

מיומנויות פונקציות רציונליות
תחום הגדרה, אסימפטוטות, טבלה פונקצית מנה, שרטוט פונקציה מנה, הזזות, זיהוי שטחים מורכבים, מציאת פרמטרים

1. תחום הגדרה: - מיומנות של פתרון משוואות

דוגמה: מצאי את תחום ההגדרה של הפונקציה $y = \frac{x-4}{x^2+3x-10}$

תחום ההגדרה של פונקציית מנה הוא כל המספרים מלבד המספרים שמאפסים את המכנה, ולכן צריך לבדוק מתי: $x^2 + 3x - 10 = 0$
 $x = -5 \quad x = 2$

ולכן בנק' האלו הפונקציה לא מוגדרת כלומר תחום ההגדרה הוא:
 $x \neq -5 \quad x \neq 2$

תרגול:

מצאי את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

1. $f(x) = \frac{x^2+5x^3}{x^2-4}$ 2. $f(x) = \frac{4-x}{x^3-1}$ 3. $f(x) = \frac{x^2-5x}{x^2+6}$

4. $y = \frac{x^5+4x}{x^3-x}$ 5. $y = \frac{x+3}{x^2+x-2}$

תשובה: 1. $-2, -$ 2. $x \neq 2, -$ 3. $x \neq 1$ 4. כל $x \neq 0, -1, 1$ 5. $x \neq -2, 1$

2. אסימפטוטות: מיומנות

הסבר: איך מוצאים אסימפטוטות?

אסימפטוטות אנכיות: הנק' שבהן המכנה מתאפס כלומר ההפך מתחום ההגדרה הן הנקודות החשודות המיידיות. אם זה מאפס גם את המונה, אז מצמצמים. אם אחרי האיפס זה כבר לא מאפס את המכנה. סימן שבילקנו את נקודות אי ההגרה והיא היתה נקודת אי רציפות סלקיה " חור". אם גם אחרי הצמצום זה מאפס עדיין את המכנה אזי זה חור. אסימפטוטות אופקיות:

נשאיף לאינסוף ולמינוס אינסוף. ונבדוק מה הגבול בהזנחת זנבות. או: מלחמת חזקות- אם החזקה הכי גבוהה במכנה- האסימפטוטה $y = 0$ אם החזקה הכי גבוהה במונה- אין אסימפטוטה, אם החזקות במונה

ובמכנה זהות- האסימפטוטה היא מנת (חילוק) המקדמים, לדוג' בפונ'

$$y = \frac{3}{2} \text{ האסימפטוטה היא } y = \frac{3x^2+4}{2x^2-5}$$

תרגול:

מצאי אסימפטוטות מאונכות לצירים לפונקציות הבאות:

$$y = \frac{x^2+5}{3x^2+6x} \quad .4 \quad y = \frac{x^2+5x}{x^2+1} + 1 \quad .3 \quad y = \frac{3x^3}{x^2+4x+3} \quad .2 \quad y = \frac{8}{x+1} \quad .1$$

****להוסיף שתי מנות**

תשובות:

$$y = 2 \quad .3 \quad x = -3 \quad x = -1 \quad .2 \quad x = -1 \quad y = 0 \quad .1$$

$$x = 0 \quad x = -2 \quad y = \frac{1}{3} \quad .4$$

3. טבלה של פונקציית מנה:

$$y = \frac{-4x^2+6x}{(x^2-4x+3)^2} \quad \text{שנגזרתה} \quad y = \frac{x^2}{x^2-4x+3} \quad \text{דוגמה: נתונה הפונקציה}$$

אסימפטוטות אנכיות: $x = 1 \quad x = 3$

נק' החשודות כקיצון: $x=0 \quad x=1.5$

בני טבלה מתאימה ומצאי את סוג הקיצון של כל נק' אין צורך למצוא שיעורי y.

את הטבלה ניתן לבנות או בעזרת ההצבה או בעזרת שרטוט המונה דל הנגזרת

בפונקציית מנה צריך להכניס לטבלה קודם כל את האסימפטוטות, ובינהן לשבץ את נק' הקיצון עם השכנים שלהם (להקפיד שגם השכנים יהיה מאותו צד של האסימפטוטה).

		1		3			
	1-	0	0.5	1.25	1.5	2	4
'y	-		+	+		-	-
y	↘		↗	↗		↘	↘

(שימו לב, משבצים שכנים גם בשני הצדדים של האסימפטוטה)

$$(0,) \quad \max(1.5,)$$

בכל סעיף, בני טבלה מתאימה ומצאי את סוג הקיצון של כל נק' אין צורך למצוא שיעורי y . אם אין נק' קיצון, בני רק את הטבלה.

