

§ 14. Свойства корней n -й степени ($n > 1, n \in N$)



2.41. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{75}$; б) $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}}$; в) $\sqrt{12} - \sqrt{3}$.

2.42. Вычислите:

а) $\sqrt{(-4)^2}$; б) $\sqrt{173^2 - 52^2}$.

2.43. При каких значениях t верно равенство:

а) $\sqrt{t^2} = t$; б) $\sqrt{(t-1)^2} = 1 - t$?



Рассмотрим два свойства корней n -й степени, аналогичные свойствам квадратных корней.

Свойство 1. Корень n -й степени из произведения неотрицательных множителей равен произведению корней n -й степени из этих множителей:

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}, \text{ где } a \geq 0, b \geq 0, n \in N, n > 1.$$

Свойство 2. Корень n -й степени из частного равен частному корней n -й степени делимого и делителя, если делимое — неотрицательное число, а делитель — положительное число:

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, \text{ где } a \geq 0, b > 0, n \in N, n > 1.$$



Докажем свойство 1 для корней n -й степени из произведения двух множителей:
 $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$, где $a \geq 0, b \geq 0, n \in N, n > 1$.

Доказательство. При доказательстве используем определение арифметического корня n -й степени из числа и свойства степени с целым показателем.

Обозначим $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = t$ и покажем, что $t \geq 0$ и $t^n = ab$.

1) По определению арифметического корня n -й степени из числа имеем: $\sqrt[n]{a} \geq 0$ и $\sqrt[n]{b} \geq 0$, а так как произведение двух неотрицательных множителей есть число неотрицательное, то $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \geq 0$, значит, $t \geq 0$.

2) По свойству степени с целым показателем получим: $t^n = (\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b})^n = (\sqrt[n]{a})^n \cdot (\sqrt[n]{b})^n$, а по определению корня n -й степени из числа $(\sqrt[n]{a})^n \cdot (\sqrt[n]{b})^n = ab$, т. е. $t^n = ab$. Таким образом, свойство доказано.

Свойство 2 докажите самостоятельно.

Пример 1. Вычислите:

а) $\sqrt[5]{243 \cdot 32}$; б) $\sqrt[4]{36} \cdot \sqrt[4]{\frac{4}{9}}$; в) $\sqrt[3]{36} \cdot \sqrt[3]{48}$.

Решение. а) $\sqrt[5]{243 \cdot 32} = \sqrt[5]{243} \cdot \sqrt[5]{32} = 3 \cdot 2 = 6$;

б) $\sqrt[4]{36} \cdot \sqrt[4]{\frac{4}{9}} = \sqrt[4]{36 \cdot \frac{4}{9}} = \sqrt[4]{16} = 2$;

в) $\sqrt[3]{36} \cdot \sqrt[3]{48} = \sqrt[3]{36 \cdot 48} = \sqrt[3]{216 \cdot 8} = \sqrt[3]{216} \cdot \sqrt[3]{8} = 6 \cdot 2 = 12$.

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

Пример 2. Вычислите:

а) $\sqrt[4]{\frac{81}{256}}$; б) $\frac{\sqrt[5]{64}}{\sqrt[5]{2}}$.

Решение. а) $\sqrt[4]{\frac{81}{256}} = \frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{256}} = \frac{3}{4}$; б) $\frac{\sqrt[5]{64}}{\sqrt[5]{2}} = \sqrt[5]{\frac{64}{2}} = \sqrt[5]{32} = 2$.

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Свойство 3. Значение корня из степени не изменится, если и показатель корня, и показатель подкоренного выражения умножить на одно и то же натуральное число, или разделить на их общий делитель:

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot k]{a^{m \cdot k}}; \quad \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n:r]{a^{m:r}},$$

где $a \geq 0$, $n \in \mathbb{N}$, $m \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{N}$, r — общий натуральный делитель чисел m и n , $n > 1$, $k > 1$ и $r > 1$.



Докажем, что $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[nk]{a^{mk}}$ или $\sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m}$. Доказательство проведем на основании определения корня степени nk из числа a^{mk} .

