذه الوضعية بقانون احتمال p لمدة حياة بدون شيخوخة، معرف على المجال $[0;+\infty[$: احتمال أن يكون المركب معطب بعد t أسبوع هو: $p([0;t[)=\int_0^t e^{-x}\,dx$

بينت دراسة إحصائية بأن حوالي 50% من هذه المركبات صالحين بعد 200 أسبوع، لذا نضع: $p([0;200[)=0,5$

-1 بين أن $=\frac{ln2}{200}$

-2 ما احتمال أن يكون لمركب، اختير عشوائيا، مدة حياة أكبر من 300 أسبوع ؟ نعطي قيمة مضبوطة و قيمة مقربة بتقريب 10^{-2}

-3 نتقبل أن المدة المتوسطة d_m لهذه المركبات هي النهاية لما A يؤول إلى $+\infty$ لـ $\int_0^A xe^{-x}\,dx$

-1 بين أن $\int_0^A e^{-x}\,dx=\frac{-Ae^{-A}-e^{-A}+1}{}$

-2 استنتج d_m . نعطي قيمة مضبوطة و قيمة مقربة عشرية للأسبوع بالتقريب.

التمرين 48: *Baccalauréat S Pondichéry, avril 2004*

لدى لاعب زهرة نرد ذات ستة أوجه متجانسة مرقمة من 1 إلى 6 و ثلاثة صناديق U_1 ، U_2 و U_3 يحتوي كل منها k كرة، k عدد طبيعي أكبر أو يساوي 3 . توجد 3 كرات سوداء في U_3 ، كرتين سوداوين في U_2 و كرة سوداء وحيدة في U_1 و كل الكرات المتبقية في الصناديق بيضاء. كل الكرات غير معروفة عند اللمس.

تجري اللعبة بالطريقة التالية: يرمي اللاعب زهرة النرد.

- إذا كان الرقم المحصل عليه 1، يسحب عشوائيا كرة من U_1، يكتب لونها ثم يعيدها للصندوق U_1 .
- إذا كان الرقم المحصل عليه مضاعف للعدد 3 ، يسحب عشوائيا كرة من U_2 ، يكتب لونها ثم يعيدها للصندوق U_2 .
- إذا كان الرقم المحصل عليه ليس 1 و ليس مضاعفا للعدد 3 ، يسحب عشوائيا كرة من U_3، يكتب لونها ثم يعيدها U_3

نرمز بـ C ، B ، A و N للحوادث التالية:

A : "ظهور الرقم 1 في زهرة النرد " B : "ظهور مضاعف للعدد 3 في زهرة النرد "

C : "ظهور رقم ليس 1 و ليس مضاعفا للعدد 3 في زهرة النرد " N : " الكرة المسحوبة سوداء "

نذكر أن: $p_A(B)$ هو احتمال الحصول على B علما أن A محققة مع $p(A)\neq 0$.

-1 يجري اللاعب لعبة.

-1 بين أن احتمال أن يحصل على كرة سوداء هو $\frac{7}{3k}$

-2 أحسب احتمال أن يظهر الرقم 1 في زهرة النرد علما أن الكرة المسحوبة سوداء.

-3 عين k حتى يكون احتمال الحصول على كرة سوداء أكبر من $\frac{1}{2}$

-4 عين k حتى يكون احتمال الحصول على كرة سوداء يساوي $\frac{1}{30}$

-2 في هذا السؤال، k يساوي القيمة المحصل عليها لما يكون احتمال الحصول على كرة سوداء يساوي $\frac{1}{30}$. يقوم اللاعب بـ 20 لعبة، مستقلة مثنى مثنى. أحسب، على شكل مضبوط ثم قيمة مقربة بتقريب 10^{-3} ، احتمال أن يحصل على الأقل مرة على كرة سوداء

التمرين 49: *Baccalauréat S Centres Etrangers, juin 2004*

يذهب عامل إلى عمله. إذا كان في الوقت فيركب مجانا الحافلة الموضوعة لهذا الغرض من طرف الشركة، إذا كان متأخراً فيركب طاكسي و يدفع $1,50$ € .

إذا حضر العامل في وقته في يوم ما، فاحتمال أن يتأخر في اليوم الموالي هو $\frac{1}{5}$ ، إذا كان متأخراً في يوم ما، فاحتمال أن يكون متأخراً في اليوم الموالي هو $\frac{1}{20}$. من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، نسمي R_n الحادثة " العامل حضر متأخرا في اليوم n " و p_n احتمالها و q_n احتمال $\overline{R_n}$. نفرض أن $p_1=0$.

-1 أ) عين الاحتمالات الشرطية $p_{R_n}\left(R_{n+1}\right)$ و $p_{\overline{R_n}}\left(R_{n+1}\right)$

-2 عين $p\left(R_{n+1}\cap R_n\right)$ بدلالة p_n و $p\left(R_{n+1}\cap \overline{R_n}\right)$ بدلالة q_n

-3 عبر عن p_{n+1} بدلالة p_n و q_n

-4 استنتج أن $p_{n+1}=\frac{1}{5}-\frac{3}{20}p_n$

-2 من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، نضع $v_n=p_n-\frac{4}{23}$

-1 برهن أن $\left(v_n\right)$ متتالية هندسية أساسها $-\frac{3}{20}$

-2 عبر عن v_n ثم p_n بدلالة n

-3 بين أن (p_n) متقاربة وعين نهايتها.

التمرين50: *Baccalauréat S Liban, juin 2004*

يتكون عمال مستشفى من ثلاثة أصناف: أطباء، ممرضين وعمال AT (الإدارة والتقنيون).

عدد العمال موزعين على الشكل التالي: 12% أطباء و71% ممرضين .

67% من الأطباء هم رجال و92% من الممرضين نساء.

-1 نختار عشوائيا عامل من المستشفى.