1. הפונקציה $y = \frac{x}{(x-1)^2}$ שנגזרתה $y' = \frac{-x^2+1}{(x-1)^4}$

אסימפטוטות אנכיות: $x = 1$
 נק' החשודות כקיצון: $x = -1$

2. הפונקציה $y = \frac{12-4x}{(x-2)^2}$ שנגזרתה $y' = \frac{4x^2-24x+32}{(x-2)^4}$

אסימפטוטות אנכיות: $x = 2$
 נק' החשודות כקיצון: $x = 4$

3. הפונקציה $y = \frac{1+3x}{x-x^2}$ שנגזרתה $y' = \frac{3x^2+2x-1}{(x-x^2)^2}$

אסימפטוטות אנכיות: $x = 1$ $x = 0$
 נק' החשודות כקיצון: $x = -1$ $x = \frac{1}{3}$

4. הפונקציה $y = \frac{x}{x^2-x-6}$ שנגזרתה $y' = \frac{-x^2-6}{(x^2-x-6)^2}$

אסימפטוטות אנכיות: $x = -2$ $x = 3$
 נק' החשודות כקיצון: אין

5. הפונקציה $y = \frac{-x^2}{x^2-4x+3}$ שנגזרתה $y' = \frac{4x^2-6x}{(x^2-4x+3)^2}$

אסימפטוטות אנכיות: $x = 1$ $x = 3$
 נק' החשודות כקיצון: $x = 1.5$ $x = 0$

6. הפונקציה $y = \frac{x^2-5}{x^2-x-2}$ שנגזרתה $y' = \frac{-x^2+6x-5}{(x^2-x-2)^2}$

אסימפטוטות אנכיות: $x = -1$ $x = 2$
 נק' החשודות כקיצון: $x = 5$ $x = 1$

תשובות:

1.

1

	2-	1-	0	2
y'	-		+	-
y	↘		↗	↘

(-1,)

.2

2

	0	3	4	5
'Y	+	-		+
y	↗	↘		↗

(4,)

.3

0

1

	2-	1-	0.5	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	0.5	2
'Y	+		-	-		+	+
y	↗		↘	↘		↗	↗

($\frac{1}{3}$,) max(-1,)

.4

2-

3

	3-	0	4
'Y	-	-	-
y	↘	↘	↘

.5

1

3

	1-	0	0.5	1.25	1.5	2	4
'Y	+		-	-		+	+
y	↗		↘	↘		↗	↗

(1.5,) max(0,)

.6

-1

2

	-2	0	1	1.5	4	5	6
'Y	-	-		+	+		-
y	↘	↘		↗	↗		↘

(1,) max(5,)

4. שרטוט של פונקציה רציונלית:

נק' שחשוב לשים לב אליהן-

1. סמנו קודם כל את האסימפטוטות, לאחר מכן מקמו את הנק' הנתונות ואז תחברו בינהן.
2. שימו לב! אסימפטוטה אנכית **אסור** לחתוך אף פעם, אסימפטוטה אופקית **מותר** לחתוך, אך לא בקצוות השרטוט. הקפידו שיהיה ברור שהגרף מתקרב לאסימפטוטה האופקית בשני הצדדים של השרטוט.
3. גם באזור שבו אין נק' קיצון צריך לשרטט את הפונקציה. העזרו בטבלה כדי לקבוע האם באזור זה הפונקציה עולה או יורדת, ושרטטו אותה בהתאם לאסימפטוטות.

תרגול:

1. שרטטו סקיצה על פי הטבלה והנתונים הבאים:

1

	2-	1-	0	2
'γ	-		+	-
y	↘		↗	↘

$(-1, -\frac{1}{4})$

אסימפטוטות: $x = 2$ $y = 0$
 חיתוך עם הצירים $(3, 0)$ $(0, 3)$

2. שרטטו סקיצה על פי הטבלה והנתונים הבאים:

2

	0	3	4	5
'γ	+	-		+
y	↗	↘		↗

$(4, -1)$

אסימפטוטות: $x = 1$ $y = 0$
 חיתוך עם הצירים $(0, 0)$

3. שרטטו סקיצה על פי הטבלה והנתונים הבאים:

		0	1
	2-	1-	0.5
	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	0.5
	2		
' γ	+	-	-
	+		
y	\nearrow	\searrow	\searrow
	\nearrow	\nearrow	\nearrow

$(\frac{1}{3}, 9) \max(-1, 1)$

אסימפטוטות: $x = 1$ $x = 0$ $y = 0$

חיתוך עם הצירים $(-\frac{1}{3}, 0)$

4. שרטטו סקיצה על פי הטבלה והנתונים הבאים:

	2-	3
	3-	0
	4	
' γ	-	-
	-	
y	\searrow	\searrow
	\searrow	\searrow

אסימפטוטות: $x = -2$ $x = 3$ $y = 0$

חיתוך עם הצירים $(0, 0)$

5. שרטטו סקיצה על פי הטבלה והנתונים הבאים:

		1	3
	1-	0	0.5
	1.25	1.5	2
	4		
' γ	+	-	-
	+		
y	\nearrow	\searrow	\searrow
	\nearrow	\nearrow	\nearrow

$(1.5, 3) \max(0, 0)$

אסימפטוטות $x = 1$ $x = 3$ $y = -1$

נק' חיתוך עם הצירים: $(0, 0)$

6. שרטטו סקיצה על פי הטבלה והנתונים הבאים:

