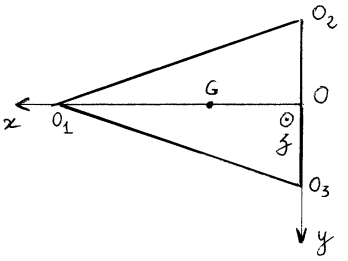
Banque PT . Epreuve de physique I-B : Corrigé

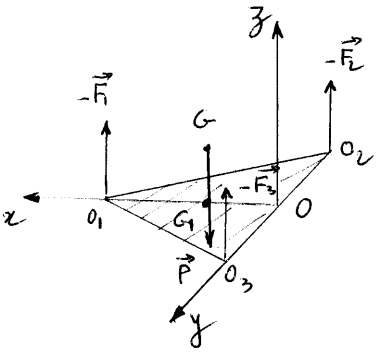
I Mécanique : suspension du véhicule.

1.Aspect statique. a)



Centre de gravité du châssis triangulaire : $OG_1 = \frac{1}{3} OO_1 = 1$ m
Le centre de gravité de la cabine (et par conséquent G) sera situé sur la même verticale que G_1 . $\Rightarrow$ $\boxed{x_G = 1 \text{ m} \quad \text{et} \quad y_G = 0 \text{ m}}$.

b) $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, $\vec{F_3}$ s'exerçant sur chaque roue en O_1 , O_2 et O_3 respectivement.



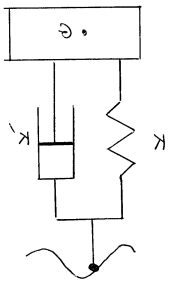
Symétrie $\Rightarrow$ $\vec{F_2} = \vec{F_3}$
Conditions d'équilibre :
PFD appliqué au système châssis + cabine :
$-\vec{F_1} - \vec{F_2} - \vec{F_3} + M\vec{g} = \vec{0} \Rightarrow F_1 + 2F_2 = Mg$
Th du moment cinétique en O_1 :
$\overrightarrow{O_1G} \wedge M\vec{g} + \overrightarrow{O_1O_3} \wedge -\vec{F_3} + \overrightarrow{O_1O_2} \wedge -\vec{F_2} = \vec{0} \Rightarrow 3F_2 = Mg$

$\Rightarrow$ $\boxed{F_1 = F_2 = F_3 = \frac{Mg}{3}}$

c) $K_1 = K_2 = K_3 = \frac{Mg}{3\Delta l}$ avec $\Delta l = 10$ cm A.N. $K = \frac{10^3 . 9{,}8}{3 . 0{,}1} = 32670$ N.m^{-1}

d) $V = 1{,}385\ 10^{-4}$ m^3 , $A = 1{,}385\ 10^{-3}$ m^2 , $\gamma = 1{,}4$? (non donné dans l'énoncé ainsi que la nature du gaz qui est de l'azote dans les suspensions hydractives)

$\boxed{p = \frac{KV}{\gamma A^2} = 1{,}685\ 10^6 \text{ Pa} = 16{,}5 \text{ bar}}$ ***e)***



f) On a trois ressorts identiques en parallèle.
Donc : $K_{eq} = 3K$

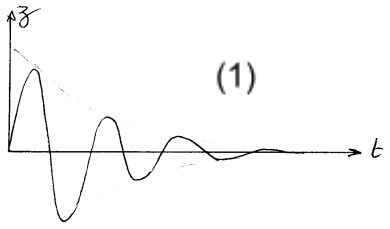
$\boxed{K_{eq} = 98000 \text{ N.m}^{-1}}$

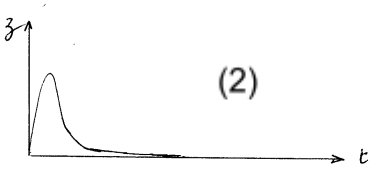
2. Aspect dynamique.

2.1. véhicule à l'arrêt

a) Selon la valeur de la constante d'amortissement K', il peut y avoir trois types de mouvement pour le retour à l'équilibre.

