

BÖLÜM I

Dersin Adı	Matematik	Tarih	13-16/01/2026
Sınıf	12	Süre	6 ders saati
Alt Öğrenme Alanı	DÖNÜŞÜMLER		
Konu	Temel Dönüşümlerin Bileşkeleri		

BÖLÜM II

Kazanım	12.4.1.2. Temel dönüşümler ve bileşkeleriyle ilgili problem çözer.
Kazanım Açıklaması	a) Modelleme çalışmalarına yer verilir. b) Doğadan ve mimari eserlerden örneklendirme yapılır.
Yöntem ve Teknikler	Düz anlatım, soru-cevap, problem çözme, örnek olay, beyin fırtınası, kavram haritası
Kullanılan Araç-Gereçler	Ders kitabı, yazı tahtası, etkileşimli tahta, z-kitap, internet, fotoğraf, pergel, cetvel

BÖLÜM III

Öğrenme-Öğretme Süreci

TEMEL DÖNÜŞÜMLERİN BİLEŞKELERİ VE BU BİLEŞKELERİ İÇEREN UYGULAMALAR

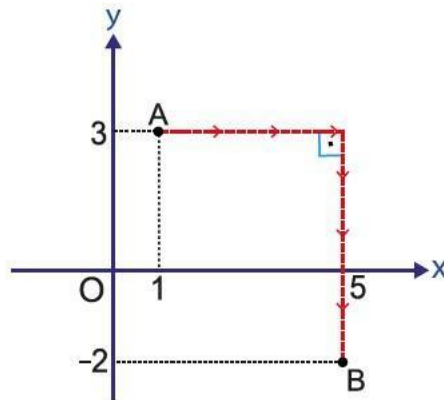
Öteleme ve dönme dönüşümünün birlikte uygulandığı dönüşümlere ötelemeli dönme dönüşümü denir. Ötelemeli dönme dönüşümleri uygulanan şekillerde herhangi iki nokta arasındaki uzaklık değişmez ve şekillerin üzerindeki açıların ölçüleri de aynı kalır.

ÖRNEK

$A(1, 3)$ noktası önce x eksenini boyunca pozitif yönde 4 birim, ardından y eksenini boyunca negatif yönde 5 birim ötelenerek B noktası elde ediliyor. Buna göre B noktasının orijin etrafında pozitif yönde 90° döndürülmesi ile elde edilen C noktasının koordinatlarını bulunuz ve analitik düzlemde gösteriniz.

ÇÖZÜM

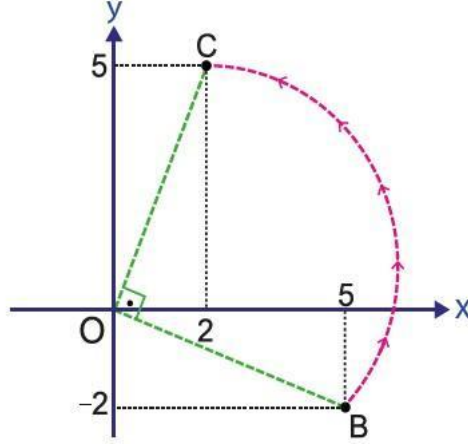
$A(1, 3)$ noktasının x eksenini boyunca pozitif yönde 4 birim ve y eksenini boyunca negatif yönde 5 birim ötelenmesi ile oluşan nokta $B(1 + 4, 3 - 5) = B(5, -2)$ olur.
 B noktasının analitik düzlemdeki görüntüsü aşağıdaki şekildeki gibidir.



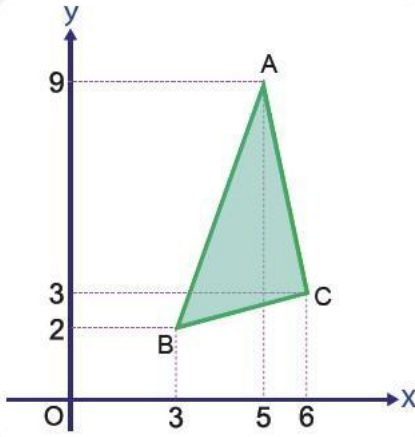
B noktasının orijin etrafında pozitif yönde 90° döndürülmesi ile oluşan C noktası

$$\begin{aligned} R_{90^\circ}(B) &= C(5 \cdot \cos 90^\circ - (-2) \cdot \sin 90^\circ, 5 \cdot \sin 90^\circ + (-2) \cdot \cos 90^\circ) \\ &= C(5 \cdot 0 - (-2) \cdot 1, 5 \cdot 1 + (-2) \cdot 0) \\ &= C(2, 5) \text{ olur.} \end{aligned}$$

Bu durumda C noktasının analitik düzlemdeki görüntüsü aşağıdaki şekilde gibidir.



