

الكفاءات المستهدفة

نشاط 4: أرسم دائرة مركزها A ، علم على هذه الدائرة النقط B ، C ، D حيث

ما هي طبيعة كل من المثلثات : ACD ، ABC ، BCD :

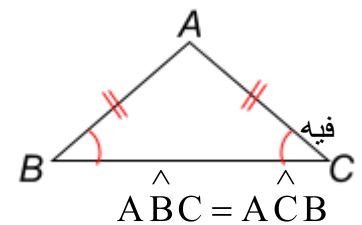
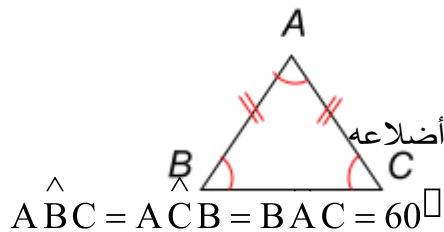
حل النشاط:

المثلث ABC متقايس الأضلاع ، $AC = AB = BC$.

$$\angle BCD = 90^\circ, \angle BAC = 60^\circ$$

المثلث متساوي الساقين

المثلث القائم



نشاط 5 : مثلث ABC مثلث كفي و H المسقط العمودي للنقطة A على (BC) .
أحسب مساحة لكل من المثلثين ABH و ACH . ما هي مساحة المثلث ABC ؟

$$s(ACH) = \frac{1}{2} AH.HC \quad , \quad s(ABH) = \frac{1}{2} AH.HB$$

$s(ABC) = \frac{1}{2} AH \cdot BC$ لدينا : $BH + CH = BC$ ومنه :

رؤوس المثلث ويعامد حامل الضلع المقابل له

● ارتفاعات مثلث متقاطعة في نقطة واحدة

$s(ABC) = \frac{1}{2} BB' \cdot AC$ ، $s(ABC) = \frac{1}{2} AA' \cdot BC$. مساحة مثلث .

$$s(ABC) = \frac{1}{2} CC'.AB$$

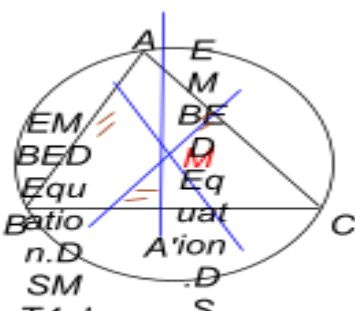
أرسم مثلثا كفيما ABC ، و (Δ_1) ، (Δ_2) محورا الضلعين $[BC]$ و $[AB]$ على الترتيب يتقاطعان في النقطة M .

(1) بين أن محور الضلع $[AC]$ يشمل النقطة M .

(2) عين مركز الدائرة التي تشمل النقط A ، B ، C ، وارسمها.

(3) عين موقع النقطة M في الحالة التي يكون فيها المثلث ABC قائما في A .

(4) أين تقع النقطة M في الحالة التي يكون فيها المثلث ABC منفرج الزاوية .



حل النشاط:

لدينا (Δ_1) محور $[BC]$ إذن $MB = MC$

لدينا (Δ_2) محور $[AB]$ إذن $MA = MB$

ومنه $MA = MC$ معناه أن M هي نقطة من محور القطعة $[AC]$.
لدينا $MA = MB = MC$ وبالتالي مركز الدائرة التي تشمل
النقط A ، B ، C هو النقطة M .

موقع النقطة M في الحالة التي يكون فيها المثلث ABC قائما في A
هو منتصف القطعة $[BC]$

تقع النقطة M في الحالة التي يكون فيها المثلث ABC منفرج الزاوية ، خارج المثلث .

● المحور هو محور أحد أضاعه.

● محاور مثلث متقاطعة في نقطة واحدة .

● نقطة تقاطع محاور مثلث هي مركز الدائرة المحيطة به (التي تشمل رؤوس المثلث)

نشاط 7 :

ABC مثلث كيفي ، C ، B' ، A' منتصفات القطع $[AB]$ ، $[AC]$ ، $[BC]$ على الترتيب.