-1 ما احتمال أن نختار امرأة ممرضة ؟

-2 ما احتمال أن نختار امرأة طبيبة ؟

-3 نعلم أن 80% من العمال نساء. احسب احتمال أن نختار امرأة AT

-4 استنتج احتمال أن نختار امرأة علما أن الشخص المختار من عمال AT

-2 مدة المسار بيت- مستشفى لكل عمال المستشفى هو على الأكثر ساعة و نفرض أن المدة المضبوطة لهذا المسار هو متغير عشوائي موزع بانتظام على المجال $[0;1]$. نختار عشوائيا عامل من المستشفى. ما احتمال أن تكون مدة مسار هذا العامل محصورة بين 15 دقيقة و 20 دقيقة ؟

-3 تريد شركة إرسال رسالة إشهارية لـ 40 شخص يعملون في هذا المستشفى. لديها قائمة العمال لكن لا تعلم وظيفتهم.

تختار الشركة عشوائيا 40 اسم من القائمة (نظرا للعدد الكبير للعمال، نعتبر أننا نقوم بـ 40 سحب بالتتابع و بدون إعادة)

ما احتمال أنه من بين 40 مراسلة، 10 بالضبط يتلقاها أطباء ؟

التمرين51: *Baccalauréat S Amérique du sud, novembre 2004*

يحتوي صندوق على 4 كرات حمراء و كرتان سوداوان غير معروفة عند اللمس.

-1 نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد بدون إرجاع من الصندوق. نرمز بـ:

A_0: " لا نحصل على أي كرة سوداء " ، A_1: " نحصل على كرة سوداء وحيدة " ، A_2: " نحصل على كرتين سوداوين "

أحسب احتمالات الحوادث A_2، A_1، A_0

-2 بعد هذا السحب، تبقى 4 كرات في الصندوق.نسحب مرة أخرى عشوائيا كرتين بدون إرجاع من الصندوق. نرمز بـ:

B_0: " لا نحصل على أي كرة سوداء في السحب الثاني" B_1: " نحصل على كرة سوداء وحيدة في السحب الثاني "

B_2: " نحصل على كرتين سوداوين في السحب الثاني "

-1 أحسب $p_{A_0}\left(B_0\right)$ ، $p_{A_1}\left(B_0\right)$ و $p_{A_2}\left(B_0\right)$

-2 استنتج $p\left(B_0\right)$

-3 أحسب $p\left(B_1\right)$ و $p\left(B_2\right)$

-4 تحصلنا على كرة سوداء وحيدة في السحب الثاني. ما هو احتمال الحصول على كرة سوداء وحيدة في السحب الأول ؟

-3 نعتبر الحادثة R : "لا بد من السحبين حتى نتمكن من سحب كرتين سوداوين ". بين أن $p(R)=\frac{1}{3}$.

التمرين52: *Baccalauréat S Amérique du Nord, juin 2005*

لدينا زهرة نرد متجانسة ذات ستة أوجه مرقمة كالتالي: 1، 2، 2، 3، 3، 3 وكيس يحتوي على 10 كرات غير معروفة عند اللمس: 6 خضراء و 4 حمراء. يجري لاعب لعبة بمرحلتين:

المرحلة الأولى: يرمي زهرة النرد و يكتب الرقم المحصل عليه.

المرحلة الثانية:

- إذا كان الرقم المحصل عليه 1، يسحب كرة من الكيس: يربح إذا كانت الكرة المسحوبة حمراء و يخسر في الحالة الأخرى
- إذا كان الرقم المحصل عليه 2، يسحب عشوائيا كرتين في آن واحد من الكيس: يربح إذا كانت الكرتين المسحوبتين حمراوين و يخسر في الحالات الأخرى.
- إذا كان الرقم المحصل عليه 3، يسحب عشوائيا ثلاث كرات في آن واحد من الكيس: يربح إذا كانت الكرات الثلاث المسحوبة حمراء و يخسر في الحالات الأخرى.

في آخر كل لعبة، يعيد للكيس الكرة أو الكرات المسحوبة. نعرف الحوادث التالية:

D_1 : "ظهور الرقم 1 في زهرة النرد " ؛ D_2 : "ظهور الرقم 2 في زهرة النرد "

D_3 : "ظهور الرقم 3 في زهرة النرد " ؛ G : "اللاعب ربح اللعبة "

نذكر أن: $p_A(B)$ هو احتمال الحصول على الحادثة B علما أن الحادثة A محققة مع $p(A)\neq 0$

-1 أ- عين الاحتمالات $p_{D_1}(G)$ ، $p_{D_2}(G)$ و $p_{D_3}(G)$.

ب- بين إذن أن: $p(G)=\frac{23}{180}$

-2 لاعب ربح اللعبة. أحسب احتمال أن يحصل على الرقم *1* بزهرة النرد.

-3 يجري لاعب ستة مرات نفس اللعبة. أحسب احتمال أن يربح بالضبط مرتين فقط(تعطى النتيجة بتقريب 10^{-2})

-4 ما هو الحد الأدنى لعدد المرات التي يجريها لاعب حتى يكون احتمال أن يربح على الأقل مرة أكبر من *0,9* ؟

التمرين:53 Baccalauréat S Asie, juin 2005

تنظم جمعية يانصيب حيث من أجل مشاركة بمبلغ m بالأورو، يسحب لاعب عشوائيا و في آن واحد، كرتين من كيس يحتوي على كرتين خضراوين و ثلاث كرات صفراء غير معروفة عند اللمس.

- إذا سحب كرتين مختلفتين في اللون، يخسر.
- إذا سحب كرتين صفراوين، يُعاد له m مبلغ المشاركة .
- إذا سحب كرتين خضراوين، يمكن متابعة اللعبة بحث يُدور عجلة مكتوب عليها الأرباح موزعة كما يلي:

o على $\frac{1}{8}$ من العجلة، الربح هو *100 €*

o على $\frac{1}{4}$ من العجلة، الربح هو *20 €*

o على باقي العجلة، يُعاد للاعب m مبلغ المشاركة.

o نسمي V الحادثة: "يسحب اللاعب كرتين خضراوين " و J الحادثة: "يسحب اللاعب كرتين صفراوين " و R الحادثة: " يعاد للاعب m مبلغ المشاركة و لا يربح شيئا "

-1 أ- أحسب الاحتمالين $p(V)$ و $p(J)$ للحادثتين V و J

ب- عين $p_V(R)$: احتمال أن يعاد للاعب المبلغ m ، مبلغ المشاركة علما أنه سحب كرتين خضراوين ثم $p(R\cap V)$

ج- أحسب $p(R)$

د- أحسب احتمال أن يربح *100 €* ثم احتمال أن يربح *20 €* في العجلة.