ÖRNEK III



Yandaki analitik düzlemde verilen ABC üçgeni orijin etrafında pozitif yönde 90° döndürülerek $A'B'C'$ üçgeni elde ediliyor. $A'B'C'$ üçgeninin x eksenini boyunca pozitif yönde 2 birim ve y eksenini boyunca negatif yönde 4 birim ötelenmesi ile oluşan $A''B''C''$ üçgeninin koordinatlarını bulunuz ve analitik düzlemde gösteriniz.

ÇÖZÜM

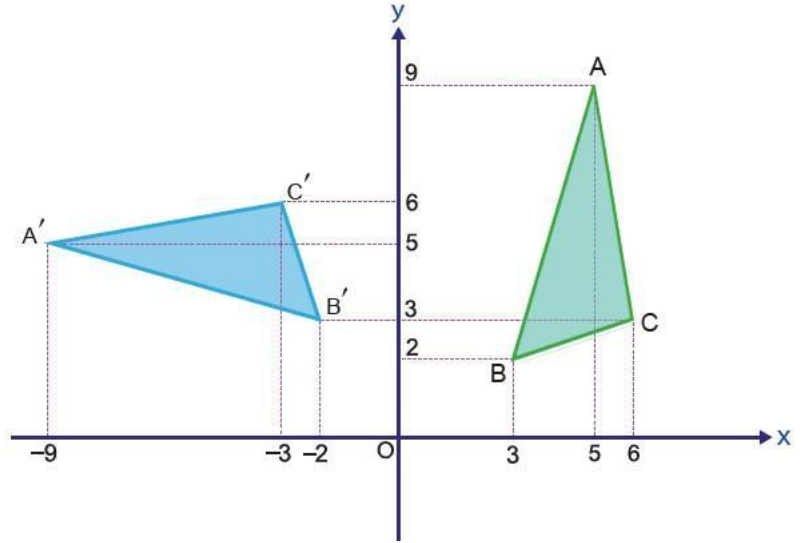
ABC üçgeninin köşelerinin koordinatları $A(5, 9)$, $B(3, 2)$ ve $C(6, 3)$ tür. Bu noktaların orijin etrafında 90° döndürülmesi ile elde edilen A' , B' ve C' noktalarının koordinatları

$$R_{90^\circ}(A) = R_{90^\circ}(5, 9) = A'(-9, 5)$$

$$R_{90^\circ}(B) = R_{90^\circ}(3, 2) = B'(-2, 3)$$

$$R_{90^\circ}(C) = R_{90^\circ}(6, 3) = C'(-3, 6)$$

olur. Böylece $A'B'C'$ üçgeninin analitik düzlemdeki görüntüsü yandaki şekildeki gibidir.



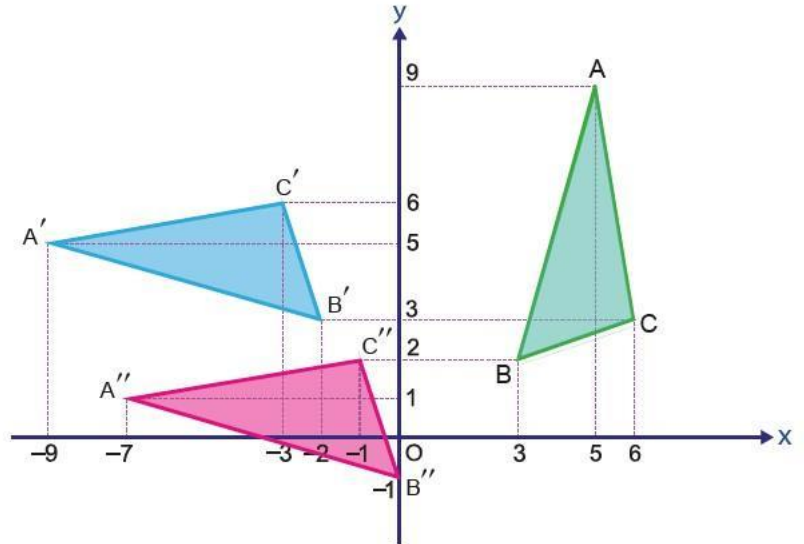
A' , B' ve C' noktalarının x eksenini boyunca pozitif yönde 2 birim ve y eksenini boyunca negatif yönde 4 birim ötelenmesiyle elde edilen A'' , B'' ve C'' noktalarının koordinatları