Обозначим $\sqrt[n]{a^m} = t$, покажем, что $t \geq 0$ и $t^{nk} = a^{mk}$.

Очевидно, что $t \geq 0$ по определению арифметического корня.

Покажем, что $t^{nk} = (\sqrt[n]{a^m})^{nk} = a^{mk}$. По свойству степени с целым показателем и определению корня справедливы равенства: $(\sqrt[n]{a^m})^{nk} = \left((\sqrt[n]{a^m})^n \right)^k = (a^m)^k = a^{mk}$.

Пример 3. Упростите выражение

$$\sqrt[21]{128}.$$

Решение:

$$\sqrt[21]{128} = \sqrt[21]{2^7} = \sqrt[3 \cdot 7]{2^7} = \sqrt[3]{2}.$$

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot k]{a^{m \cdot k}}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n:r]{a^{m:r}}$$

Свойство 4. Чтобы извлечь корень k -й степени из корня n -й степени из неотрицательного числа, достаточно извлечь корень степени nk из этого числа:

$$\sqrt[k]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[kn]{a}$$

для любых натуральных $n > 1$ и $k > 1$, $a \geq 0$.



Для доказательства достаточно показать, что $\left(\sqrt[k]{\sqrt[n]{a}}\right)^{nk} = a$.

По свойству степени с натуральным показателем имеем: $\left(\sqrt[k]{\sqrt[n]{a}}\right)^{nk} = \left(\left(\sqrt[k]{\sqrt[n]{a}}\right)^k\right)^n$.

По определению корня получим: $\left(\left(\sqrt[k]{\sqrt[n]{a}}\right)^k\right)^n = \left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$. Свойство доказано.

Пример 4. Упростите выражение

$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{15}}.$$

Решение:

$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{15}} = \sqrt[3 \cdot 4]{15} = \sqrt[12]{15}.$$

$$\sqrt[k]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[kn]{a}$$

Свойство 5. Для любого действительного a и натурального $n > 1$ справедливо равенство $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a|, & \text{если } n \text{ — четное число,} \\ a, & \text{если } n \text{ — нечетное число.} \end{cases}$

Действительно, если n — четное, то $|a|^n = a^n$. Если n — нечетное, то $a^n = a^n$. Таким образом, на основании определения корня n -й степени свойство доказано.

Пример 5. Вычислите:

а) $\sqrt[8]{(-3)^8}$; б) $\sqrt[5]{(-3)^5}$.

Решение.

а) $\sqrt[8]{(-3)^8} = |-3| = 3$; б) $\sqrt[5]{(-3)^5} = -3$.

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a|, & \text{если } n \text{ — четное} \\ a, & \text{если } n \text{ — нечетное} \end{cases}$$



Примеры основных заданий и их решения

1. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt[4]{81 \cdot 625}$; б) $\sqrt[5]{0,00032 \cdot 3125}$.

Решение. а) $\sqrt[4]{81 \cdot 625} = \sqrt[4]{81} \cdot \sqrt[4]{625} = 3 \cdot 5 = 15$;

б) $\sqrt[5]{0,00032 \cdot 3125} = \sqrt[5]{0,00032} \cdot \sqrt[5]{3125} = 0,2 \cdot 5 = 1$.

2. Вычислите:

а) $\sqrt[6]{0,000243} \cdot \sqrt[6]{19,2}$; б) $\sqrt[3]{144} \cdot \sqrt[3]{12}$.

Решение. а) $\sqrt[6]{0,000243} \cdot \sqrt[6]{19,2} = \sqrt[6]{0,000243 \cdot 19,2} =$
 $= \sqrt[6]{0,000243 \cdot 0,3 \cdot 64} = \sqrt[6]{0,3^5 \cdot 0,3 \cdot 64} = 0,3 \cdot 2 = 0,6$;

б) $\sqrt[3]{144} \cdot \sqrt[3]{12} = \sqrt[3]{12^2 \cdot 12} = \sqrt[3]{12^3} = 12$.

3. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt[4]{\frac{0,0625}{810\,000}}$; б) $\sqrt[3]{\frac{216\,000}{0,001}}$.