-2 X متغير عشوائي يساوي الربح الجبري للاعب، أي الفرق بين المبلغ المحصل عليه و m قيمة المشاركة الأولية.

-1 عين قيم X

-2 عين قانون احتمال X و تحقق أن: $p(X=\ \ -m)=0,6$

-3 برهن أن الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X هي $E(X)=\frac{140-51m}{80}$

-4 منظم اليانصيب يريد تثبيت قيمة المشاركة m بعدد طبيعي. ما هي أصغر قيمة ممكنة لـ m حتى لا يخسر المنظم ؟

-3 تقدم لاعب و أراد أن يلعب *4* مرات، مهما تكن النتائج. احسب احتمال أن يخسر على الأقل مرة قيمة مشاركته.

-4 نريد أن يكون للاعب أكثر من حظ على اثنين لكي يعاد له مبلغ مشاركته أو يربح في اللعبة لما يلعب مرة واحدة. نرمز بـ G لهذه الحادثة. لذا نحتفظ بالكرتين الخضراوات في الكيس و نغير عدد الكرات الصفراء. نسمي n عدد الكرات الصفراء، نفرض أن $n\geq 1$. أحسب أصغر قيمة للعدد n حتى تتحقق الشروط السابقة.

التمرين:54 Baccalauréat S Centres étrangers, juin 2005

مؤسسة تجارية أوكلت لشركة صبر الآراء بالهاتف تحقيقا حول نوعية منتجاتها. نقبل أنه عند المكالمة الأولى، احتمال أن لا يرفع الشخص السماعة هو *0,4* و إذا رفع السماعة فأن احتمال أن يرد على الأسئلة هو *0,3* . يمكن إنشاء شجرة مثقلة.

-1 نرمز بـ: D_1 للحادثة: " الشخص يرفع السماعة عند الاتصال الأول " و R_1 للحادثة: " الشخص يجيب على الأسئلة عند المكالمة الأولى " . أحسب احتمال الحادثة R_1.

-2 عندما لا يرفع شخص السماعة عند المكالمة الأولى، نعيد الاتصال به مرة ثانية. احتمال أن لا يرفع الشخص السماعة مرة ثانية هو *0,3* و احتمال أن يجيب عن الاستفتاء علما أنه رفع السماعة هو *0,2* .

بعد الاتصال الثاني، إن لم يرفع السماعة عند المحاولة الثانية فلا تتصل به مرة أخرى.

نرمز بـ: D_2 للحادثة: " الشخص يرفع السماعة عند الاتصال الثاني" و R_2 للحادثة: " الشخص يجيب على الأسئلة عند المكالمة الثانية " و R للحادثة: " الشخص يجيب على الأسئلة " . بين أن احتمال الحادثة R هو *0,236*

-3 علما أن الشخص رد عن الاستفتاء، أحسب احتمال أن تكون الأجوبة قدمت عند الاتصال الأول.(نعطى الجواب بمدور 10^{-3})

-4 لدى محقق قائمة بـ *25* شخص للاتصال بهم. صبر الآراء لدى أشخاص من نفس القائمة مستقلة.

ما احتمال أن يكون *20 %* من الأشخاص تجيب عن أسئلة المحقق ؟ (يعطى الجواب بمدور 10^{-3}).

التمرين:55 Baccalauréat S France, juin 2005

لدى طفل *20* كرة صغيرة: *13* حمراء و *7* خضراء. يضع عشوائيا *10* كرات حمراء و *3* كرات خضراء في علبة مكعبة و *3* كرات حمراء و *4* كرات خضراء في علبة أسطوانية.

-1 في اللعبة الأولى، يختار عشوائيا و في آن واحد *3* كرات من العلبة المكعبة و ليكن X عدد الكرات الحمراء المختارة.

-1 عين قانون احتمال X

-2 أحسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X

-2 لعبة ثانية يختار فيها الطفل بطريقة عشوائية أولا علبة ثم يختار عشوائيا كرة من العلبة المختارة. نعتبر الحوادث التالية:

$C1$: "اختار الطفل علبة مكعبة" ، $C2$: "اختار الطفل علبة اسطوانية "

R: "اختار الطفل كرة حمراء " ، V: "اختار الطفل كرة خضراء"

-1 أنشئ الشجرة المثقلة المرفقة باللعبة الثانية.

-2 أحسب احتمال الحادثة R

-3 علما أن الطفل اختار كرة حمراء، ما احتمال أن تكون من العلبة المكعبة ؟

-3 يعيد الطفل لعبته الثانية n مرة متتابعة مع إرجاع الكرة كل مرة إلى مكانها.

-1 عبر بدلالة n ، عن الاحتمال p_n لكي يختار الطفل على الأقل كرة حمراء خلال الاختيارات n

-2 عين اصغر قيمة للعدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $p_n \geq 0,99$

التمرين 56: ______ *Baccalauréat S France, juin 2005*

لدينا ثلاثة صناديق U_2، U_1 و U_3 يحتويان على كرات غير معروفة عند اللمس.

U_1 يحتوي على كرتان سوداوان و 3 كرات حمراء؛ U_2 يحتوي على كرة سوداء و 4 كرات حمراء؛ U_3 يحتوي على 3 كرات سوداء و 4 كرات حمراء. نقوم بالتجربة التالية: نسحب عشوائيا كرة من U_1 و كرة من U_2 ثم نضعهما في U_3، ثم نسحب عشوائيا كرة من U_3 . نرمز بـ N_i للحادثة: " نسحب كرة سوداء من U_i " و R_i للحادثة: " نسحب كرة حمراء من U_i " مع $i \in \{1; 2; 3\}$

-1 أنشئ شجرة الاحتمالات

-2 أ- احسب احتمال الحوادث التالية: $N_1 \cap N_2 \cap N_3$ و $N_1 \cap R_2 \cap N_3$

ب- استنتج احتمال الحادثة $N_1 \cap N_3$

ج- احسب بطريقة مماثلة احتمال الحادثة $R_1 \cap N_3$

-3 استنتج من الأسئلة السابقة احتمال الحادثة N_3

-4 هل الحادثتان N_1 و N_3 مستقلتان ؟

-5 علما أن الكرة المسحوبة من U_3 سوداء، ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة من U_1 حمراء ؟

التمرين 57: ______ *Baccalauréat S Polynésie, juin 2005*

مصنع ساعات يصنع سلسلة من الساعات. خلال التصنيع يمكن أن تظهر نوعان من العيوب، نرمز لهما بالرمزين a و b .