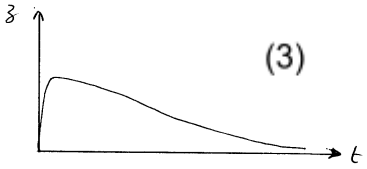
(1) mouvement oscillatoire amorti
(2) mouvement apériodique critique (retour à la position d'équilibre le plus rapide).
(3) Mouvement apériodique





K'(1) < K'(2) < K'(3)

Les « croquis » sont donnés pour $\dot{z}_0 > 0$



b) origine prise à l'origine en charge ($l_e < l_0$) l_e = longueur du ressort à l'équilibre en charge

PFD $\Rightarrow$ M $\ddot{z}$ = -K (z + l_e - l_0) – K' $\dot{z}$ - Mg

Condition d'équilibre K (l_0 - l_e) = Mg

$\Rightarrow \quad \ddot{z} + \frac{K'}{M}\dot{z} + \frac{K}{M}\,z = 0$

c) $\ddot{z} + 4\,\dot{z} + 100\,z = 0 \qquad \Rightarrow \qquad z(t) = e^{-2t}\,(A \cos 4\sqrt{6}\,t + B \sin 4\sqrt{6}\,t)$

C.I : A t = 0 $\boxed{z = 0 \quad \Rightarrow A = 0 \quad \text{et} \quad \dot{z}(0) = \dot{z}_0 \quad \Rightarrow \quad B = \frac{\dot{z}_0}{4\sqrt{6}}}$

D'où $\boxed{z(t) = \frac{\dot{z}_0}{4\sqrt{6}}\, e^{-2t} \sin 4\sqrt{6}\,t}$

c) l'origine étant prise à la position d'équilibre en charge le poids disparaît dans l'équation du mouvement comme le montrent les équations écrites en *b*)

2.2. véhicule en mouvement sur sol ondulé horizontal

a) $v = \frac{V_a}{L}$ et $\omega = 2\pi v = \frac{2\pi V_a}{L}$

$$\vec{F}_A' = -K'\left(\dot{z}_A - \dot{z}_O\right)\vec{u}_z$$

b) L'amortisseur exerce en A sur le véhicule (V) une force

$$\vec{F}_A' = -K'\left(\dot{z} - \dot{z}_s\right)\vec{u}_z$$

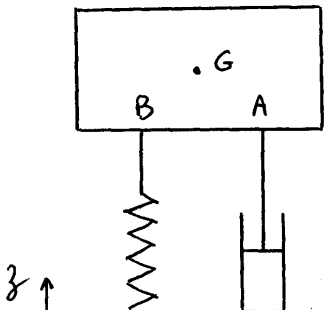
soit

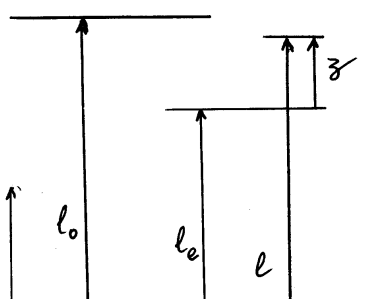
Expression de la force exercée par le ressort sur le véhicule :

l_0 est la longueur à vide du ressort , l_e la longueur du ressort à l'équilibre en charge et l la longueur du ressort à l'instant t ; D'après l'énoncé l'origine est prise à la position d'équilibre en charge ; le schéma ci-dessous relie ces différentes variables entre elles :

Le ressort exerce sur le véhicule en B à l'instant t la force $\vec{F} = K(l_0 - l)\vec{u}_z$.