		-1	2
	-2	0	1
	1.5	4	5
	6		
' γ	-	-	+
	+		
y	\searrow	\searrow	\nearrow
	\searrow	\nearrow	\searrow

$(1, 2) (5, \frac{10}{9})$

אסימפטוטות $x = -1$ $x = 2$ $y = 1$

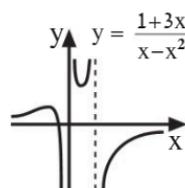
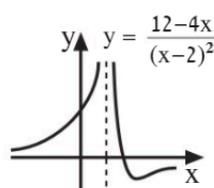
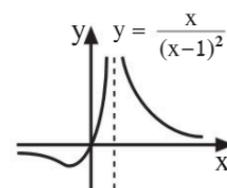
נק' חיתוך עם הצירים: $(\sqrt{5}, 0)$ $(-\sqrt{5}, 0)$ $(0, 2.5)$

תשובות:

.1

.2

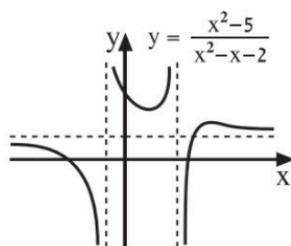
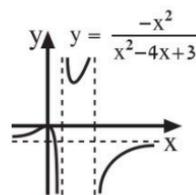
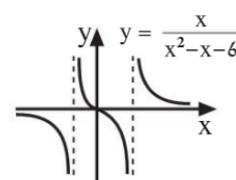
.3



.4

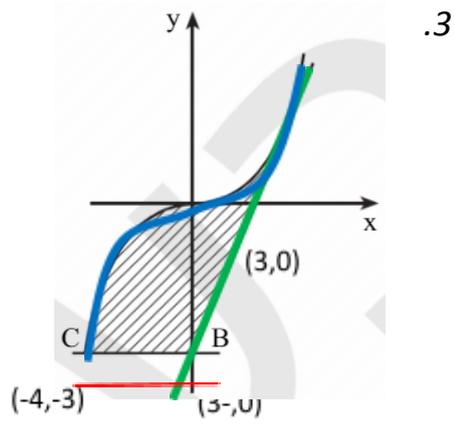
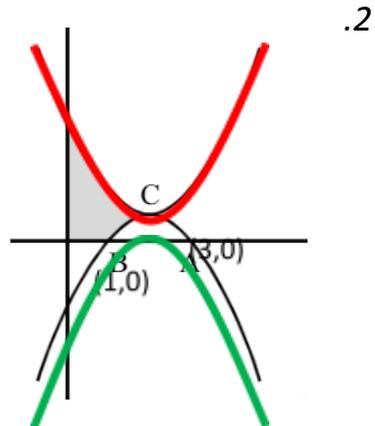
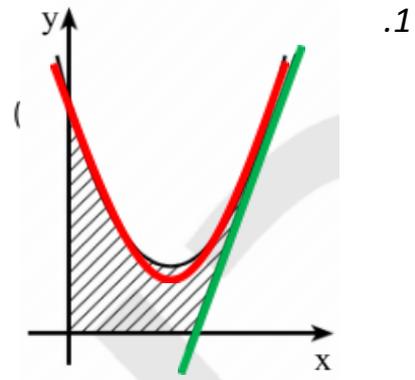
.5

.6



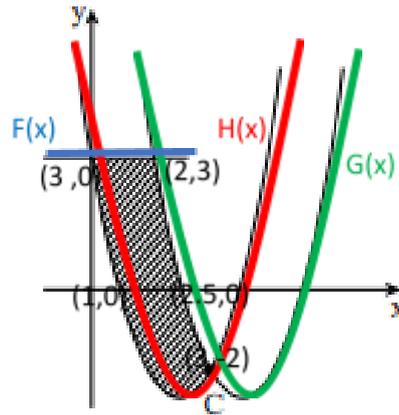
5. זיהוי גבולות של שטחים מורכבים:
 רשמי את האינטגרלים הנדרשים לחישוב השטח המקווקו לפי הנתונים.
 אין צורך לסדר או לפתור את האינטגרל.

בכל אחד מהתרגילים הבאים, רשמי את האינטגרלים הנדרשים לחישוב השטח המקווקו לפי הנתונים. אין צורך לסדר או לפתור את האינטגרל. (שימו לב, יש נתונים מיותרים!)



H(x)

.4



תשובות:

$$\int_0^3 (f(x) - 0) dx \quad \int_3^5 (f(x) - g(x)) dx \quad .1$$
$$\int_0^1 (f(x) - 0) dx \quad \int_1^2 (f(x) - g(x)) dx \quad .2$$
$$\int_{-4}^0 (f(x) - h(x)) dx \quad \int_0^4 (f(x) - g(x)) dx \quad .3$$
$$\int_0^2 (f(x) - h(x)) dx \quad \int_2^3 (g(x) - h(x)) dx \quad .4$$