2% من الساعات المصنوعة بها العيب a و 10% العيب b . نختار عشوائيا ساعة من الإنتاج. نعرف الحوادث التالية:

A: " الساعة المختارة بها العيب a " ؛ B: " الساعة المختارة بها العيب b "

C: " الساعة المختارة ليس بها العيبين " ؛ D: " الساعة المختارة بها عيب و عيب واحد فقط"

نفرض أن الحادثتان A و B مستقلتان.

-1 بين أن احتمال الحادثة C هو $0,882$

-2 أحسب احتمال الحادثة D

-3 خلال التصنيع، نسحب عشوائيا و بالتتابع خمس ساعات. نفرض أن عدد الساعات المصنوعة كبير بالقدر الذي يجعل افتراض السحبات تكون بالتتابع مع الإعادة و مستقلة. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بسحب كل خمس ساعات، عدد الساعات التي ليس بها لا العيب a و لا العيب b

نعرف الحادثة E " أربع ساعات على الأقل ليس بها أي عيب". أحسب احتمال الحادثة E (تعطى النتيجة بتقريب 10^{-3})

التمرين 58: ______ *Baccalauréat S Antilles-Guyane, juin 2006*

الجزء I: *Restitution organisée des connaissances*- إعادة استثمار المفاهيم -

نفرض معرفة النتيجة التالية: إذا كان X متغير عشوائي يتبع قانون أسي ذو الوسيط الموجب تماما λ فإنه من أجل كل عدد حقيقي موجب، t

$$p(X \leq t) = \int_0^t e^{-x} dx$$

-1 برهن المساواة التالية: $p(X > t) = e^{-}$

-2 استنتج أنه من أجل كل عددين حقيقيين موجبين s و t، لدينا: $p_{(X>t)}(X > s + t) = p(X > s)$ (قانون مدة حياة بدون شيخوخة) $p_{(X>t)}(X > s + t)$ هو احتمال الحادثة $(X > s + t)$ علماً أن الحادثة $(X > t)$ محققة.

الجزء II: مدة الانتظار، معبرة بالدقائق، عند كل شباك (*caisse*) لمركز تجاري يمكن محاكاته بالمتغير العشوائي T الذي يتبع قانون أسي ذو وسيط موجب تماما λ .

-1 أ- عين عبارة دقيقة للعدد λ علماً أن $p(T \leq 10) = 0,7$. نأخذ في ما تبقى $0,12$ كقيمة تقريبية للعدد λ

ب- أعط عبارة دقيقة للاحتمال الشرطي $p_{(T>10)}(T > 15)$

ج- علما أن زبون انتظر من قبل 10 دقائق في شباك ما، عين احتمال أن تكون مدة انتظاره الكلية لا تتعدى 15 دقيقة. نعطي قيمة دقيقة ثم قيمة مقربة بتقريب $0,01$

-2 نفرض أن مدة الانتظار عند شباك لمركز تجاري مستقلة عن الشبابيك الأخرى. في الوقت الحالي، 6 شبابيك مفتوحة. نرمز بـ Y للمتغير العشوائي الذي يمثل عدد الشبابيك التي تكون عندها مدة الانتظار أكبر من 10 دقائق.

-1 عين طبيعة و العناصر المميزة للمتغير Y

-2 صاحب المركز التجاري يفتح شبابيك إضافية إذا كانت مدة الانتظار في 4 شبابيك على الأقل من بين الستة، تكون أكبر من 10 دقائق. عين بتقريب $0,01$ ، احتمال فتح شبابيك جديدة.

التمرين 59: ______ *Baccalauréat S Polynésie, septembre 2006*

يحتوي كيس على 4 كرات بيضاء و 2 كرات سوداء لا نفرق بينها عند اللمس.

-1 نقوم بثلاث سحبات متتابعة عشوائيا لكرة حسب الطريقة التالية: بعد كل سحب إذا كانت الكرة المسحوبة بيضاء، نعيدها للكيس و إذا كانت سوداء لا نعيدها إلى الكيس. نرمز بـ X للمتغير العشوائي المساوي لعدد الكرات السوداء المسحوبة بعد كل السحبات. يمكن الاستعانة بشجرة.

-1 ما هي قيم X؟

-2 أحسب $p(X=0)$.

-3 نقترح حساب $p(X=1)$

▪ بين أن احتمال الحصول على الكرة السوداء الوحيدة المسحوبة في السحب الثاني هو $\frac{8}{}$.

▪ بملاحظة أن الكرة السوداء الوحيدة المسحوبة يمكن أن تكون في السحب الأول أو الثاني أو الثالث، أحسب $p(X=1)$.

-2 نرجع إلى الكيس في حالته الأصلية: 4 كرات بيضاء و 2 كرات سوداء لا نفرق بينها عند اللمس. ليكن n عدد طبيعي أكبر أو يساوي 3. نقوم بـ n سحب متتابعة بنفس الطريقة السابقة. ليكن k عدد طبيعي محصور بين 1 و n.

لتكن E الحادثة: " الكرة المسحوبة ذات الرتبة k سوداء و كل الكرات الأخرى المسحوبة بيضاء"

لتكن A الحادثة : " نحصل على كرة بيضاء في كل ا السحبات $k-1$ الأولى و كرة سوداء في السحبة ذات الرتبة k "

لتكن الحادثة C: " نحصل على كرة بيضاء في كل من $(n-k)$ السحبات الأخيرة" . أحسب $p_A(C)$ ، $p(A)$ و $p(E)$.