Or $z_s + l = z + l_e \qquad \Rightarrow \quad l = z - z_s + l_e$ et $\vec{F} = K(l_0 - l_e - z + z_s)\vec{u}_z$





c) Principe fondamental de la dynamique :

$$M\ddot{z} = K(l_0 - l_e - z + z_s) - K'\left(\dot{z} - \dot{z}_s\right) - Mg \qquad \text{avec } K(l_0 - l_e) = Mg$$

$$\Rightarrow \quad M\ddot{z} = -K(z - z_s) - K'\left(\dot{z} - \dot{z}_s\right)$$

$$\Rightarrow \qquad \boxed{\ddot{z} + \frac{K'}{M}\dot{z} + \frac{K}{M}z = \frac{K'}{M}\dot{z}_s + \frac{K}{M}z_s} \qquad (I)$$

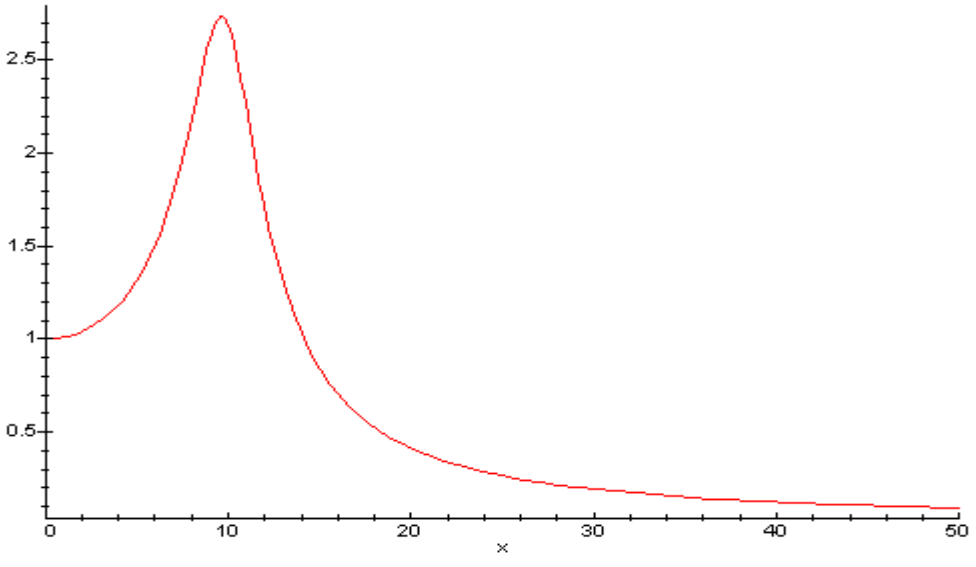
d) $\underline{z}_s = \underline{Z}_s\, e^{j\omega t} = z_{s0}\, e^{j\omega t}$

réponse : $\underline{z}_v = \underline{z} = \underline{Z}_v\, e^{j\omega t}$ Posons $\omega_0^2 = \frac{K}{M}$ et $2\lambda = \frac{K'}{M}$

$(I) \Rightarrow (\omega_0^2 - \omega^2 + 2j\lambda\omega)\underline{Z}_v = (\omega_0^2 + 2j\lambda\omega)\underline{Z}_s$ soit :

$$\boxed{\frac{\underline{Z}_v}{\underline{Z}_s} = \frac{\omega_0^2 + 2j\lambda\omega}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2j\lambda\omega}} \quad \text{et} \quad \boxed{\left|\frac{\underline{Z}_v}{\underline{Z}_s}\right| = \sqrt{\frac{\omega_0^4 + 4\lambda^2\omega^2}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\lambda^2\omega^2}}}$$

e)



A.N. $\omega_0^2 = 100$; $2\lambda = 4$;

Quand $\omega \to 0$ $\left|\frac{\underline{Z_v}}{\underline{Z_s}}\right| \to 1$ le ressort ne travaille pas

Quand $\omega \to \infty$ $\left|\frac{\underline{Z_v}}{\underline{Z_s}}\right| \to 0$ le véhicule n'oscille pas à cause de son inertie.