Решение. а) $\sqrt[4]{\frac{0,0625}{810\,000}} = \frac{\sqrt[4]{0,0625}}{\sqrt[4]{810\,000}} = \frac{0,5}{30} = \frac{1}{60}$;

б) $\sqrt[3]{\frac{216\,000}{0,001}} = \frac{\sqrt[3]{216\,000}}{\sqrt[3]{0,001}} = \frac{60}{0,1} = 600$.

4. Найдите значение выражения:

а) $\frac{\sqrt[4]{128}}{\sqrt[4]{8}}$; б) $\frac{\sqrt[5]{0,000064}}{\sqrt[5]{0,2}}$.

Решение. а) $\frac{\sqrt[4]{128}}{\sqrt[4]{8}} = \sqrt[4]{\frac{128}{8}} = \sqrt[4]{16} = 2$;

б) $\frac{\sqrt[5]{0,000064}}{\sqrt[5]{0,2}} = \sqrt[5]{\frac{0,000064}{0,2}} = \sqrt[5]{0,00032} = 0,2$.

5. Упростите выражение:

а) $\sqrt[6]{16}$; б) $\sqrt[4]{25^2}$; в) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[6]{2}$; г) $\frac{\sqrt[4]{6}}{\sqrt[3]{2}}$.

Решение. а) $\sqrt[6]{16} = \sqrt[6]{2^4} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$; б) $\sqrt[4]{25^2} = \sqrt{25} = 5$;

в) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[6]{2} = \sqrt[6]{4^2} \cdot \sqrt[6]{2} = \sqrt[6]{2^4 \cdot 2} = \sqrt[6]{2^5} = \sqrt[6]{32}$;

$$\text{г) } \sqrt[4]{\frac{6}{2}} = \frac{\sqrt[12]{6^3}}{\sqrt[12]{2^4}} = \sqrt[12]{\frac{2^3 \cdot 3^3}{2^4}} = \sqrt[12]{\frac{27}{2}} = \sqrt[12]{13,5}.$$

6. Упростите выражение:

$$\text{а) } \sqrt[3]{\sqrt[5]{a}}; \quad \text{б) } \sqrt{\sqrt[8]{a}}; \quad \text{в) } \sqrt[9]{\sqrt{a^3}}.$$

Решение. а) $\sqrt[3]{\sqrt[5]{a}} = \sqrt[15]{a};$ б) $\sqrt{\sqrt[8]{a}} = \sqrt[2 \cdot 8]{a} = \sqrt[16]{a};$

в) $\sqrt[9]{\sqrt{a^3}} = \sqrt[18]{a^3} = \sqrt[6]{a}.$

7. Найдите значение выражения:

$$\text{а) } \sqrt[6]{(-5)^6}; \quad \text{б) } \sqrt[13]{(-7)^{13}}.$$

Решение. а) $\sqrt[6]{(-5)^6} = |-5| = 5;$ б) $\sqrt[13]{(-7)^{13}} = -7.$

8. Замените выражение на тождественно равное ему:

$$\text{а) } \sqrt[12]{k^{12}}, \text{ если } k \geq 0; \quad \text{б) } \sqrt[14]{p^{14}}, \text{ если } p \leq 0.$$

Решение. а) $\sqrt[12]{k^{12}} = |k| = k, \text{ так как } k \geq 0;$

б) $\sqrt[14]{p^{14}} = |p| = -p, \text{ так как } p \leq 0.$

?

1. При каких значениях a и b верно равенство $\sqrt[6]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[6]{a}}{\sqrt[6]{b}}$?

2. При каких значениях m верно равенство $\sqrt[8]{m^8} = -m$?