1. ماذا نسمي المستقيمين (AA') و (BB') في المثلث ABC ؟

2. المستقيمان (AA') و (BB') يتقاطعان في النقطة G ، أرسم النقطة D نظيرة النقطة G بالنسبة إلى A .
3. ما هي طبيعة الرباعي $BDCG$ ؟

4. استنتج $DC = 2 GB$ وأن النقطة G هي منتصف القطعة $[AD]$ و $(GC') \parallel (BD)$.

5. بين أن النقط C ، G ، C' في استقامة .

6. بين أن $AG = 2 GA$ و $AG = 2 GB$ و $BG = 2 GB$ و $CG = 2 GC$.

حل النشاط:

نسمي المستقيمين (AA') و (BB') المتوسطان في المثلث ABC .

القطعتان $[BC]$ و $[GD]$ متناصفتان إذن الرباعي $BDCG$ متوازي أضلاع .
لدينا في المثلث $(DC \parallel (GB')$ و $(ACD$ ، ومنه حسب مبرهنة طاليس

$$\frac{AB'}{AC} = \frac{1}{2} \quad \text{ولدينا } B' \text{ منتصف القطعة } [AC] \text{ إذن : } \frac{AB'}{AC} = \frac{AG}{AD} = \frac{GB'}{DC}$$

إذن $DC = 2 GB$ و $AD = 2 AG$ ومنه النقطة G هي منتصف القطعة $[AD]$.

في المثلث ABD ، النقطة G منتصف القطعة $[AD]$ و C' منتصف القطعة $[AB]$ إذن $(GC') \parallel (BD)$.
الرباعي $BDCG$ متوازي أضلاع إذن $(GC) \parallel (BD)$ ولدينا $(GC') \parallel (BD)$ إذن $(GC') \parallel (GC)$
وهذان المستقيمان لهما نقطة مشتركة G إذن النقط C ، G ، C' في استقامة .

لدينا $AG = GD$ و $GD = 2 GA$ إذن $AG = 2 GA$

لدينا $BG = DC$ و $DC = 2 GB$ إذن $BG = 2 GB$

$$\frac{AC'}{AB} = \frac{AG}{AD} = \frac{GC'}{BD} = \frac{1}{2}$$

في المثلث $(BD \parallel (GC'))$ و $BD = 2 GC$ ومنه $BD = 2 GC$ ، ومنه $BD = 2 GC$ فإن $BD = GC$

● المتوسط في مثلث هو المستقيم الذي يشمل أحد رؤوس المثلث ومنتصف الضلع المقابل له.

● متوسطات مثلث متقاطعة في نقطة واحدة هي مركز ثقله .

● (AA') و (BB') و (CC') متوسطات المثلث ABC و G مركز ثقله لدينا :

● $AG = 2 GA$ و $BG = 2 GB$ و $CG = 2 GC$.

نشاط 8 :

ABC مثلث كيفي ، المنصفان الداخليان لزاويتي الرأسين A و B يتقاطعان في النقطة S .

1) النقط A' ، B' ، C المساقط العمودية للنقطة S على المستقيمت (AB) ، (AC) ، (BC) على الترتيب .
بين $SA' = SB' = SC$

2) بين أن المنصف الداخلي لزاوية الرأس C يشمل النقطة S .

3) عين مركز الدائرة التي تماس أضلاع المثلث ABC من الداخل وارسمها .
حل النشاط:

1) نقارن بين المثلثين القائمين $'ASB$ و $'ASC$ لدينا

SA و SB مشترك ، $\angle SAB' = \angle SAC'$ إذن : $'SB' = SC$.
نقارن بين المثلثين القائمين $'BSA$ و $'BSC$ لدينا

SB و SC مشترك ، $\angle SBA' = \angle SCB'$ إذن : $'SA' = SC$.
وبالتالي : $'SA' = 'SB' = SC$

2) نقارن بين المثلثين القائمين $'CSB$ و $'ASC$ لدينا SC و SC مشترك ، $'SA' = SB$ إذن $\angle SCB' = \angle SCA'$ وبالتالي (SC) هو المنصف الداخلي للزاوية ذات الرأس C .