التمرين 60: Baccalauréat S Nouvelle Calédonie, novembre 2006

ظهر مرض في قطيع بقر في بلد ما. أصاب $0,5\%$ من القطيع (أي 5 من 1000)

-1 نختار عشوائيا حيوانا من القطيع. ما احتمال أن يكون مريض ؟

-2 أ- نختار بالتتابع و عشوائيا 10 حيوانات. ليكن X المتغير العشوائي المساوي لعدد الحيوانات المرضى من بين العشرة.

بين أن X يتبع قانون ثنائي الحد الذي يطلب تعيين وسيطيه. أحسب الأمل الرياضي له.

ب- نرمز بـ A للحادثة:" لا توجد حيوانات مريضة من بين العشرة" و B للحادثة:" يوجد على الأقل حيوان مريض من بين العشرة". أحسب احتمال A و احتمال B.

-3 نعلم أن احتمال أن يكون فحص حيوان موجب لهذا المرض علما أنه مريض هو $0,8$. عندما يكون حيوان غير مريض، احتمال أن يكون الفحص ساب هو $0,9$. نسمي T الحادثة " الحصول على فحص موجب لهذا المرض " و M الحادثة : " مصاب بهذا المرض "

-1 مثل معطيات النص بشجرة.

-2 أحسب احتمال الحادثة T

-3 ما هو احتمال أن يكون الحيوان مريض علما أن الفحص موجب ؟

التمرين 61: Baccalauréat S Liban, juin 2007

يحتوي كيس U_1 على 17 كرات بيضاء و 3 كرات سوداء و يحتوي كيس U_2 على كرة بيضاء و 19 كرة سوداء. كل الكرات غير معروفة عند اللمس. ننجز السحبات بإتباع الطريقة التالية:

المرحلة 1: نسحب عشوائيا كرة من U_1، نكتب لونها ثم نعيدها للكيس U_1

المرحلة n : ($n \geq 2$):

● إذا كانت الكرة المسحوبة في السحب $(n-1)$ بيضاء، نسحب عشوائيا كرة من U_1 ، نكتب لونها ثم نعيدها للكيس U_1

● إذا كانت الكرة المسحوبة في السحب $(n-1)$ سوداء، نسحب عشوائيا كرة من U_2 ، نكتب لونها ثم نعيدها للكيس U_2

نرمز بـ A_n للحادثة: " السحب كان من الكيس U_1 في المرحلة n " و p_n احتمالها. لدينا إذن $p_1 = 1$.

-1 أحسب p_2 .

-2 بين انه من أجل عدد طبيعي غير معدوم n، $p_{n+1} = 0,8p_n + 0,05$ (يمكن الاستعانة بشجرة مثقلة)

-3 أحسب p_3 .

-4 أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $p_n > 0,25$

ب- بين أن المتتالية (p_n) متناقصة.

ج- استنتج أن المتتالية (p_n) متقاربة و تقارب عدد نرمز له l

د- تحقق أن l يحقق المعادلة: $l = 0,8l + 0,05$. استنتج قيمة l .

التمرين 62: Baccalauréat S Amérique du Nord, mai 2007

يبدأ لاعب لعبة تشمل على عدة أشواط. احتمال أن يخسر الشوط الأول هو $0,2$. تجري اللعبة فيما بعد الطريقة التالية:

● إذا فاز بشوط، فإن احتمال أن يخسر الشوط الموالي هو $0,05$

● إذا خسر شوط، فإن احتمال أن يخسر الشوط الموالي هو $0,1$

-1 نسمي: E_1 الحادثة: " اللاعب يخسر الشوط الأول "، E_2 الحادثة: " اللاعب يخسر الشوط الثاني " E_3 الحادثة:" اللاعب يخسر الشوط الثالث "

نسمي X المتغير العشوائي المساوي لعدد المرات التي يخسر فيها اللاعب خلال الأشواط الثلاثة. يمكن الاستعانة بشجرة مثقلة.

-1 ما هي قيم X ؟

-2 بين أن $p(X=2) = 0,031$ و $p(X=3) = 0,002$

-3 عين قانون احتمال X و أحسب الأمل الرياضي للمتغير X

-2 من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، نرمز بـ E_n للحادثة:" اللاعب يخسر الشوط n " و بـ $\overline{E_n}$ للحادثة المعاكسة لها

و $p_n = p(E_n)$

-1 عبر بدلالة p_n للاحتمالات $p(E_n \cap E_{n+1})$ و $p(\overline{E_n} \cap E_{n+1})$

-2 استنتج أن $p_{n+1} = 0,05\, p_n + 0,05$ من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n

-3 نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $u_n = p_n - \frac{1}{19}$

-1 بين أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

-2 استنتج من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، u_n ثم p_n بدلالة n .

-3 أحسب النهاية لـ p_n لما n يؤول إلى $+\infty$

التمرين63: Baccalauréat S Polynésie, juin 2007

لتحقيق يانصيب لدى منظم اليانصيب من جهة كيس به قريصة بيضاء وتسعة قريصات سوداء غير معروفة عند اللمس و من جهة أخرى زهرة نرد ذات ستة أوجه متجانسة مرقمة من 1 إلى 6.

قوانين اللعبة هي كالتالي: يسحب اللاعب قريصة من الكيس ثم يرمي الزهرة:

- إذا كانت القريصة بيضاء، يخسر اللاعب عندما يظهر الرقم 6 عند رمية زهرة النرد.
- إذا كانت القريصة سوداء، يربح اللاعب عندما يظهر الرقم 6 عند رمية زهرة النرد.

عند الانتهاء من اللعبة نعيد القريصة إلى الكيس.

نرمز بـ: B للحادثة: " القريصة المسحوبة بيضاء " و G للحادثة: " اللاعب يربح اللعبة "

الجزء I:

-1 بين أن $p(G) = \frac{7}{30}$. يمكن الاستعانة بشجرة مثقلة.

-2 ما احتمال أن يسحب اللاعب قريصة بيضاء علما أنه خسر.