$$A''(-9 + 2, 5 - 4) = A''(-7, 1)$$

$$B''(-2 + 2, 3 - 4) = B''(0, -1)$$

$$C''(-3 + 2, 6 - 4) = C''(-1, 2)$$

bulunur. Böylece $A''B''C''$ üçgeninin analitik düzlemdeki görüntüsü yandaki şekildeki gibidir.



ÖRNEK III

$A(8\sqrt{2}, 4\sqrt{2})$ noktası orijin etrafında pozitif yönde 135° döndürüldükten sonra x eksenı boyunca pozitif yönde 8 birim ve y eksenı boyunca negatif yönde 2 birim öteleniyor. Elde edilen noktanın koordinatlarını bulunuz.

ÇÖZÜM III

$A(8\sqrt{2}, 4\sqrt{2})$ noktasının orijin etrafında pozitif yönde 135° döndürülmesi ile oluşan nokta A' olsun.

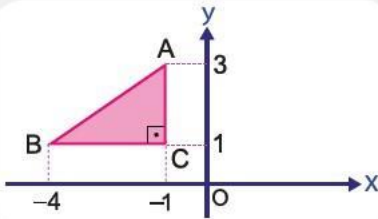
$$\begin{aligned} R_{135^\circ}(A) &= A'(8\sqrt{2} \cdot \cos 135^\circ - 4\sqrt{2} \cdot \sin 135^\circ, 8\sqrt{2} \cdot \sin 135^\circ + 4\sqrt{2} \cdot \cos 135^\circ) \\ &= A'\left(8\sqrt{2} \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) - 4\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}, 8\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + 4\sqrt{2} \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right) \\ &= A'(-8 - 4, 8 - 4) \\ &= A'(-12, 4) \text{ olur.} \end{aligned}$$

$A'(-12, 4)$ noktasının x eksenı boyunca pozitif yönde 8 birim ve y eksenı boyunca negatif yönde 2 birim ötelenmesi ile oluşan nokta $A''(-12 + 8, 4 - 2) = A''(-4, 2)$ olarak bulunur.

Ötelemeli Simetri Dönüşümü

Öteleme ve simetri dönüşümlerinin birlikte uygulandığı dönüşümlere ötelemeli simetri dönüşümü denir. Ötelemeli simetri dönüşümleri uygulanan şekillerde uzaklıklar değişmez. Şeklin üzerindeki açıların yönleri değişir.

ÖRNEK III



Yandaki şekilde köşelerinin koordinatları $A(-1, 3)$, $B(-4, 1)$ ve $C(-1, 1)$ olan ABC üçgeninin x eksenı boyunca pozitif yönde 6 birim ve y eksenı boyunca pozitif yönde 1 birim ötelendikten sonra x eksenine göre simetriği alınıyor. Elde edilen üçgenin koordinatlarını bulunuz ve analitik düzlemde gösteriniz.

ÇÖZÜM III

ABC dik üçgeninin köşe koordinatları $A(-1, 3)$, $B(-4, 1)$ ve $C(-1, 1)$ dir. Bu noktalar x eksenı boyunca pozitif yönde 6 birim ve y eksenı boyunca pozitif yönde 1 birim ötelenirse oluşan noktalar A' , B' ve C' olsun.

$$A'(-1 + 6, 3 + 1) = A'(5, 4)$$

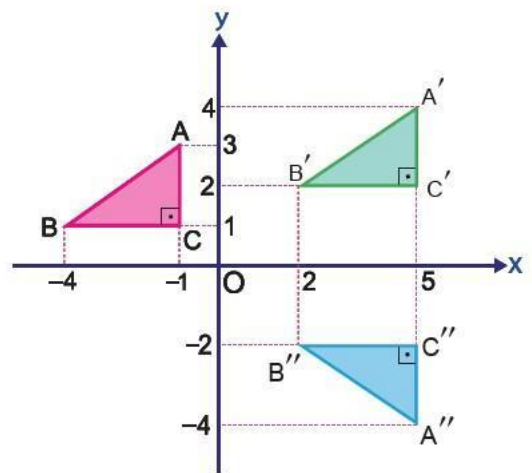
$$B'(-4 + 6, 1 + 1) = B'(2, 2)$$

$$C'(-1 + 6, 1 + 1) = C'(5, 2)$$

olur. A' , B' ve C' noktalarının x eksenine göre simetriği olan noktalar A'' , B'' ve C'' olsun. Bu noktalar

$A''(5, -4)$, $B''(2, -2)$ ve $C''(5, -2)$ olarak elde edilir.