L'amplitude est maximale pour ω = 9,647 rad/s soit une vitesse de 11 km/h ; pour cette vitesse $\left|\frac{\underline{Z_v}}{\underline{Z_s}}\right|$ = 2,734 , ce qui correspond à une amplitude de 2,734 . 5 = 1

f) A une vitesse de 50 km/h soit 13 m/s , on a ω = 43,64 rad/s ; pour cette valeu $\left|\frac{\underline{Z_v}}{\underline{Z_s}}\right|$ = 0,111 , l'amplitude des oscillations du véhicule est alors 0,111 . 5 = 0,55 cm.

g) 11 km/h

h) bosses de 5 cm de hauteur, espacées de 2 m

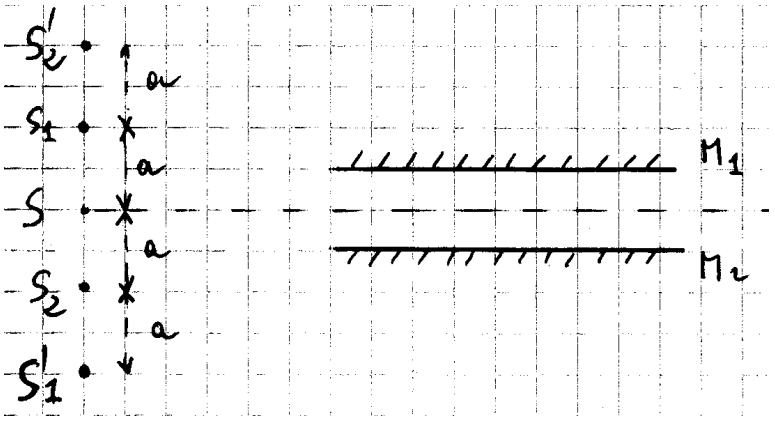
II – Optique

A – miroirs

1) Les rayons issus de S et pénétrant entre les deux miroirs ont trois possibilités :
- traverser sans réflexion
- se réfléchir une seule fois sur M_1 ou sur M_2

L'observateur O_1 verra donc S, son image symétrique par rapport à M_1 et son image symétrique par rapport à M_2 . Il verra donc trois sources ponctuelles distantes de a entre elles.

2) Il y a cette fois ci la possibilité de réflexion sur M_1 puis sur M_2 et de réflexion sur M_2 puis sur M_1 qui s'ajoutent aux possibilités de la question précédente. L'observateur O_1 verra donc 5 sources ponctuelles distantes de a , dont les positions sont indiquées sur le schéma ci-contre.

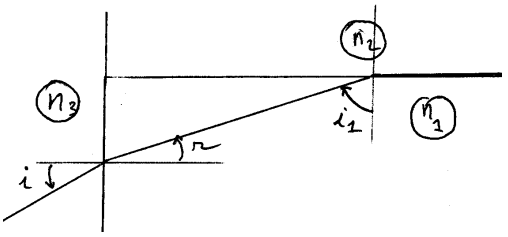


3) Voir feuille jointe.

4) $\text{tg}(\alpha_{max}) = \frac{a}{2d} = 0,1 \Rightarrow \quad \alpha_{max} = 5,71$ degré

5) Les trois sources sont dans le plan focal de la lentille . On aura 3 faisceaux de lumière parallèle en sortie, dont l'un sera parallèle à l'axe optique.

B – Guide diélectrique



1) $n_1 \sin(i_{1\,max}) = n_2$

$\Rightarrow \sin(i_{1\,max}) = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1{,}5200}{1{,}5227}$

$\Rightarrow i_{1\,max} = 86{,}5875$ degré

2) $r = 90 - i_{1\,max} = 3{,}4125$ degré

$n_3 \sin i = n_1 \sin r \Rightarrow \sin i = 1{,}5227 . \sin(3{,}4125) \Rightarrow i = 5{,}200$ degré

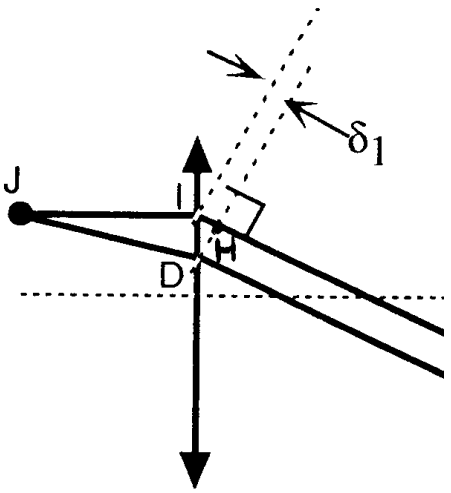
L'angle formé à l'entrée du milieu 1 par les deux rayons les plus inclinés par rapport à l'axe et qui seront guidés par ce même milieu est égal à 2i soit : **10,4** degré

3) On aura le même angle de 10,4 degré en sortie.