-3 يجري اللاعب أربع مرات نفس اللعبة (علما أنها مستقلات). أحسب احتمال أن يربح بالضبط اثنتان و أعط قيمة تقريبية بتقريب 10^{-3}

-4 ما هو الحد الأدنى لعدد المرات التي يجب يجريها لاعب حتى يكون احتمال أن يربح على الأقل لعبة أكبر من $0,997$

الجزء II: منظم اليانصيب قرر أن يجعل من اليانصيب لعبة بالدراهم:

- كل لاعب يدفع 10 DA عن كل لعبة.
- إذا ربح اللاعب لعبة، يحصل على 50 DA
- إذا خسر لعبة، لا يتحصل على شيء.

-1 ليكن X المتغير العشوائي المساوي للربح الجبري (موجب أو سالب) للاعب خلال لعبة.

-1 عين قانون احتمال X و أحسب أمله الرياضي $E(X)$

-2 نقول أن اللعبة ملائمة للمنظم إذا كان $E(X) < 0$. هل اللعبة ملائمة للمنظم ؟

-2 قرر المنظم تغيير n عدد القريصات السوداء (n عدد طبيعي غير معدوم) و الاحتفاظ بقريصة بيضاء وحيدة. ما هي قيم n حتى تكون اللعبة ملائمة للمنظم ؟

التمرين64: Baccalauréat S La Réunion, juin 2008

تنتج مؤسسة كمية كبيرة من الأقلام. احتمال أن يكون بالقلم عطب هو $0,1$

-1 نأخذ من هذه الكمية ثمانية أقلام بالتتابع و مع الإعادة. نسمي X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الأقلام التي تشمل عطب من بين الثمانية أقلام المأخوذة.

-1 نتقبل أن X يتبع قانون ثنائي الحد. عين وسيطي هذا القانون.

-2 أحسب احتمالات الحوادث التالية:

A : " كل الأقلام ليس بها عطب " B : " يوجد على الأقل قلم به عطب " C : " يوجد بالضبط قلمين بهما عطب "

-2 من أجل تحسين نوعية المنتوج الباع، قررنا وضع جهاز مراقبة يقبل كل الأقلام السليمة (بدون عطب) و 20% من الأقلام التي بها عطب. نأخذ عشوائيا قلم من المنتوج. نسمي D الحادثة " القلم به عطب " و E الحادثة " القلم مقبول ".

-1 أنشئ شجرة تترجم المعطيات.

-2 أحسب احتمال أن يكون القلم مقبول عند المراقبة.

-3 تحقق أن احتمال أن يكون القلم به عطب علما أنه مقبول عند المراقبة يساوي $0,022$ بتقريب 10^{-3}

-3 بعد المراقبة، نأخذ ثمانية أقلام من بين الأقلام المقبولة، بالتتابع و مع الإعادة.

- احسب احتمال أن تكون كل الأقلام الثمانية المأخوذة بدون أعطاب.
- قارن هذه النتيجة مع احتمال الحادثة A المحسوب في السؤال 1.ب). ماذا تلاحظ ؟

التمرين65: Baccalauréat S France, juin 2008

مدة صلاحية، معبرة بالساعات، لمفكرة إليكترونية هي متغير عشوائي X يتبع قانون أسي ذو الوسيط $\lambda > 0$

نذكر أنه من أجل كل $t \geq 0$ ، $P(X \leq t) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x} dx$

الدالة R المعرفة على المجال $[0\,;+\infty[$ كما يلي: $R(t) = P(X > t)$ تسمى دالة وفاء. *Fiabilité* - -

-1 *Restitution organisée des connaissances*- إعادة استثمار المفاهيم -

-1 برهن أنه من أجل كل $t \geq 0$ لدينا: $R(t) = e^{-\lambda t}$

-2 برهن أن المتغير X يتبع قانون مدة حياة بدون شيخوخة، أي أنه من أجل كل عدد حقيقي $s \geq 0$ ، الاحتمال الشرطي $P_{X>t}(X > t + s)$ مستقل عن العدد $t \geq 0$.

-2 في هذا السؤال، نأخذ $\lambda = 0,00026$.

-1 أحسب $P(X \leq 1000)$ وَ $P(X > 1000)$

-2 علما أن الحادثة $(X > 1000)$ محققة، أحسب احتمال الحادثة $(X > 2000)$

-3 علما أن مفكرة اشتغلت 2000 ساعة، ما احتمال أن تتعطل قبل 3000 ساعة؟ هل يمكن توقع هذه النتيجة؟

التمرين66: Baccalauréat S Pondichéry, 21 avril 2010

يحتوي كيس على 10 كرات بيضاء و n كرة حمراء، n عدد طبيعي أكبر أو يساوي 2 . يسحب لاعب كرات من الكيس. في كل سحب الكرات متساوية احتمالات السحب. لكل كرة بيضاء مسحوبة ، يربح 2 € و لكل كرة حمراء مسحوبة، يخسر 3 € . نرمز بـ X للمتغير

العشوائي المساري الربح الجبري الذي يحصله اللاعب.
الأسئلة الثلاثة مستقلة عن بعضها.
-1 يسحب اللاعب كرتين بالتتابع و بدون إعادة .
-1 بين أن: $P(X=-1)=\frac{20n}{(n+10)(n+9)}$
-2 أحسب، بدلالة n احتمالات القيمتين الأخروتين للمتغير X
-3 تحقق أن الملى الرياضي للمتغير العشوائي X بساوي: $E(X)=\frac{-6n^2-14n+360}{(n+10)(n+9)}$
-4 عين قيم n التي يكون من أجلها الأمل الرياضي موجب تماما.
-2 يسحب اللاعب 20 مرة كرة من الكيس مع الإعادة. السحبات مستقلة. عين أصغر عدد طبيعي n حت يكون احتمال الحصول على الأقل على كرة حمراء خلال 20 سحبة أكبر تماما من $0,999$
-3 نفرض أن $n=1000$. الكيس يحتوي على 10 كرات بيضاء و 1000 كرة حمراء.
اللاعب لا يعرف أن اللعبة غير ملائمة تماما له و اعتزم اجراء عدة سحبات بدون اعادة حى يحصل على كرة بيضاء.
عدد الكرات البيضاء ضعيف جدا مقانة بدد الكرات الحمراء. نتقبل أنه يمكن نمذجة عدد السحبات المتتابعة للحصول على كرة بيضاء بمتغير عشوائي Z حسب القانون التالي: من أجل كل $k\in N$ ، $p(Z\leq k)=\int_0^k 0,01\ e^{-0,01x}\,dx$
نجيب على الأسئلة التالية بواسطة هذا النموذج.
-1 أحسب احتمال أن يسحب اللاعب على الأقل 50 كرة حتى يتحصل على كرة بيضاء، أي $(p(Z\geq 50)$
-2 أحسب الأحتمال الشرطي للحادثة: " اللاعب يسحب على الأكثر 60 كرة لكي يسحب كرة بيضاء" علما أن الحادثة " اللاعب يسحب أكثر من 50 كرة لكي يسحب كرة بيضاء " محققة