II

2.44. Вычислите с помощью свойства корня n -й степени из произведения:

$$\text{а) } \sqrt[3]{8 \cdot 27}; \quad \text{б) } \sqrt[3]{64 \cdot 125}; \quad \text{в) } \sqrt[4]{0,0625 \cdot 81};$$

$$\text{г) } \sqrt[5]{32 \cdot 0,00243}; \quad \text{д) } \sqrt[3]{0,027 \cdot 15^3}; \quad \text{е) } \sqrt[4]{625 \cdot 3^8};$$

$$\text{ж) } \sqrt[3]{0,001 \cdot 64 \cdot 343}; \quad \text{з) } \sqrt[4]{0,0016 \cdot 625 \cdot 7^4}.$$

2.45. Найдите значение произведения:

$$\text{а) } \sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{5}; \quad \text{б) } \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{500}; \quad \text{в) } \sqrt[5]{2} \cdot \sqrt[5]{16};$$

$$\text{г) } \sqrt[3]{2,7} \cdot \sqrt[3]{10}; \quad \text{д) } \sqrt[5]{0,32} \cdot \sqrt[5]{100}; \quad \text{е) } \sqrt[4]{0,8} \cdot \sqrt[4]{20};$$

$$\text{ж) } \sqrt[3]{0,1} \cdot \sqrt[3]{0,08}; \quad \text{з) } \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{-2}.$$

2.46. Найдите значение выражения с помощью свойства корня n -й степени из частного:

а) $\sqrt[4]{\frac{81}{0,0625}}$; б) $\sqrt[3]{\frac{0,064}{1000}}$; в) $\sqrt[5]{\frac{3\,200\,000}{0,00243}}$; г) $\sqrt[3]{\frac{0,343}{125}}$.

2.47. Найдите значение частного:

а) $\frac{\sqrt[5]{96}}{\sqrt[5]{3}}$; б) $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{54}}$; в) $\frac{\sqrt[3]{400}}{\sqrt[3]{50}}$;
г) $\frac{\sqrt[4]{4,8}}{\sqrt[4]{0,3}}$; д) $\sqrt[3]{\frac{5}{36}} : \sqrt[3]{\frac{6}{25}}$; е) $\sqrt[3]{7\frac{1}{5}} : \sqrt[3]{-\frac{1}{30}}$.

2.48. Сравните значения выражений $\sqrt[4]{ab}$ и $\sqrt[4]{\frac{a}{b}}$, если:

а) $a = 16$, $b = 625$; б) $a = -256$, $b = -0,0081$; в) $a = 7^4$, $b = 3^8$.

Можно ли найти значения данных выражений, если числа a и b разных знаков?

2.49. Вычислите:

а) $\sqrt[3]{27 \cdot 125} - \sqrt[4]{16 \cdot 81}$; б) $\sqrt[3]{-\frac{8}{343}} + \sqrt[4]{\frac{0,0625}{256}}$.

2.50. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt[4]{\frac{0,0016 \cdot 256}{810\,000}}$; б) $\sqrt[3]{\frac{0,008}{27 \cdot 0,125}}$.

2.51. Найдите значение произведения:

а) $\sqrt[3]{12} \cdot \sqrt[3]{18}$; б) $\sqrt[4]{72} \cdot \sqrt[4]{18}$; в) $\sqrt[3]{75} \cdot \sqrt[3]{45}$;
г) $\sqrt[5]{160} \cdot \sqrt[5]{625}$; д) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{-6} \cdot \sqrt[3]{9}$; е) $\sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[4]{27} \cdot \sqrt[4]{12}$.

2.52. Найдите значение частного:

а) $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{250}}$; б) $\frac{\sqrt[4]{486}}{\sqrt[4]{96}}$; в) $\frac{\sqrt[3]{3125}}{\sqrt[3]{5400}}$; г) $\frac{\sqrt[5]{6,4}}{\sqrt[5]{48,6}}$.

2.53. Найдите значение выражения $\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{8} + \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{81}}$, используя свойства корня.

2.54. Найдите, во сколько раз число:

а) $\sqrt[6]{128}$ больше числа $\sqrt[6]{2}$; б) число $\sqrt[3]{4}$ меньше числа $\sqrt[3]{108}$.

2.55. Вычислите значение выражения:

а) $5\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9}$; б) $-6\sqrt[5]{4} \cdot 3\sqrt[5]{8}$;
в) $3\sqrt[3]{7} \cdot (\sqrt[3]{-49})$; г) $5\sqrt[4]{10} \cdot 0,3\sqrt[4]{1000}$.