4) Les rayons parallèles à l'axe optique doivent parcourir la distance L dans le milieu d'indice n_1 . Les rayons faisant l'angle r à l'entrée dans le milieu d'indice n_1 doivent parcourir la distance L' = $\frac{L}{\cos r}$ soit une différence δ = L'− L pour ces trajets extrêmes. Pour un train d'ondes à l'entrée on aura en sortie un écart temporel τ , tel que $\delta = \frac{c\tau}{n_1}$ soit :

$$\tau = \frac{n_1 \delta}{c} = \frac{n_1 L}{c}\left(1 - \frac{1}{\cos r}\right) = \frac{1{,}5227}{3.10^8} 0{,}1 \left(1 - \frac{1}{\cos 3{,}4125}\right) = 0{,}902 \text{ ps}$$

C – Interféromètre de Michelson



1.a) pour une onde émise en onde émise en J , les chemins optiques [JIH] et [JD] sont égaux car D et H sont sur un même plan d'onde.

b) Indépendamment du trajet, le rayon arrivant en I aura à parcourir en moins le chemin optique δ_1 par rapport au rayon arrivant en D.

$\delta_1 = 2\, e_0 \,\text{tg}\, \alpha \,.\sin \alpha$.

2) $\delta_2 = 2\,FE = \frac{2e_0}{\cos\alpha}$

3) $\Delta L = \delta_2 - \delta_1 = 2e_0\left(\frac{1}{\cos\alpha} - \frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha}\right) = 2\, e_0 \cos\alpha$

4) $\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta L}{\lambda} = \frac{4\pi e_0 \cos\alpha}{\lambda}$

5) $p = \frac{\Delta L}{\lambda} = \frac{2e_0}{\lambda}\left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right)$; posons $p_0 = \frac{2e_0}{\lambda}$ = ordre au centre.

Angles petits $\alpha \approx \frac{x}{f} \Rightarrow x = f\sqrt{2\left(1-\frac{p}{p_0}\right)}$

6) anneaux . Cours : $I = I_0 (1 + \cos \varphi)$ avec $\varphi = \frac{4\pi e_0 \cos\alpha}{\lambda} = \frac{4\pi e_0}{\lambda}\left(1-\frac{x^2}{2f^2}\right)$

7.a) $I = 2 I_0$ éclairement vert uniforme.

7.b) $\Delta L' = \Delta L + 2(n-1) l \cos \alpha = 2(n-1) l \cos \alpha$. On observera des anneaux.

7.c) ordre au centre, une variation d'épaisseur Δx entraîne une variation de chemin optique de $2 \Delta x = 2(n-1) l$. Entre deux maxima successifs, il y a déplacement d'un miroir de $\frac{\lambda}{2}$

D'où $10 \lambda = (n-1) l$ A.N. $l = 8{,}47\ \mu m$

8) $I = I_0 \left(1+\cos\left\{\frac{4\pi}{\lambda}(e_0+e)\left(1-\frac{x^2}{2f^2}\right)\right\}\right)$

Pour $x_1 = 0$ $i_1 = a. I_1 = a. I_0 \left(1+\cos\left\{\frac{4\pi}{\lambda}(e_0+e)\right\}\right)$

$\varphi_1(e) = \frac{4\pi e_0}{\lambda}\left(1+\frac{e}{e_0}\right)$

9) $I_2 = a. I_2 = a. I_0 \left(1+\cos\left\{\frac{4\pi}{\lambda}(e_0+e)\left(1-\frac{x_2^2}{2f^2}\right)\right\}\right)$

$\varphi_2(e) = \frac{4\pi e_0}{\lambda}\left(1+\frac{e}{e_0}\right)\left(1-\frac{x_2^2}{2f^2}\right)$

10) Remarque concernant l'énoncé : On peut lire $\varphi_2(0) - \varphi_1(0) = \frac{\pi}{2}$

La différence de marche étant maximale au centre , il faut inverser les indices.