التمرين67: دراسة إحصائية حول نسبة تجهيز أسر مدينة ما بالهاتف أعطت النتائج التالية:
● $90\ \%$ من الأسر تملك هاتف ثابت.
● من بين الأسر التي لا تملك هاتف ثابت، 87% تملك هاتف محمول.
● 80% من الأسر تملك في نفس الوقت هاتف ثابت و هاتف محمول.
نختار عشوائيا أسرة من المدينة و نرمز بـ :
● F للحادثة: " الأسرة تملك هاتف ثابت "
● T للحادثة: " الأسرة تملك هاتف محمول"
-1 أ- أحسب $(p(F\cap T$ و $(p(F$ و $p_{\overline{F}}(T)$
ب- أحسب $p_F(T)$
-2 برهن أن احتمال الحادثة T هو $0,887$
-3 علما أن الأسرة المختارة لا تملك هاتف محمول، ما احتمال أن تكون من الأسر التي تملك هاتف ثابت ؟
-4 نختار عشوائيا وبالتتابع و بطريقة مستقلة ثلاث أسر. ما احتمال أن يكون على الأكثر أسرتين لهم هاتف محمول ؟

التمرين68: قامت وكالة سياحية بسبر أراء على زبائنها. قسمت زبائنها إلى فوجين: المجموعات و الأشخاص. سألتهم أين سيقضون عطلتهم. من بين 100 زبون، 63 يذهبون في مجموعات من بينهم55% يبقون في الجزائر.
بالإضافة لذلك، 75% من الأشخاص الوحيدين يذهبون إلى الخارج.
نختار عشوائيا زبون من الوكالة ممن سئلوا و نفرض أن كل الزبائن لها نفس الاحتمال لكي يختاروا.
نرمز بـ: G الحادثة: " الزبون المختار يذهب في فوج " ؛ $\overline{G}$ الحادثة: " الزبون المختار يذهب وحده "
E الحادثة: " الزبون المختار يذهب إلى الخارج " ؛ $\overline{E}$ الحادثة: " الزبون المختار يبقى في الجزائر "
-1 عين احتمال الحادثة علما أن G محققة ثم احتمال الحادثة E علما أن $\overline{G}$ محققة
-2 أنشئ شجرة الاحتمالات
-3 أحسب الاحتمال $p(G\cap E)$ ثم بين أن $p(E)=0,561$
-4 أحسب $p_E(G)$. أعط النتيجة مدورة إلى 10^{-4} بالتقريب

التمرين69: قررت البلدية تجميع كل الكتب الموجودة في ثلاثة مكتبات أحياء صغيرة في نفس المكان و إنشاء مكتبة بلدية. نرمز بـ b_1 ، b_2 ، b_3 لمكتبات الأحياء الثلاث. مخزون b_1 يشكل 50% من مجموع كتب المكتبة البلدية، بالنسبة b_2 يشكل 30% و مخزون b_3 يشكل 20% . دراسة دقيقة على المخزون بينت أن:
● 12% من كتب b_1 ليست صالحة و 10% من كتب b_2 ليست صالحة و 15% من كتب b_3 ليست صالحة.
نختار عشوائيا كتاب من مخزون مكتبة البلدية و نكتب من أي مكتبة أحياء و حالتها. نسمي الحوادث التالية:
B_1 الحادثة: " الكتاب المختار من المكتبة b_1 " B_2 الحادثة: " الكتاب المختار من المكتبة b_2 "
B_3 الحادثة: " الكتاب المختار من المكتبة b_3 " E الحادثة: " الكتاب المختار في حالة جيدة" و $\overline{E}$ الحادثة المعاكسة له.
-1 عين $(p(B_1$ و $p_{B_1}(E)$
-2 أنشئ شجرة الاحتمالات الملائمة.
-3 بين أن $p(B_1\cap E)=0,44$. أحسب $(p(B_2\cap E$ و $(p(B_3\cap E$ و استنتج أن $p(E)=0,88$
-4 هل الحادثتان B_1 و E مستقلتان ؟
-5 عبر بواسطة جملة عن الحادثة $B_1\cup E$ ثم أحسب احتمالها.

التمرين70: يحتوي كيس A على 100 كرة غير معروفة عند اللمس: 90 حمراء و 10 سوداء و يحتوي كيس B كذلك على 100 كرة غير معروفة عند اللمس: 30 حمراء و 70 سوداء. نقوم بالتجربة التالية: نرمي زهرة نرد مكعبة متجانسة تماما مرقمة من 1 إلى 6 . إذا كان الرقم الظاهر في النرد هو 1 ، نسحب عشوائيا كرة من الكيس A و نكتب لونها وإلا، نسحب عشوائيا كرة من الكيس B و نكتب لونها. نرمز بـ: A الحادثة: " سحب كرة من الكيس B ، " A الحادثة: " سحب كرة من الكيس R ، " B الحادثة: " سحب كرة حمراء " ، N الحادثة: " سحب كرة سوداء "

-1 أحسب $p(A)$
-2 أنشئ شجرة الاحتمالات.
-3 عبر عن الحادثة $A\cap R$ و احسب احتمالها.
-4 بين أن $p(R)=0,40$
-5 علما أن الكرة المسحوبة حمراء، أحسب احتمال أن تكون من الكيس A . هل الحادثتان A و R مستقلتان ؟
-6 نريد تغيير تركيبة الكيس B حتى نحصل على نفس حظوظ سحب كرة حمراء أو كرة سوداء. اقترح تركيبة للكيس B مع توضيح الخطوات المتبعة.