2.56. Определите, являются ли взаимно обратными числа:

- а) $\sqrt[3]{5}$ и $\frac{\sqrt[3]{25}}{5}$; б) $2\sqrt[4]{2}$ и $\frac{1}{\sqrt[4]{32}}$; в) $\sqrt[5]{64}$ и $-\frac{1}{\sqrt[5]{64}}$.

2.57. Найдите значение выражения на основании свойств корня n -й степени:

- а) $\sqrt[4]{1780^2 - 780^2}$; б) $\sqrt[3]{0,69^2 - 0,51^2}$;
в) $\sqrt[4]{\sqrt{34} - 3\sqrt{2}} \cdot \sqrt[4]{\sqrt{34} + 3\sqrt{2}}$; г) $\sqrt[3]{5\sqrt{3} + \sqrt{11}} \cdot \sqrt[3]{5\sqrt{3} - \sqrt{11}}$.

2.58. Представьте выражение $\sqrt[3]{2}$ в виде корня:

- а) шестой степени; б) девятой степени;
в) двенадцатой степени; г) восемнадцатой степени.

2.59. Представьте выражение $\sqrt{a}$ в виде корня:

- а) четвертой степени; б) шестой степени;
в) десятой степени; г) шестнадцатой степени.

2.60. Представьте в виде корней одной и той же степени числа:

- а) $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt{5}$ и $\sqrt[6]{3}$; б) $\sqrt[4]{2}$, $\sqrt[8]{3}$ и $\sqrt[12]{7}$.

2.61. Представьте выражение в виде корня с меньшим показателем:

- а) $\sqrt[6]{2^4}$; б) $\sqrt[15]{7^9}$; в) $\sqrt[8]{3^4}$; г) $\sqrt[24]{12^8}$;
д) $\sqrt[4]{25}$; е) $\sqrt[6]{81}$; ж) $\sqrt[6]{125}$; з) $\sqrt[12]{27}$.

2.62. Вычислите:

- а) $\sqrt[6]{49^3}$; б) $\sqrt[6]{125^2}$; в) $\sqrt[100]{9^{50}}$; г) $\sqrt[24]{7^{48}}$.

2.63. Представьте в виде корня:

- а) $\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[8]{0,5}$; б) $\sqrt[6]{3} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{6}}$; в) $\frac{\sqrt[4]{50}}{\sqrt{5}}$;
г) $\frac{\sqrt[10]{80}}{\sqrt[5]{4}}$; д) $\sqrt[8]{2} \cdot \sqrt[12]{3}$; е) $\sqrt[6]{5} : \sqrt[4]{2}$.

2.64. Определите, рациональным или иррациональным числом является значение выражения:

- а) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[6]{4}$; б) $\sqrt[7]{-5} \cdot \sqrt[14]{25}$; в) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[6]{2} \cdot \sqrt[6]{8}$;
г) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[6]{3} \cdot \sqrt[12]{3}$; д) $\frac{\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[4]{343}}{\sqrt[12]{7}}$; е) $\frac{\sqrt[8]{8^3} \cdot \sqrt[40]{8}}{\sqrt[5]{8^4}}$.

2.65. Упростите выражение:

- а) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{a}}$; б) $\sqrt[4]{\sqrt{a}}$; в) $\sqrt{\sqrt[5]{a^2}}$;
г) $\sqrt[5]{\sqrt[6]{a^{10}}}$; д) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{a} \cdot \sqrt{a}}$; е) $\sqrt[4]{\sqrt{a}} \cdot \sqrt[6]{\sqrt[4]{a}}$.

2.66 Вычислите:

а) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{9}} \cdot \sqrt[9]{3^7}$; б) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{25}} \cdot \sqrt[6]{5^5}$; в) $\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2}} + \frac{15\sqrt[5]{2}}{\sqrt[5]{32}}$.

2.67. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt[4]{(-17)^4}$; б) $\sqrt[5]{(-10)^5}$; в) $\sqrt[6]{(-7)^6}$; г) $\sqrt[7]{(-13)^7}$.