Il faudrait donc lire sur l'énoncé $\varphi_1(0) - \varphi_2(0) = \frac{\pi}{2}$. La question est résolue avec ce choix

$\varphi_1(0) - \varphi_2(0) = \frac{4\pi e_0}{\lambda}\left(1-1+\frac{x_2^2}{2f^2}\right) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{4\pi e_0}{\lambda}\frac{x_2^2}{2f^2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \boxed{x_2^2 = \frac{\lambda f^2}{4e_0}}$

11) Il faudrait dans cette question aussi lire sur l'énoncé $\varphi_1(e_{max}) - \varphi_2(e_{max}) = \frac{\pi}{2}$. La question est résolue avec ce choix

$$\varphi_1(e_{max}) - \varphi_2(e_{max}) = \frac{4\pi e_0}{\lambda}\left(1+\frac{e_{max}}{e_0}\right) - \frac{4\pi e_0}{\lambda}\left(1+\frac{e_{max}}{e_0}\right)\left(1-\frac{x_2^2}{2f^2}\right)$$

$$= \frac{4\pi e_0}{\lambda}\left(1+\frac{e_{max}}{e_0}\right)\left(1-1+\frac{x_2^2}{2f^2}\right) = \frac{4\pi e_0}{\lambda}\left(1+\frac{e_{max}}{e_0}\right)\frac{x_2^2}{2f^2}$$

$$\Rightarrow \frac{4\pi e_0}{\lambda}\left(1+\frac{e_{max}}{e_0}\right)\frac{x_2^2}{2f^2} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{36} \text{ avec } \frac{4\pi e_0}{\lambda}\frac{x_2^2}{2f^2} = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}\left(1+\frac{e_{max}}{e_0}\right) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{36} \quad \Rightarrow \boxed{\frac{e_{max}}{e_0} = \frac{-1}{18}}$$

12) Remarque concernant l'énoncé : On peut lire
étape 3 :

⇒ Un critère fixe la différence de phase acceptable estimée **à l'instant t = 0** entre les signaux $i_2(t)$ et $i_3(t)$. Cela permet la détermination de la **taille des photodétecteurs d** : question 12.

Il est possible de traiter cette question en considérant que à t = 0 , la lame d'air a pour épaisseur e_0 , donc e = 0. Il aurait aussi été intéressant d'écrire pour les candidats afin de ne pas les désorienter (indépendamment des erreurs de signe) de dire que l'on isole trois photos détecteurs numérotés 1,2,3 comme indiqué sur la figure 5 page 9 de la barette CCD. La position de la cellule n°3 par rapport à la cellule 1 et 2 aurait ainsi évité de se poser des questions inutiles sur la possibilité d'une coquille dans l'énoncé d'un problème interessant.
D'autre part, il semblerait logique au vu du résultat, de lire page 10 , question 12 :

$\varphi_3(0) - \varphi_2(0) = \pi / 36$.

$$\varphi_3(0) - \varphi_2(0) = \frac{4\pi e_0}{\lambda}\left[\left(1-\frac{x_3^2}{2f^2}\right) - \left(1-\frac{x_2^2}{2f^2}\right)\right] = \frac{4\pi e_0}{\lambda}\left(\frac{x_2^2-x_3^2}{2f^2}\right) = \frac{\pi}{36}$$

$$\Rightarrow \frac{4\pi e_0 x_2^2}{2f^2\lambda}\left(1-\frac{x_3^2}{x_2^2}\right) = \frac{\pi}{36} \Rightarrow \frac{\pi}{2}\left(1-\frac{x_3^2}{x_2^2}\right) = \frac{\pi}{36}$$

Soit avec $x_3 = x_2 - d$ $\Rightarrow \left(1-\frac{d}{x_2}\right)^2 = \sqrt{\frac{17}{18}}$ et $\boxed{d = x_2\left(1-\sqrt{\frac{17}{18}}\right)}$