3) لدينا : $'SA' = 'SB' = SC$ إذن S هي مركز الدائرة التي تشمل النقط A' ، B' ، C .

بما أن $(SA) \perp (BC)$ و $(SB) \perp (AC)$ و $(SC) \perp (AB)$ إذن (BC) و (AC) و (BA) هي مماسات لهذه الدائرة .

● المنصف في مثلث هو منصف إحدى زواياه .

● المنصفات الداخلية في مثلث متقاطعة في نقطة واحدة .

● نقطة تقاطع المنصفات هي مركز الدائرة المرسومة داخل هذا المثلث (أي التي تماس أضلاع المثلث من الداخل)

تمرين : رقم 41 صفحة 240

$ABCD$ متوازي الأضلاع ، النقطتان M و N منتصفتا القطعتين $[AB]$ و $[BC]$ على الترتيب .

$[DM]$ و $[DN]$ يقطعان $[AC]$ في النقطتين G و H على الترتيب .

بين أن : $AG = GH = HC$.

حل التمرين:

القطران $[AC]$ و $[BD]$ متناصفان في النقطة O .

في المثلث ABD لدينا (AO) و (DM) متوسطان يتقاطعان في النقطة G ومنه $AG = 2GO$.

في المثلث CBD لدينا (CO) و (DN) متوسطان يتقاطعان في النقطة H ومنه $HC = 2HO$.

$$OG = OH = \frac{1}{2}GH$$

ومنه : $OA = 3OG$ و $OC = 3HO$ إذن $AG = GH = HC$ ومنه :

تمرين : رقم 45 صفحة 241 (Δ_1) ، (Δ_2) ، (Δ_3) ثلاث مستقيمت متقاطعة في نقطة G .

1) أنشئ مثلثا ABC بحيث تكون النقطة G مركز ثقله .

2) هل يوجد مثلثا واحدا يحقق المطلوب ؟

حل التمرين:

● مرحلة التحليل :

نفرض أن للمسألة حل أي يوجد على الأقل مثلثا ABC بحيث

تكون النقطة G مركز ثقله . ونرسم شكلا مناسباً له .

لدينا القواعد التالية : $A'C = A'B$ و $AG = 2A'G$

● مرحلة التركيب والإنشاء : انطلاقاً من القواعد السابقة ننشئ الشكل ونؤكد أنه يحقق المطلوب .

نرسم ثلاث مستقيمت (Δ_1) ، (Δ_2) ، (Δ_3) متقاطعة في نقطة G .

A نقطة من المستقيم (Δ_1) و A' نظيرتها بالنسبة للنقطة G

A' منتصف القطعة $[AG]$

الموازي من A للمستقيم (Δ_3) يقطع المستقيم (Δ_2) في B

والموازي من A للمستقيم (Δ_2) يقطع المستقيم (Δ_3) في C

إذن الرباعي $BGCA$ متوازي أضلاع

ومنه A' هي منتصف $[BC]$ إذن (AA') هو متوسط في المثلث ABC .
 (AB) يقطع (Δ_3) في النقطة C' . في المثلث ABA'
لدينا $(BA) \parallel (GC')$ و G منتصف $[AA']$
إذن C' منتصف $[AB]$ وبالتالي (CC') هو متوسط في المثلث ABC .
بما أن المتوسطات تتلاقى في نقطة واحدة إذن كذلك (BB') هو متوسط في المثلث ABC .
ومنه النقطة G مركز ثقل المثلث ABC .
توجد ما لا نهاية من الحلول للمسألة وهذا حسب اختيار النقطة A على المستقيم (Δ_1) .