2.68. Упростите выражение:

а) $\sqrt[4]{a^4}$, если $a \geq 0$; б) $\sqrt[6]{b^6}$, если $b < 0$;
в) $\sqrt[4]{81m^4}$, если $m \geq 0$; г) $\sqrt[8]{\frac{c^8}{256}}$, если $c < 0$;
д) $-3\sqrt[4]{16b^4}$, если $b < 0$; е) $-2a\sqrt[4]{\frac{a^4}{625}}$, если $a \geq 0$.

2.69. Представьте выражение в виде одночлена:

а) $\sqrt[7]{a^7}$; б) $-4\sqrt[3]{8a^3}$; в) $12a\sqrt[9]{-a^9}$; г) $5a^2\sqrt[5]{-32a^5}$.

2.70. Упростите выражение:

а) $\sqrt[4]{x^4} - x$, если $x \geq 0$; б) $\sqrt[6]{x^6} - \sqrt[3]{x^3}$, если $x \leq 0$.

2.71. Упростите выражение $\sqrt[3]{343x^3} + \sqrt[4]{81x^4} - \sqrt{64x^2}$ и найдите его значение при $x = -0,5$.

2.72. Упростите выражение:

а) $\sqrt[4]{a^{12}}$, если $a \geq 0$; б) $\sqrt[3]{8b^9}$; в) $\sqrt[4]{16m^8}$; г) $\sqrt[4]{\frac{c^{16}}{81}}$;
д) $-6\sqrt[4]{625b^{20}}$, если $b < 0$; е) $-8a\sqrt[6]{\frac{a^{18}}{64}}$, если $a \geq 0$.

2.73. Упростите выражение $\sqrt[4]{\frac{1}{81}a^4b^{12}}$, если a и b :

а) числа одного знака; б) числа разных знаков.

2.74. Упростите выражение:

а) $\sqrt[4]{(a-7)^4}$ при $a \geq 7$; б) $\sqrt[6]{(a+8)^6}$ при $a < -8$;
в) $\sqrt[8]{(y-3)^8} + \sqrt[4]{(y-5)^4}$ при $3 \leq y \leq 5$.

2.75*. Вычислите:

а) $\sqrt[4]{(\sqrt{120} - 11)^4} + \sqrt[4]{(\sqrt{120} + 11)^4}$;
б) $\sqrt[6]{(4\sqrt{6} + 10)^6} - \sqrt[6]{(4\sqrt{6} - 10)^6} - 20$.



2.76. Вычислите с помощью свойства корня n -й степени из произведения:

а) $\sqrt[3]{27 \cdot 125}$; б) $\sqrt[4]{81 \cdot 256}$; в) $\sqrt[5]{243 \cdot 0,00001}$;

г) $\sqrt[3]{0,064 \cdot 343}$; д) $\sqrt[5]{32 \cdot 6^5}$; е) $\sqrt[3]{0,008 \cdot 27 \cdot 9^6}$.

2.77. Найдите значение произведения:

а) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{2}$; б) $\sqrt[3]{3,2} \cdot \sqrt[3]{20}$; в) $\sqrt[4]{6,25} \cdot \sqrt[4]{100}$;

г) $\sqrt[5]{24,3} \cdot \sqrt[5]{10}$; д) $\sqrt[4]{0,5} \cdot \sqrt[4]{0,125}$; е) $\sqrt[5]{3} \cdot \sqrt[5]{9} \cdot \sqrt[5]{-9}$.

2.78. Найдите значение выражения с помощью свойства корня n -й степени из частного:

а) $\sqrt[4]{\frac{16}{0,0081}}$; б) $\sqrt[3]{\frac{27\,000}{0,008}}$; в) $\sqrt[5]{\frac{0,00001}{32}}$; г) $\sqrt[4]{\frac{625}{0,0016}}$.

2.79. Найдите значение частного:

а) $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}$; б) $\frac{\sqrt[7]{2}}{\sqrt[7]{256}}$; в) $\frac{\sqrt[4]{1250}}{\sqrt[4]{2}}$; г) $\frac{\sqrt[3]{-128}}{\sqrt[3]{2000}}$.