13) et 14) d = 9 µm ⇒ x_2 = 0,3194 mm

$$f = x_2\sqrt{\frac{4e_0}{\lambda}} \Rightarrow f = 63{,}4 \text{ mm}$$

15) $i'_1 = kI_0 \cos \varphi_1(e)$ avec $\varphi_1(e) = \varphi_1(0) - \frac{4\pi e_0}{\lambda} = \varphi_1(0) - \frac{4\pi vt}{\lambda}$

$\varphi_2(e) = \varphi_2(0) - \frac{4\pi e_0}{\lambda}\left(1-\frac{x_2^2}{2f^2}\right)\frac{e}{e_0} = \varphi_1(0) - \left(1-\frac{x_2^2}{2f^2}\right)\frac{4\pi vt}{\lambda}$

$i'_2 = kI_0 \cos \varphi_2(e)$

On considère les termes en t comme infiniment petits. Soit en développant au premier ordre :

$i'_1 = kI_0 \cos \varphi_1(e) \approx kI_0 [\cos \varphi_1(0) + \{\sin \varphi_1(0)\} \frac{4\pi vt}{\lambda}] = a_1 + b_1 t$

$i'_2 = kI_0 \cos \varphi_2(e) \approx kI_0 [\cos \varphi_2(0) + \{\sin \varphi_2(0)\} \left(1-\frac{x_2^2}{2f^2}\right)\frac{4\pi vt}{\lambda} e]$

avec $\varphi_2(0) = \varphi_1(0) + \frac{\pi}{2}$

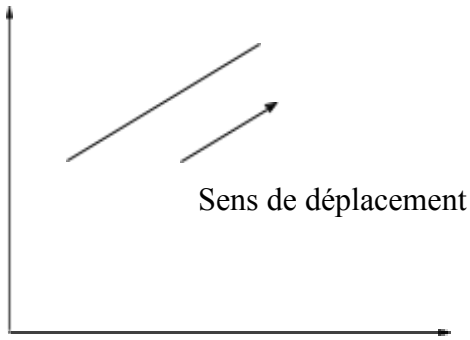
Au premier ordre on obtient :

$i'_2 \approx kI_0 [-\sin \varphi_1(0) + \{\cos \varphi_1(0)\} \left(1-\frac{x_2^2}{2f^2}\right)\frac{4\pi vt}{\lambda} e] = a_2 + b_2 t$

Avec les valeurs numériques proposées on trouve $\varphi_1(0) = 0{,}0394$ rad $(2\pi) \approx 2{,}25°$

$\Rightarrow$ a_1 , b_1 , b_2 sont positifs et $a_2 < 0$.

En éliminant t on obtient , sachant que X et Y coordonnées du spot sur l'écran sont proportionnels à i'_1 et i'_2 , $Y = \alpha X + \beta$ avec $\alpha > 0$



Proposition de modification de l'énoncé pour tenir compte des « coquilles d'énoncé »

On considère trois photodétecteurs d'une barette CCD , numérotées 1,2 et 3 et positionnées comme indiqué sur la figure 5

Le photo détecteur numéro k fournit un courant $i_k(t)$ proportionnel à l'intensité lumineuse $I_k(t)$ au centre du détecteur : $i_k(t) = a . I_k(t)$.

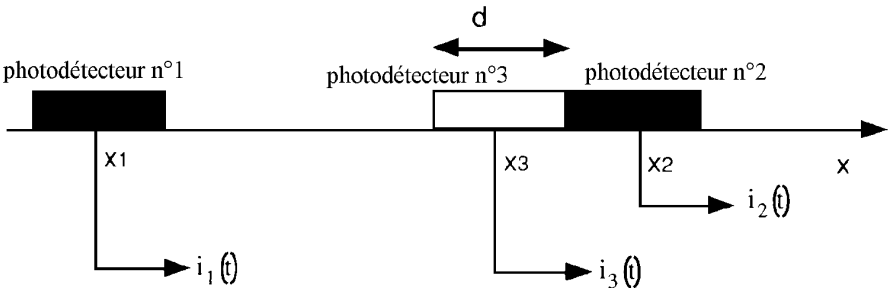


Fig 5

étape 1 :
La position du premier photodétecteur est fixée sur l'axe optique de la lentille: $x_1 = 0$. Détermination de la **position x_2** du second photodétecteur à valider de façon à ce que les signaux $i_1(t)$ et $i_2(t)$ soient en quadrature à l'instant t = 0 : questions 8,9, 10.