Böylece önce ötelenen ardından simetriği alınan üçgenin analitik düzlemdeki görüntüsü yandaki gibi olur.

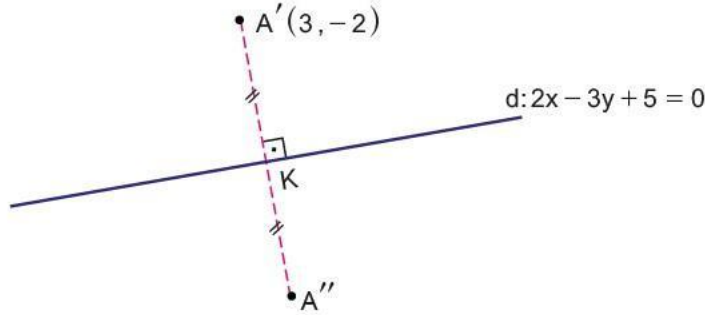


ÖRNEK III

$A(1, 3)$ noktasının x eksenini boyunca pozitif yönde 2 birim ve y eksenini boyunca negatif yönde 5 birim ötelenen sonra $d: 2x - 3y + 5 = 0$ doğrusuna göre simetriğini bulunuz.

ÇÖZÜM III

$A(1, 3)$ noktasının x eksenini boyunca pozitif yönde 2 birim ve y eksenini boyunca negatif yönde 5 birim ötelenmesi ile oluşan nokta A' olsun. A' noktasının koordinatları $A'(1 + 2, 3 - 5) = A'(3, -2)$ olur. $A'(3, -2)$ noktasının d doğrusuna göre simetriği A'' olsun.



A'' noktasının koordinatlarını bulmak için önce d doğrusunun eğimi $m_d = -\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ bulunur.

$A'A''$ doğrusu ile d doğrusu birbirine dik olduğundan eğimlerinin çarpımı -1 dir.

$$\frac{2}{3} \cdot m_{A'A''} = -1 \Rightarrow m_{A'A''} = -\frac{3}{2} \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned} A'A'' \text{ doğrusunun denklemi } y - (-2) &= -\frac{3}{2} \cdot (x - 3) \Rightarrow 2y + 4 = -3x + 9 \\ &\Rightarrow 3x + 2y - 5 = 0 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 3y + 5 = 0 \\ 3x + 2y - 5 = 0 \end{array} \right\} \text{ denklemleri ortak çözümlürse}$$

$$\begin{array}{rcl} 2/2x - 3y + 5 = 0 & \Rightarrow & 4x - 6y + 10 = 0 \\ 3/3x + 2y - 5 = 0 & \Rightarrow & + 9x + 6y - 15 = 0 \\ \hline & & 13x - 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{13} \end{array}$$

$$\begin{aligned} 2 \cdot \frac{5}{13} - 3y + 5 &= 0 \Rightarrow 3y = \frac{75}{13} \\ &\Rightarrow y = \frac{25}{13} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Böylece K noktası $K\left(\frac{5}{13}, \frac{25}{13}\right)$ olarak bulunur.

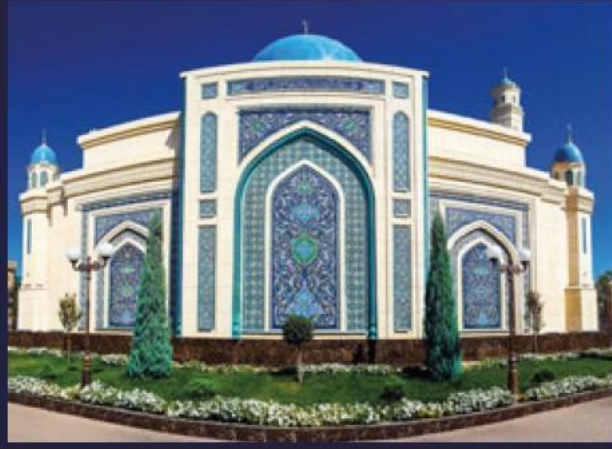
$A'(3, -2)$ noktasının $K\left(\frac{5}{13}, \frac{25}{13}\right)$ noktasına göre simetriği

$$A''\left(2 \cdot \frac{5}{13} - 3, 2 \cdot \frac{25}{13} - (-2)\right) = A''\left(-\frac{29}{13}, \frac{76}{13}\right) \text{ olarak elde edilir.}$$