2.80. Найдите значения выражений $\sqrt[3]{mn}$ и $\sqrt[3]{\frac{m}{n}}$, если:

а) $m = 125$, $n = 0,027$; б) $m = 10^6$, $n = 2^3$.

2.81. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt[3]{\frac{125 \cdot 343}{0,027}}$; б) $\sqrt[4]{\frac{160\,000}{81 \cdot 625}}$.

2.82. Найдите значение выражения, используя свойства корня n -й степени:

а) $\sqrt[3]{24} \cdot \sqrt[3]{9}$; б) $\sqrt[4]{48} \cdot \sqrt[4]{27}$; в) $\sqrt[3]{-15} \cdot \sqrt[3]{225}$;

г) $\sqrt[5]{48} \cdot \sqrt[5]{162}$; д) $\frac{\sqrt[3]{625}}{\sqrt[3]{40}}$; е) $\frac{\sqrt[4]{648}}{\sqrt[4]{128}}$.

2.83. Вычислите:

а) $7\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4}$; б) $-2\sqrt[5]{9} \cdot 5\sqrt[5]{27}$;

в) $8\sqrt[3]{10} \cdot (\sqrt[3]{-100})$; г) $0,4\sqrt[4]{5} \cdot 7\sqrt[4]{125}$.

2.84. Найдите значение выражения на основании свойств корня n -й степени:

а) $\sqrt[4]{175^2 - 168^2}$; б) $\sqrt[3]{7 - \sqrt{22}} \cdot \sqrt[3]{7 + \sqrt{22}}$.

2.85. Представьте выражение $\sqrt[4]{3}$ в виде корня:

- а) восьмой степени;
- б) двенадцатой степени;
- в) шестнадцатой степени.

2.86. Представьте в виде корней одной и той же степени числа:

- а) $\sqrt[5]{7}$, $\sqrt{2}$ и $\sqrt[10]{3}$; б) $\sqrt[4]{3}$, $\sqrt[6]{5}$ и $\sqrt[8]{7}$.

2.87. Представьте выражение в виде корня с меньшим показателем:

- а) $\sqrt[12]{3^3}$; б) $\sqrt[8]{5^6}$; в) $\sqrt[4]{7^2}$; г) $\sqrt[12]{3^6}$; д) $\sqrt[6]{27}$; е) $\sqrt[15]{32}$.

2.88. Вычислите:

- а) $\sqrt[8]{25^4}$; б) $\sqrt[12]{27^4}$; в) $\sqrt[30]{81^{15}}$; г) $\sqrt[16]{10^{32}}$.

2.89. Определите, рациональным или иррациональным числом является значение выражения:

- а) $\sqrt[3]{36} \cdot \sqrt[6]{36}$; б) $\sqrt[5]{16} \cdot \sqrt[10]{4}$; в) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[6]{5} \cdot \sqrt[12]{5}$; г) $\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt[6]{3}}$.

2.90. Упростите выражение:

- а) $\sqrt[4]{\sqrt[4]{b}}$; б) $\sqrt[3]{\sqrt{b}}$; в) $\sqrt{\sqrt[7]{b^2}}$; г) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{b^6}}$.

2.91. Найдите значение выражения:

- а) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{16}} \cdot \sqrt[9]{2^5}$; б) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{9}} \cdot \sqrt[6]{3^5}$; в) $\frac{\sqrt[21]{5}}{\sqrt[7]{\sqrt[3]{5}}} + \frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{9}}$.

2.92. Найдите значение выражения:

- а) $\sqrt[8]{(-19)^8}$; б) $\sqrt[3]{(-5)^3}$; в) $\sqrt[4]{(-2)^4}$; г) $\sqrt[5]{(-11)^5}$.