étape 2 :
Le critère de tolérance sur la quadrature des signaux il(t) et i2(t) permet alors la détermination de la **plage de déplacement maximale e_{max}** de mesure: question 11.

étape 3 :
Un critère fixe la différence de phase acceptable estimée à l'instant t = 0 entre les signaux $i_2(t)$ et $i_3(t)$. Cela permet la détermination de la **taille des photodétecteurs d** : question 12.

étape 4 :
Application numérique, de la taille des photo détecteurs on déduit la **focale de la lentille** et la **position du photodétecteur n°2**: question 13.

8) -Donner l'expression générale I(x,e) de l'intensité lumineuse au point d'abscisse x pour un déplacement e du miroir autour de la position e_0.

Montrer que le courant délivré par le photodétecteur au centre de l'écran ($x_1 = 0$, photo détecteur n° 1) prend la forme: $i_1(e) = a.I(x_1,e) = a.I_0 (1 + \cos(\varphi_1(e)))$ et détailler l'expression de $\varphi_1(e)$.

9) Montrer que le courant délivré par le photodétecteur au point d'abscisse x_2 (photodétecteur n° 2) prend la forme: $i_2(e) = a.I(x_2,e) = a.I_0 (1 + \cos(\varphi_2(e)))$ et détailler l'expression de $\varphi_2(e)$.

10) Préciser la position x_2 pour laquelle: $\varphi_1(0) - \varphi_2(0) = \pi/2$.

11) A partir des courant $i_1(t)$ et $i_2(t)$, on génère les signaux $i'_1(t)$ et $i'_2(t)$, en supprimant la composante continue du signal. Le critère de calcul retenu pour dire que les signaux $i'_1(t)$ et $i'_2(t)$ sont quasiment en quadrature est: $\varphi_2(e_{max}) - \varphi_1(e_{max}) = \pi/2 - \pi / 36$. Calculer la course

maximale e_{max} du miroir mobile M_2 pour laquelle les signaux issus des photo détecteurs 1 et 2 peuvent être supposés quasiment en quadrature.

12) La courant délivré par le photodétecteur au point d'abscisse x_3 (photodétecteur n°3)s'écrit : $i_3(e) = a.I(x_3,e) = a.I_0.(1 + \cos(\varphi_3(e)))$. Le critère retenu pour choisir l'écart centre à centre entre les photodétecteurs 2 et 3 est: $\varphi_3(0) - \varphi_2(0) = \pi / 36$. On remarquera que, pour e = 0, le profil d'intensité lumineuse sur la droite Ox de l'écran s'écrit :

$I(x,0) = I_0 (1 + \cos(\varphi(x,0)))$ avec $\varphi(x,0)$ qui suit une loi quadratique en x. Montrer que la longueur d d'un photo détecteur vaut :

$$d = B\left(1-\sqrt{\frac{17}{18}}\right)$$ et préciser l'expression de B.

13) Application numérique: calculer la position x_2 idéale théorique du centre de la photodiode délivrant le signal $i_2(t)$ et la distance focale de la lentille pour une dimension des photo détecteurs d = 9 µm.

14) Les signaux issus des photo détecteurs positionnés en $x_1 = 0$ et $x_2 \neq 0$ sont envoyés respectivement sur les voies 1 et 2 d'un oscilloscope réglé en mode XY.
Décrire qualitativement la courbe tracée par le spot électronique lorsque te miroir se déplace de la position e_0 à la position $e_0 + e$. Préciser le sens de déplacement du spot si e est positif.

Fin du texte de l'épreuve.