Doğada ve Mimari Eserlerde Dönüşümler

Simetri, dönme ve öteleme kavramlarını daha iyi algılayabilmek için çevreye bakmak yeterlidir. Doğada, mimaride kısacası gerçek hayatın her alanında simetri örnekleriyle karşılaşmaktadır. Bir kelebeğin kanatlarına bakıldığında üzerindeki şekillerin simetrik olduğu görülür. Durgun bir göl kenarında karşı kıyının yansımada simetri gözlemlenebilir. Simetri, dönme ve öteleme mimarinin de vazgeçilmez unsurlarından biridir. Çağlar boyu mimarlar binaların yapımında ve süslemesinde bu

kavramlardan yararlanmıştır. Özellikle süsleme alanında halı, kilim, ini, el işleri vb. sanatlarda simetri, öteleme ve dönme örnekleriyle sıkça karşılaşılmaktadır.



BÖLÜM IV

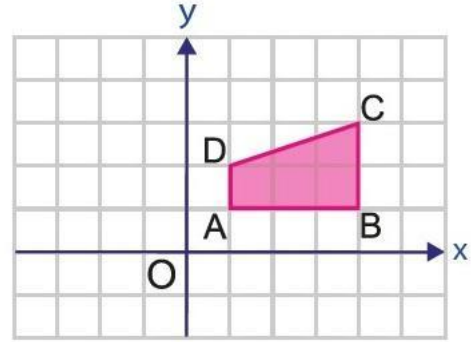
lme ve Deęerlendirme

- 1 $A(2, 3)$ noktasının $B(-1, 4)$ noktasına göre simetri dönüşümü altındaki görüntüsünü bulunuz.
- 2 $A(3, 4)$ noktasının $B(x, y)$ noktasına göre simetriği $A'(7, -2)$ olduğuna göre $x + y$ toplamını bulunuz.
- 3 $A(-3, 4)$ noktasının $y = x$ doğrusuna göre simetriği olan nokta $A'(4a - 8, 5b + 2)$ noktası olduğuna göre $a + b$ toplamını bulunuz.
- 4 $4x - 3y + 2 = 0$ doğrusunun $A(1, -3)$ noktasına göre simetriği olan doğrunun denklemini bulunuz.
- 5 $-5x + by + c = 0$ doğrusunun $A(-3, 5)$ noktasına göre simetriği $5x + 12y - 10 = 0$ doğrusu olduğuna göre $b + c$ toplamını bulunuz.
- 6 Analitik düzlemde $A(3, 4)$ noktasının bir d doğrusuna göre simetriği $A'(-7, 12)$ noktası olduğuna göre d doğrusunun denklemini bulunuz.

- 7 Analitik düzlemde $A(-5, -2)$ noktasının x eksenini boyunca pozitif yönde 8 birim ve y eksenini boyunca pozitif yönde 4 birim ötelenmesi ile A' noktası oluşuyor. Bu noktanın orijin etrafında pozitif yönde 270° döndürülmesiyle elde edilen nokta A'' ise bu noktanın koordinatlarını bulunuz.

- 8 Analitik düzlemde $A(-1, 2)$ noktası orijin etrafında pozitif yönde 90° döndürülüyor. Elde edilen bu nokta x eksenini boyunca negatif yönde 3 birim ve y eksenini boyunca pozitif yönde 4 birim ötelendiğinde oluşan noktanın koordinatlarını bulunuz.

9



Yukarıdaki şekilde verilen ABCD dik yamuğunun x eksenine ve y eksenine göre simetri dönüşümü altındaki görüntülerini kullanarak analitik düzlemde gösteriniz.

Dersin Diğer Derslerle
İlişkisi

BÖLÜM IV

Planın Uygulanmasına İlişkin
Açıklamalar

Konu öngörülen ders saatinde işlenmiş olup gerekli değerlendirmeler yapılarak amacına ulaşılmıştır.

Matematik Öğretmeni

.../.../2026
UYGUNDUR
Okul Müdürü