	A	B	O	المجموع
الذكور				
الإناث				
المجموع				

التمرين71: دراسة إحصائية في ثانوية تشمل على 1250 تلميذ لمعرفة زمرة دمهم، أعطت النتائج التالية:

- و لا تلميذ من زمرة AB
- يوجد 650 من الذكور من بينهم 66% من زمرة A
- 42% من التلاميذ هم من زمرة O و من بين هؤلاء عدد الاناث هو ضعف عدد الذكور.
- يوجد 12 بنت من زمرة B

-1 أنقل و أتمم الجدول التالي:
-2 نختار عشوائيا تلميذ من تلاميذ الثانوية.
-1 بين أن احتمال الحادثة F : " التلميذ المختار هو بنت " هو $0,48$
-2 أحسب احتمال الحادثة H : " التلميذ المختار هو من زمرة A " ندور النتيجة إلى $0,01$ بالتقريب.
-3 عبر بجملة عن الحوادث التالية: $F\cup H$ ، $F\cap H$ ، $\overline{F}\cap\overline{H}$ ثم أحسب احتمالاتها. ندور النتيجة إلى $0,01$ بالتقريب.
-3 نختار عشوائيا تلميذ من الزمرة B . أحسب إذن احتمال الحادثة G : " التلميذ المختار من الذكور". ندور النتيجة إلى $0,01$ بالتقريب.

التمرين72: *Baccalauréat S La Réunion, 22 juin 2010*

-1 لدينا زهرة نرد A متجانسة تماما ذات ستة أوجه: واحدة خضراء، إثنان سوداوان و ثلاثة حمراء. نرمي الزهرة مرتين متتابعتين و بطريقة مستقلة عن الزهرة. نكتب لون الوجه الظاهر في كل مرة.

-1 أحسب احتمال الحصول على وجهين سوداوين.
-2 بين أن احتمال الحصول على وجهين من نفس اللون هو $\frac{7}{18}$
-3 أحسب احتمال الحصول على لونيين مختلفين.
-4 علما أن الوجهين الظاهرين من نفس اللون، ما احتمال أن يكونا خضراوين.

-2 لدينا زهرة نرد ثانية B متجانسة تماما ذات ستة أوجه: أربعة خضراء و وجهان سوداوان. نرمي الزهرة B :

- إذا كان الوجه الظاهر أخضر، نرمي الزهرة B مرة ثانية و نكتب لون الوجه الظاهر.
- إذا كان الوجه الظاهر أسود، نرمي الزهرة A و نكتب لون الوجه الظاهر.

-1 أنشئ شجرة الاحتمالات الخاصة بهذه الحالة.
-2 ما احتمال الحصول على وجه أخضر في الرمية الثانية، علما أننا حصلنا على وجه أخضر في الرمية الأولى.
-3 بين أن احتمال الحصول على وجهين خضراوين هو $\frac{4}{9}$
-4 ما احتمال الحصول على وجه أخضر في الرمية الثانية ؟

التمرين73: *Baccalauréat S Amérique du Nord, 3 juin 2010*

يحتوي كيس على كرات غير معروفة عند اللمس. 20% من الكرات تحمل الرقم 1 و هي حمراء، الباقي تحمل الرقم 2 و من بينها 10% حمراء و الباقي خضراء.

-1 نسحب عشوائيا كرة . ما احتمال أن تكون حمراء ؟
-2 سحبنا عشوائيا كرة، إنها كرة حمراء. بين أن احتمال أن تحمل الرقم 2 يساوي $\frac{2}{7}$
-3 ليكن n عدد طبيعي أكبر أو يساوي 2 . نقوم بـ n سحبات متتابعة لكرة مع إعادتها.
-1 عبر بدلالة n عن احتمال الحصول على الأقل على كرة حمراء تحمل الرقم 1 خلال n سحب
-2 عين اصغر عدد n الذي يكون من أجله احتمال الحصول على الأقل على كرة حمراء تحمل الرقم 1 خلال n سحب أكبر أو يساوي $0,99$

التمرين74: يلعب فريق كرة قدم في بطولة تشمل على عدة جولات. احتمال أن يربح المقابلة الأولى هو$0,8$.
بالنسبة للمقابلات الأخرى : إذا فاز بمقابلة، فإن احتمال أن يفوز بالموالية هو$0,7$ و إن لم يفز بمقابلة فإن احتمال أن يفوز بالموالية هو $0,4$
من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، نرمز بـG_n للحادثة:" الفريق فاز بالمقابلةn " و بـ $\overline{G_n}$ للحادثة المعاكسة لها و$(p_n=p(G_n)$

-4 الفريق لعب لحد الآن ثلاث مقابلات، عن كل مقابلة فاز بها يحصل على3 نقاط و يحصل على نقطة واحدة في الحالات الأخرى.
نسميX المتغير العشوائي المساوي لعدد النقط المحصل عليها خلال المقابلات الثلاثة. (يمكن الاستعانة بشجرة)

-4 ما هي قيمX ؟
-5 بين أن$p(X=7)=0,32$
-6 عين قانون احتمالX و أحسب الأمل الرياضي و التباين و الانحراف المعياري للمتغيرX
-7 البطولة تشمل 30 مقابلة. ما هو عدد النقط التي يمكن أن يحصل عليها هذا الفريق بعد انتهاء البطولة ؟

-5 بين أن $p_{n+1} = 0,3\,p_n + 0,4$ من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n

-6 نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $u_n = p_n - \frac{4}{7}$

-4 بين أن(u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
-5 استنتج من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n،u_n ثمp_n بدلالةn .
-6 أحسب النهاية لـ p_n لماn يؤول إلى$+\infty$. أعط تفسيرا لذلك.
-7 عين أصغر عدد طبيعي n حيث $p_n - \frac{4}{7} < 10^{-6}$