2.93. Упростите выражение:

- а) $\sqrt[8]{m^8}$, если $m \geq 0$; б) $\sqrt[4]{c^4}$, если $c < 0$;
- в) $\sqrt[6]{64x^6}$, если $x \geq 0$; г) $\sqrt[4]{\frac{a^4}{81}}$, если $a < 0$;
- д) $-2\sqrt[4]{625y^4}$, если $y < 0$; е) $-3b\sqrt[8]{\frac{b^8}{256}}$, если $b \geq 0$.

2.94. Представьте выражение в виде одночлена:

- а) $\sqrt[3]{x^3}$; б) $-2\sqrt[5]{32b^5}$; в) $10c\sqrt[11]{-c^{11}}$; г) $3y^5\sqrt[7]{-128y^7}$.

2.95. Упростите выражение $\sqrt[4]{625c^4} - \sqrt[5]{32c^5} + \sqrt{36c^2}$ и найдите его значение при $c = -\frac{1}{13}$.

2.96. Упростите выражение:

- а) $\sqrt[6]{a^{18}}$, если $a \geq 0$; б) $\sqrt[3]{27m^6}$; в) $\sqrt[6]{64a^{12}}$; г) $\sqrt[4]{\frac{a^{48}}{16}}$;
 д) $-2\sqrt[4]{81b^{12}}$, если $b < 0$; е) $-8n\sqrt[8]{\frac{n^{24}}{256}}$, если $n \geq 0$.

2.97. Упростите выражение $\sqrt[4]{\frac{16}{81}m^8n^{20}}$, если:

- а) $n \geq 0$; б) $n < 0$.

Объясните, почему знак значения данного выражения не зависит от знака переменной m .

2.98*. Представьте в виде многочлена выражение:

- а) $\sqrt[4]{(a-4)^4}$ при $a > 4$; б) $\sqrt[6]{(b+2)^6}$ при $b < -2$;
 в) $\sqrt[8]{(3b+10,2)^8} - 10,2$ при $-3 \leq b \leq 3$.



2.99. Найдите сумму корней уравнения $\frac{3}{x+5} + 1 = \frac{4}{x^2 + 10x + 25}$.

2.100. Сравните значения выражений $\frac{1}{\sqrt{13} - \sqrt{10}}$ и $\frac{1}{\sqrt{14} - \sqrt{11}}$.

2.101. Зная, что $a \geq 0$, $b \leq 0$, вынесите множитель за знак корня в выражении:

- а) $\sqrt{3a^2}$; б) $\sqrt{7b^2}$; в) $\sqrt{50a^6b^4}$; г) $\sqrt{\frac{49}{64}a^5b^2}$.

2.102. В выражении $a\sqrt{5}$ внесите множитель под знак корня, если:

- а) $a \geq 0$; б) $a < 0$.

2.103. Сократите дробь $\frac{5a + 2 + 5ab + 2b}{2b - 2 + 5ab - 5a}$.

2.104. На рисунке 119 изображен график функции $y = f(x)$, заданной на отрезке $[-6; 6]$. Постройте график функции:

- а) $y = f(x - 2)$; б) $y = f(x + 1)$;
 в) $y = f(x) - 3$; г) $y = f(x) + 4$.

2.105. Вычислите:

- а) $\operatorname{tg}\left(2\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$;
 б) $\operatorname{ctg}\left(2\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)$.

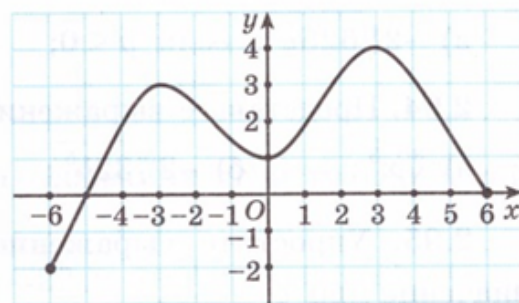


Рис. 119

25.04.2020 для закрепления №№ 2.44 - 2.52,

Д/з § 14, №№ 2.76 - 2.82;

30.04.2020 для закрепления №№ 2.55 - 2.64,

Д/з § 14, №№ 2.83 - 2.89;

01.05.2020 для закрепления № 2.65 - 2.74,

Д/з § 14, №№ 2.90 - 2.97.